

Étude de la répétabilité des essais de fluage sur éprouvette de béton

Jean-Luc CLÉMENT

Chef de la section Comportement mécanique et modélisation des bétons

Fabrice LE MAOU

Ingénieur DPE

Division Bétons et composites cimentaires
Laboratoire Central des Ponts et Chaussées

Introduction

La prise en compte du comportement différé des bétons lors de la conception des structures en béton armé ou précontraint est basée sur l'emploi de modèles réglementaires. Pour des études très précises, les maîtres d'ouvrage s'appuient sur des résultats expérimentaux d'essais de fluage/retrait sur des éprouvettes cylindriques de diamètre 16 cm et de hauteur 100 cm, protégées ou non de la dessiccation et chargées à 30 % de la résistance caractéristique à la compression, elle-même déterminée à partir d'essais de compression quasi statique sur éprouvettes de diamètre 16 cm et de hauteur 32 cm. L'ordre de grandeur des déformations longitudinales de fluage varie de 500 à $1\ 500.10^{-6}$ et celui des déformations longitudinales de retrait de 50 à 500.10^{-6} suivant la formulation du béton et les conditions d'essais.

Pour un ouvrage donné, pont ou bâtiment de grande hauteur par exemple, ne seront réalisés au mieux que deux essais de fluage et deux essais de retrait : ces essais sont réalisés dans une salle climatisée en température ($20\ ^\circ\text{C} \pm 1\ ^\circ\text{C}$) et en humidité (50 % HR $\pm 5\ %$), en condition endogène (éprouvettes protégées du séchage) et en condition de dessiccation (échanges hydriques avec l'extérieur possibles). La durée de l'essai est au minimum de six mois, et peut atteindre une année, pour certaines études contractuelles. L'âge du béton au moment du chargement est habituellement de trois jours ou de vingt-huit jours.

Paradoxalement, il est rare de disposer de la composition exacte des bétons qui seront utilisés pour un ouvrage plus d'une année avant la réalisation effective de l'ouvrage ; pourtant, les résultats expérimentaux doivent permettre d'estimer le comportement à long terme (plusieurs années voire plusieurs dizaines d'années).

De plus, la mise en œuvre de ces essais nécessite, outre la salle climatisée déjà mentionnée, un ensemble de bâts de chargement (environ 100 kF pièce, y compris l'ensemble des éléments changés à la fin de chaque essai), un système automatisé d'acquisition de données et bien sûr du temps. Ces éléments justifient le coût d'un essai de fluage et retrait associé, aujourd'hui

RÉSUMÉ

La prise en compte du comportement différé des bétons lors de la conception des structures en béton armé ou précontraint nécessite l'emploi de modèles réglementaires. Pour des études plus précises, les maîtres d'ouvrage s'appuient sur des résultats expérimentaux d'essais de fluage/retrait sur des éprouvettes cylindriques de diamètre 16 cm et de hauteur 100 cm, protégées ou non de la dessiccation, et chargées à 30 % de la résistance caractéristique à la compression, déterminés à partir d'essais sur éprouvettes 16×32 .

Un seul essai de fluage/retrait est réalisé de manière courante, dans des conditions d'échange hydrique données. Cet article a comme objectif d'estimer la dispersion expérimentale de la complaisance en laboratoire, ainsi que la complaisance à long terme, en précisant son intervalle de confiance. Cette étude s'appuie sur une campagne de répétabilité d'essais différents qui a débuté au cours de l'année 1998.

La méthode de traitement statistique employée est développée et validée sur deux exemples.

MOTS-CLÉS : 2 - Béton hydraulique - Essai - Fluage - Éprouvette - Retrait - Laboratoire - Temps (durée) - Séchage - Reproductibilité.

facturé à environ 22 kF pour une durée de mesure d'un an, hors essais de compression/module et hors traitement spécifique des résultats de fluage. Ainsi, le moins-contre contrat d'étude du comportement différent des bétons atteint 70 kF, pour seulement deux essais de fluage/retrait.

Dans ces conditions, la question fondamentale est celle de la validité, en termes de dispersion et plus précisément de répétabilité, des résultats d'essais fournis à l'issue des campagnes expérimentales en laboratoire.

Pour répondre à cette question, une étude de répétabilité des essais de fluage a été engagée au LCPC au cours de l'année 1998. Aujourd'hui, nous sommes en mesure, par l'emploi de méthodes statistiques, d'une part, d'estimer la dispersion de nos essais et, d'autre part, de fournir une valeur asymptotique de la valeur de complaisance à long terme, ainsi qu'une borne inférieure et une borne supérieure.

Cet article est décomposé en deux parties :

- la première concerne la présentation détaillée de l'étude expérimentale lourde qui a été effectuée, le principe de réalisation des essais de fluage/retrait, le dépouillement traditionnel, en termes de complaisance, et les résultats obtenus avec une première analyse statistique ;
- la seconde partie est consacrée à un nouveau traitement statistique des données de complaisance, basé sur l'utilisation des moindres carrés après changement de variable avec poids et résidus aléatoires. Le principe de la méthode et les hypothèses posées sont explicités. Enfin, cette méthode de traitement est appliquée à des résultats d'essais sur éprouvettes de béton chargées pendant deux années.

Étude expérimentale de répétabilité

L'étude commence par la réalisation de huit gâchées successives d'un béton de formulation choisie, de mars à juillet 1998, en conditions de laboratoire, et avec au minimum une semaine d'intervalle entre les gâchées. Lors de chaque gâchée, neuf éprouvettes 16 × 32 et trois éprouvettes cylindriques 16 × 100 sont coulées. L'une d'entre elles permettra de suivre le retrait, la deuxième sera chargée trois jours après la fin du coulage, et la troisième à vingt-huit jours. On disposera alors, en plus des valeurs de résistance à la compression uniaxiale obtenues sur éprouvettes 16 × 32, de huit résultats pour un chargement à trois jours et de huit résultats pour un chargement à vingt-huit jours (séries S1 à S8).

Toutes les éprouvettes sont protégées de la dessiccation [1].

Choix du matériau

La formulation choisie au cours de cette étude est celle donnée dans le tableau I. Il s'agit de la formulation B0

de la division Bétons et composites cimentaires du LCPC, qui est souvent utilisée comme référence pour différentes études. La résistance caractéristique à vingt-huit jours de ce béton est égale à 40 MPa.

Pour chacune des gâchées et pour la réalisation des éprouvettes, le même protocole a été respecté.

L'autre intérêt de ce choix réside dans le fait que nous disposons des résultats d'essais sur des éprouvettes de même composition, mais chargées pendant deux années [2]. Nous utiliserons ces résultats par la suite.

Avant d'analyser les premiers résultats, nous présentons le principe de l'essai de fluage/retrait, ses particularités et le mode d'obtention de la complaisance.

TABLEAU I
Formulation du béton de référence B0

Constituants	Quantité [kg/m ³]
Gravillon 5-20 mm de Seine	1 200
Sable 0-5 mm de Seine	670
Ciment CEM I 52,5	342
Eau ajoutée	171

Principe de l'essai de fluage/retrait

L'essai est effectué sur des éprouvettes cylindriques moulées de diamètre 16 cm et de hauteur 100 cm. Une éprouvette de retrait, de mêmes dimensions et soumise aux mêmes conditions de conservation, non chargée, est associée à l'éprouvette de fluage. Les éprouvettes de fluage sont rodées, afin d'obtenir deux faces parallèles et perpendiculaires à la génératrice de l'éprouvette. Pour l'étude présentée ici, seize éprouvettes de 100 cm ont été rodées sur les deux faces.

L'éprouvette de fluage est placée dans un bâti de chargement (fig. 1), comportant :

- un cadre comprenant deux plateaux métalliques très rigides, reliés par quatre tirants, associé à un générateur de force hydraulique. Celui-ci est constitué d'un vérin plat hydraulique, relié à une vanne et à un accumulateur oléopneumatique (qui contient de l'azote à haute pression), dont la fonction est de limiter les variations de pression hydraulique du vérin. La vanne permet d'isoler l'éprouvette pendant sa mise en place dans le bâti et d'effectuer un chargement instantané (charge appliquée en moins de 0,4 seconde) ;
- une cellule de charge fixée au plateau supérieur du cadre. Il s'agit d'un dynamomètre hydraulique qui permet de mesurer, le moment voulu, la force appliquée sur l'éprouvette et de vérifier, périodiquement, que la charge appliquée reste constante ;
- un extensomètre qui mesure le déplacement relatif de deux sections distantes de 50 cm dans la partie centrale de l'éprouvette (on utilise le même type d'extensomètre pour la mesure du retrait). Ce déplacement relatif est renvoyé en partie supérieure par des tiges

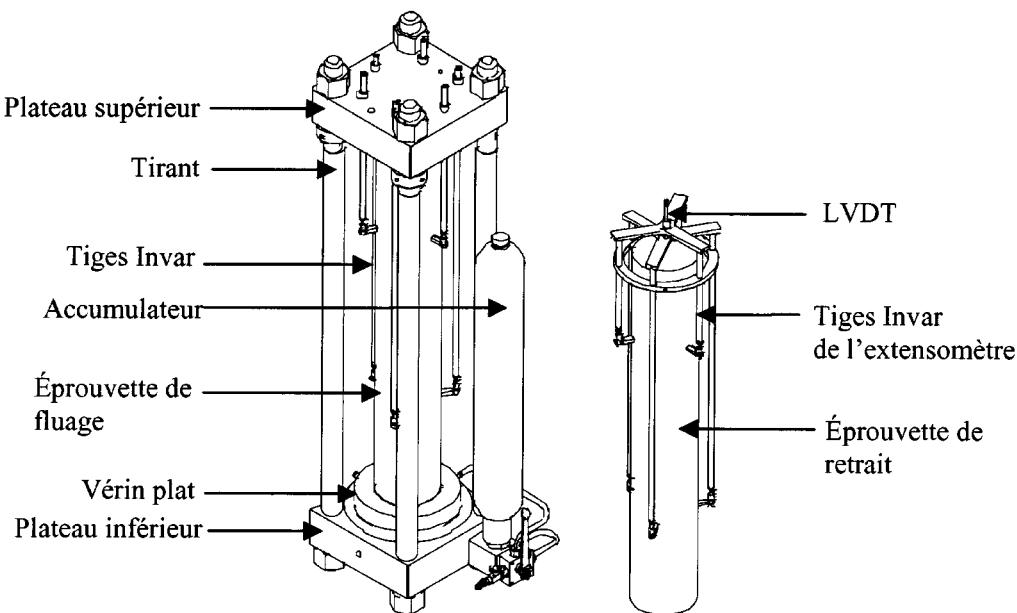


Fig. 1 - Schéma de l'éprouvette de fluage dans le bâti de chargement et de l'éprouvette de retrait associée.

métalliques en Invar et est mesuré par un capteur de déplacement, lui-même relié à un micro-ordinateur.

Complaisance

Chacune des éprouvettes de fluage est chargée à un niveau égal à 30 % de la résistance caractéristique à la compression au jour j (soit 30 % de f_{cj}), elle-même déterminée à partir de trois essais de compression uniaxiale (jusqu'à rupture), effectués le jour de la mise en charge des éprouvettes de fluage (à trois jours et à vingt-huit jours). D'autres essais de compression uniaxiale sont réalisés à quatre-vingt-dix jours. À l'issue des essais différés (213 jours), les éprouvettes de fluage et de retrait sont tronçonnées en trois parties et des essais de détermination de module d'élasticité longitudinale sont effectués, suivant la procédure mise au point au LCPC [3]. L'ensemble de l'étude a comporté, outre seize essais de fluage et huit essais de retrait, 144 essais de compression sur éprouvettes normalisées et soixante-douze essais de détermination de module. Toutes les faces de ces éprouvettes ont été rodées.

Au cours des essais de fluage et de retrait, le déplacement relatif moyen de deux sections distantes de 50 cm est automatiquement enregistré. Il est à noter que les inserts métalliques supports des tiges Invar de l'extensomètre sont placés dans le moule métallique avant le coulage du béton. Le rapport entre ce déplacement et cette longueur de base nous donne une déformation. L'acquisition des déformations est effectuée de manière automatique, dès qu'un seuil de 2.10^{-6} est atteint.

Pour l'éprouvette de retrait, non chargée, notons $\epsilon_{ret}(t)$ la déformation enregistrée au cours du temps t . Il s'agit,

dans la configuration choisie, de retrait endogène, sans échange avec l'extérieur.

Pour l'éprouvette de fluage, soumise à une contrainte de compression constante σ_{app} , notons $\epsilon_{fl}^{total}(t)$ la déformation enregistrée. Le béton de l'éprouvette de fluage est sujet au retrait. Une hypothèse communément admise est de découpler les effets du retrait des effets de fluage. De plus, en supposant un comportement visco-élastique linéaire, on s'affranchit de la contrainte de chargement en définissant la fonction complaisance $J(t)$ par :

$$J(t) = \frac{\epsilon_{fl}^{total}(t) - \epsilon_{ret}(t)}{\sigma_{app}}$$

Cette fonction, déterminée à partir d'un essai, permet, connaissant la contrainte probable appliquée à un ouvrage, de calculer les déformations différences. Par la suite, nous présenterons nos résultats sous forme de graphiques « complaisance-temps $J(t)$ ».

Résultats expérimentaux

Le programme de chargement est rappelé sur la figure 2, avec cette fois les déchargements effectués à vingt-huit jours pour les éprouvettes chargées à trois jours, et à deux cent dix jours (sept mois) pour les éprouvettes chargées à vingt-huit jours.

La même éprouvette de retrait est utilisée pour déterminer la complaisance aux âges de chargement de trois jours et de vingt-huit jours. Le déchargement à vingt-huit jours des éprouvettes âgées de trois jours doit nous permettre de voir si une durée d'essai limitée à un mois conduit à des résultats intéressants. Si tel est le cas, ce type d'essai pourrait être réalisé juste avant le démarrage d'un chantier.

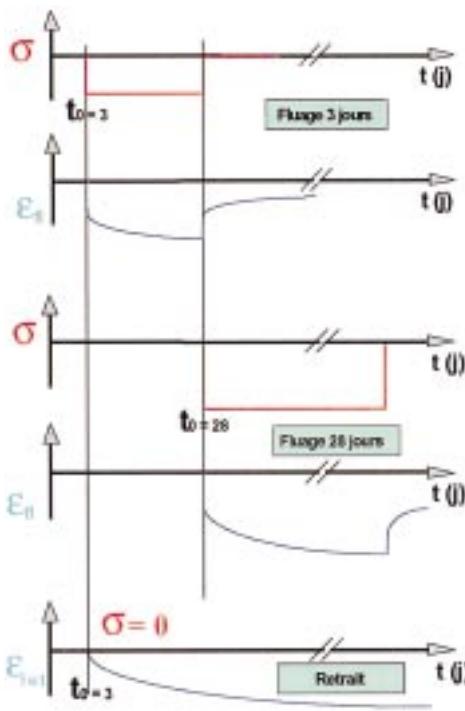


Fig. 2 - Programme expérimental de chargement-déchargement.

Au total, seize bâts de fluage et huit extensomètres de retrait ont été nécessaires pour réaliser cette étude.

Il est à noter que l'investissement en matériel que nécessite une telle étude est très important, au regard des coûts des bâts de fluage, de celui des seize extensomètres utilisés, de l'acquisition automatique, de la salle climatisée et du temps de personnel, auxquels s'ajoute tout ce qui concerne la préparation des moules et éprouvettes (coulage, protection, rodage, etc.) et la réalisation des essais de compression/module.

Le coût total de cette étude peut être estimée à environ 300 kF. C'est vraisemblablement la raison essentielle pour laquelle cette étude n'a, à notre connaissance, jamais été effectuée, nulle part au monde.

Les résultats obtenus pour le chargement à trois jours sont présentés sur la figure 3a.

Que ce soit pour le chargement à trois jours (fig. 3a) ou le chargement à vingt-huit jours (fig. 3b), nous avons porté sur ces graphes, en plus des résultats expérimentaux de complaisance, la courbe moyenne $\bar{J}(t)$ et représenté l'intervalle de confiance sur la moyenne, déterminée à l'aide du test de Student pour une probabilité de 95 %.

L'intervalle de confiance sur la moyenne $\bar{J}(t)$ est défini, pour une probabilité donnée, par :

$$\bar{J}(t) - C_s \cdot s_j(t) \leq \bar{J}(t) \leq \bar{J}(t) + C_s \cdot s_j(t)$$

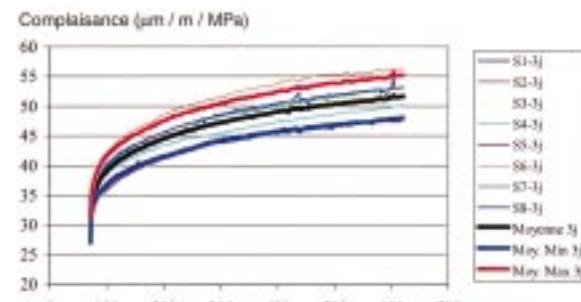
où C_s désigne le coefficient de Student et $s_j(t)$ l'écart-type des résultats de mesure à l'instant t .

Pour les éprouvettes de fluage chargées à trois jours ou à vingt-huit jours, au moment du déchargement, l'intervalle de confiance sur la moyenne est, dans les deux

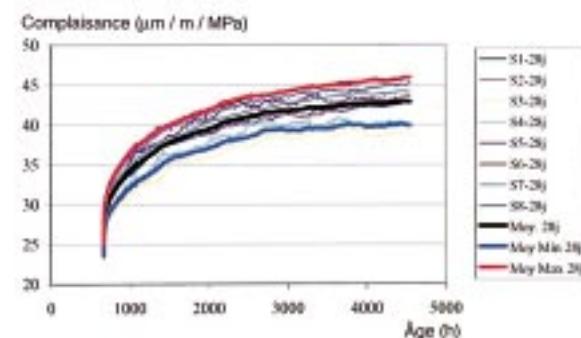
cas, de $\pm 7\%$. Cette valeur nous donne une indication sur la dispersion à la fin de nos essais.

Sur le graphique de la figure 4, en plus des intervalles de confiance sur les moyennes obtenus précédemment, apparaît la représentation des données de fluage issues de travaux passés [2], sur la même formule de béton. Cette fois, les résultats sont représentés sous une forme conventionnelle en échelle semi-logarithmique. Ces nouvelles courbes expérimentales s'inscrivent parfaitement dans les faisceaux représentant les intervalles de confiance sur les moyennes expérimentales des résultats de notre campagne de répétabilité.

La problématique de notre étude est d'être capable, à partir d'un *seul essai* de fluage/retrait, d'estimer un



a. - Chargement à trois jours.



b. - Chargement à vingt-huit jours.

Fig. 3 - Complaisances expérimentales et estimation de la moyenne pour le béton B0.

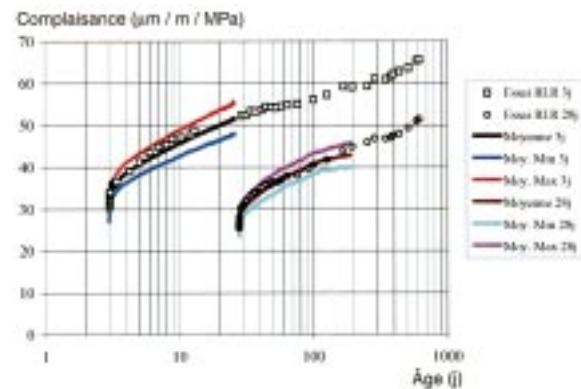


Fig. 4 - Comparaison des intervalles de confiance (valeurs moyenne Moy., minimale Min. et maximale Max.) et des résultats d'essais à long terme sur le béton B0 (essais RLR).

intervalle de confiance sur la complaisance, qui soit représentatif de ce que l'on obtiendrait si une campagne de répétabilité avec des mesures à long terme (plusieurs années) était effectuée. C'est pourquoi nous avons développé une technique de traitement statistique basée sur l'emploi de régression linéaire avec poids après changement de variable.

Traitement statistique des données de répétabilité

Principe et objectif du traitement de données

L'objectif du traitement proposé ici est d'être capable, à partir de mesures effectuées pendant une durée relativement courte (environ six mois), d'évaluer la dispersion des essais à long terme (plusieurs années).

Les valeurs de complaisance en [$\mu\text{m}/\text{m}/\text{MPa}$] sont déterminées expérimentalement en fonction du temps [h].

Au lieu de caler directement une fonction non linéaire sur ce type de courbe expérimentale, nous avons choisi d'effectuer un changement de variable sur la complaisance. En admettant que la complaisance est une fonction qui varie en $1/t$ (modèle considéré dans le BPEL par exemple), ce changement de variable permettra de rendre linéaire cette courbe, et ainsi d'ajuster automatiquement une droite des moindres carrés, en prenant certaines précautions.

Le changement de variable choisi est indiqué dans le tableau II.

TABLEAU II
Changement de variable

x_i (temps)	x_i
y_i (complaisance)	$z_i = \frac{x_i - x_0}{y_i - y_0}$
(x_0, y_0) valeurs instantanées initiales	

Ce changement de variable implique obligatoirement de pondérer les valeurs originales, afin de propager l'erreur observée sur y vers la nouvelle variable z transformée de y . La variance initiale calculée sur y_i sera alors égale à celle déterminée à partir des \hat{y}_i .

Régression linéaire avec poids après changement de variable

Chacun des points est affecté d'un poids w_i , dont l'expression est donnée par :

$$w_i = \frac{(y_i - y_0)^4}{(x_i - x_0)^2}$$

Cette relation nous assure que la variance calculée sur y_i et celle calculée sur $\sqrt{w_i} \cdot z_i$ sont égales [4]. Une estimation des coefficients $\hat{\beta}_0$ et $\hat{\beta}_1$ de la droite de régression $z_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \alpha_i$ est donnée par :

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i z_i \sum_{i=1}^n w_i - \sum_{i=1}^n w_i z_i \sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i x_i^2 \sum_{i=1}^n w_i - \sum_{i=1}^n w_i x_i \sum_{i=1}^n w_i x_i}$$

et

$$\hat{\beta}_0 = \frac{\sum_{i=1}^n w_i z_i - \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

À cette droite de régression correspond la fonction $\hat{y}_i = -b + \frac{c}{x_i + a}$, avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} b = \frac{-1}{\hat{\beta}_1} - y_0 \\ a = -\hat{\beta}_0(y_0 + b) \\ c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i + a)(y_i + b) \end{array} \right.$$

avec n le nombre de points de mesure.

À titre d'exemple, en appliquant cette méthode aux résultats d'essais précédents, on obtient les résultats du tableau III. La droite modèle obtenue est tracée sur la figure 5 et le modèle est comparé avec les données d'origine sur la figure 6.

TABLEAU III
Résultats de la régression linéaire avec poids sur l'essai S1-28j

x_0	672
y_0	24,27
$\hat{\beta}_1$	0,055
$\hat{\beta}_0$	-25,417

Le coefficient R^2 vaut 0,996, ce qui justifie en partie le choix du changement de variable effectué.

Les résidus, qui nous indiquent si notre démarche est correcte, doivent être représentés sous la forme de résidus pondérés $\sqrt{w_i} e_i = \sqrt{w_i} (z_i - \hat{z}_i)$ tracés en fonction de $\sqrt{w_i} \hat{z}_i$ et de $\sqrt{w_i} x_i$ (fig. 7) [5].

Le tracé des résidus pondérés en fonction de $\sqrt{w_i} z_i$ nous indique que, pour les premiers points, les erreurs de modélisation sont importantes, comparativement aux valeurs obtenues pour les derniers points, d'où l'idée d'améliorer la démarche de traitement, en imposant

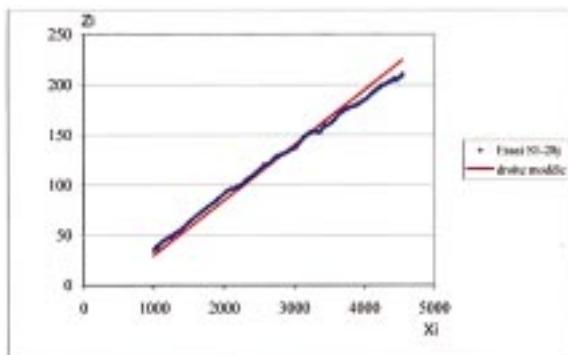


Fig. 5 - Résultat de la régression linéaire avec poids.

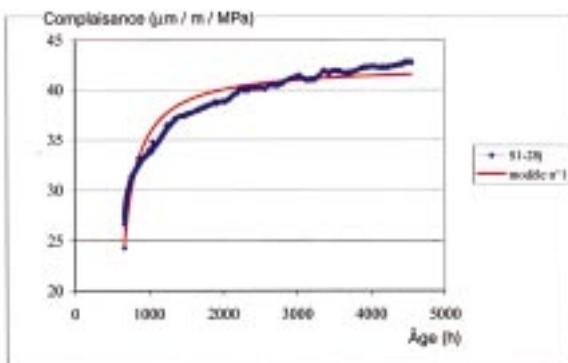


Fig. 6 - Comparaison entre le modèle avec poids et l'essai S1-28j.

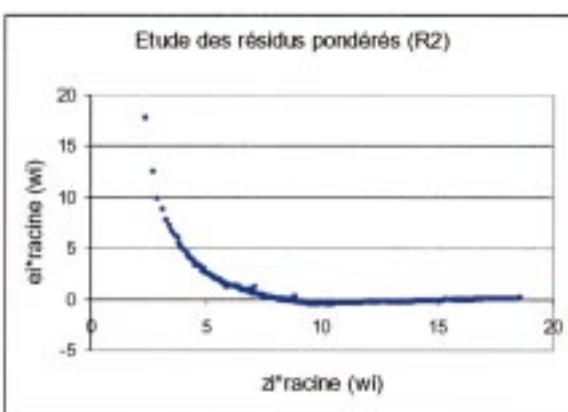
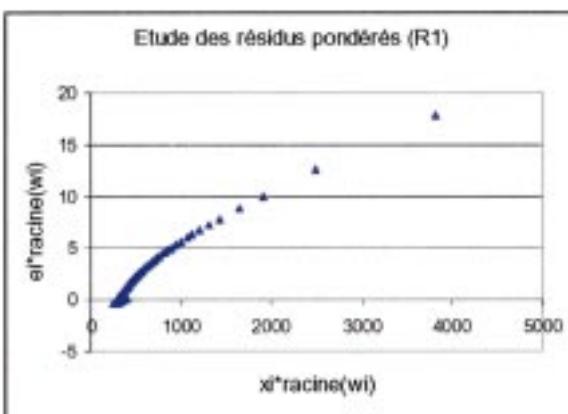


Fig. 7 - Tracés des résidus pondérés.

sant un seuil initial de traitement des données. Cette approche fait l'objet du paragraphe suivant.

Physiquement, le modèle de fluage en $1/t$ conduit à surestimer la complaisance à court terme, et sans doute à une légère sous-estimation à long terme. Pour éviter ce biais, on ne prendra pas en compte les valeurs à court terme ($t < 2000$ h) pour caler le modèle. Une autre approche, non étudiée ici, consisterait à considérer un modèle en $1/\sqrt{t}$.

Régression linéaire avec poids et seuil après changement de variable

Afin de s'affranchir des erreurs liées aux premiers points de la courbe expérimentale, nous choisissons un seuil égal à 2 000 heures, qui délimite l'ensemble de points qui seront traités à l'aide de la technique précédente.

Les paramètres obtenus sont donnés dans le tableau IV.

TABLEAU IV
Résultats de la régression linéaire avec poids et seuil sur l'essai S1-28j

x_0	672
y_0	24,27
$\hat{\beta}_1$	0,048
$\hat{\beta}_0$	-6,202

La droite modèle correspondante est tracée sur la figure 8, et la comparaison entre modèle et valeurs expérimentales est présentée sur la figure 9.

Avec cette méthode de traitement statistique, on s'affranchit des problèmes d'erreurs de modélisation liés à la prise en compte des premiers points de mesure. Avec ce choix d'un seuil à 2 000 h, on obtient *a priori* un résultat satisfaisant : $R^2 = 0,999$, pour l'ensemble des points pris en compte dans l'analyse, à savoir entre le seuil de 2 000 et 5 000 heures.

Les résidus pondérés sont tracés sur la figure 10. On ne remarque pas de tendance particulière qui indiquerait une divergence des résidus, et les valeurs obtenues sont faibles.

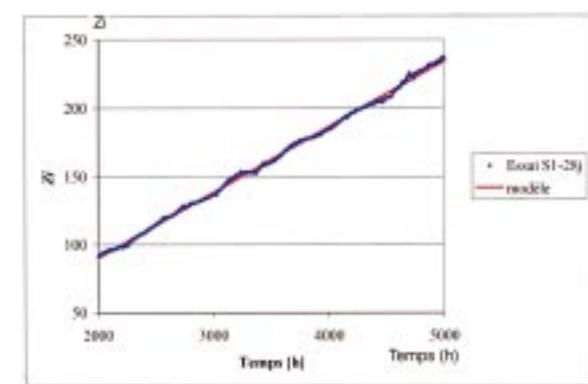


Fig. 8 - Régression linéaire avec poids et seuil à 2 000 heures.

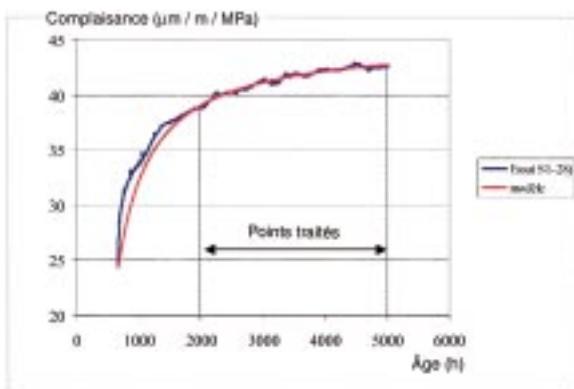


Fig. 9 - Comparaison entre le modèle et l'essai S1-28j.

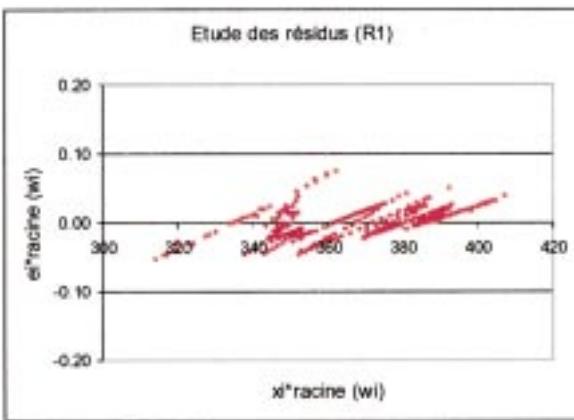


Fig. 10 - Résidus pondérés dans le cas de régression linéaire avec seuil, après changement de variable.

Nous considérons alors que cette méthode est applicable à chacun des essais de l'étude de répétabilité. Le principe complet de cette méthode de dépouillement particulière est synthétisé dans le paragraphe suivant.

Bilan : méthode de traitement des résultats d'essais

L'objectif de ce paragraphe est de rappeler l'ensemble de la démarche adoptée ici, afin qu'elle puisse être employée par d'autres utilisateurs.

Pour un essai dont les mesures sont enregistrées pendant une durée de six mois, on effectue les opérations suivantes :

- x_0 et y_0 connus
- sélection des couples de valeurs (x_i, y_i) pour $x_i \geq 2000$ h
- changement de variable

$$z_i = \frac{x_i - x_0}{y_i - y_0}$$

➤ calcul des poids

$$w_i = \frac{(y_i - y_0)^4}{(x_i - x_0)^2}$$

➤ régression linéaire avec poids

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i z_i \sum_{i=1}^n w_i - \sum_{i=1}^n w_i z_i \sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i x_i^2 \sum_{i=1}^n w_i - \sum_{i=1}^n w_i x_i \sum_{i=1}^n w_i x_i}$$

$$\text{et } \hat{\beta}_0 = \frac{\sum_{i=1}^n w_i z_i - \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

➤ détermination des paramètres du modèle

$$\hat{y}_i = -b + \frac{c}{x_i + a}, \text{ avec } \begin{cases} b = \frac{-1}{\hat{\beta}_1} - y_0 \\ a = -\hat{\beta}_0(y_0 + b) \\ c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i + a)(y_i + b) \end{cases}$$

➤ contrôle sur les résidus pondérés

$$\sqrt{w_i} e_i = \sqrt{w_i} (z_i - \hat{z}_i)$$

en fonction de $\sqrt{w_i} \hat{z}_i$ et de $\sqrt{w_i} x_i$

➤ détermination de la limite à l'infini $-b = \frac{1}{\hat{\beta}_1} + y_0$.

En effet, le choix du changement de variable précédent, dont on a montré la qualité par l'étude des résidus pondérés, est tel que la courbe modèle tend vers $-b$ à l'infini. Nous avons donc une estimation de la complaisance à long terme.

Le principe employé par la suite consiste à appliquer cette méthode de régression linéaire avec poids et seuil, après changement de variable, à tous les résultats de notre étude de répétabilité, à estimer, par essai, une valeur de complaisance à l'infini, puis à traiter l'ensemble de ces valeurs.

Application aux essais de fluage sur éprouvettes chargées à trois jours

Le seuil est pris ici égal à 200 heures, et l'ensemble de la procédure est automatisée à l'aide d'une macro commande Excel. Les résultats obtenus sont synthétisés dans le tableau V.

La moyenne de la complaisance estimée à long terme est égale à $55,245 \pm 5\% [\mu\text{m}/\text{m}/\text{MPa}]$.

TABLEAU V
Estimation de la valeur de complaisance à long terme
dans le cas des éprouvettes chargées à trois jours

N° Essai	Valeur limite [μm/m/MPa]	Moyenne [μm/m/MPa]	Écart-type	Intervalle de confiance P = 95 %
S1-3j	51,273	J _{moyen} 55,245	s _{3j} 3,263	valeur maximale 57,97 valeur minimale 52,52
S2-3j	55,110			
S3-3j	55,868			
S4-3j	53,594			
S5-3j	51,052			
S6-3j	60,812			
S7-3j	57,092			
S8-3j	57,156			

Dans l'hypothèse où les résultats d'*un seul essai* conduisent à une estimation correcte de la complaisance à long terme, on suppose que la valeur de l'écart-type sur la moyenne $s_{3j} = 3,263$ est une bonne estimation de l'écart-type qui serait obtenu si l'on effectuait un nombre très important d'essais. Avec un coefficient de Student égal à $C_{0,975}(7) = 2,365$, l'intervalle de confiance sur l'essai réalisé est donc de

$$\pm \frac{C_{0,975}(7) \cdot s_{3j}}{J_{moyen}} \approx \pm 14 \text{ %}.$$

Ainsi, pour un essai de fluage/retrait et un chargement à trois jours, il sera possible d'estimer la complaisance à long terme et surtout d'agrémenter nos résultats de cette valeur de dispersion égale à 14 % pour la valeur à long terme.

Application aux essais de fluage sur éprouvettes chargées à vingt-huit jours

Le même principe est appliqué dans le cas des éprouvettes chargées à vingt-huit jours, avec un seuil égal à 2 000 h (tableau VI).

TABLEAU VI
Estimation de la valeur de complaisance à long terme
dans le cas des éprouvettes chargées à vingt-huit jours

N° Essai	Valeur limite [μm/m/MPa]	Moyenne [μm/m/MPa]	Écart-type	Intervalle de confiance P = 95 %
S1-28j	45,047	J _{28j,∞} 45,231	s _{28j} 3,153	valeur maximale 47,87 valeur minimale 42,59
S2-28j	46,947			
S3-28j	41,008			
S4-28j	40,723			
S5-28j	43,844			
S6-28j	49,201			
S7-28j	47,302			
S8-28j	47,777			

La moyenne de la complaisance estimée à long terme est égale à $45,23 \pm 5,8 \text{ %} [\mu\text{m}/\text{m}/\text{MPa}]$.

Dans le cas du traitement statistique d'*un seul essai*, avec $s_{28j} = 3,153$ $C_{0,975}(7) = 2,365$, l'intervalle de confiance sur l'essai réalisé est de

$$\pm \frac{C_{0,975}(7) \cdot s_{28j}}{J_{28j,\infty}} \approx \pm 16,5 \text{ %}.$$

Vérification de la méthode par utilisation de résultats d'essais à long terme

Nous allons maintenant appliquer cette méthode de traitement statistique aux essais extérieurs à notre campagne de répétabilité (*cf. fig. 4*).

Pour cela, nous ne prenons en compte que les valeurs de complaisance correspondant à des temps compris entre 2 000 et 5 000 heures pour l'éprouvette chargée à vingt-huit jours (essai RLR-28j). Pour l'éprouvette chargée à trois jours (essai RLR-3j), d'une part nous n'utilisons que les points de mesure obtenus lors du premier mois de chargement, et d'autre part les points enregistrés lors des six premiers mois de chargement.

Nous obtenons alors une estimation de la complaisance à long terme, pour chacun de ces deux essais (tableau VII).

TABLEAU VII
Exemples d'application de la méthode

Âge du béton au chargement	Intervalles de temps pris en compte	Valeur de complaisance estimée à l'infini [μm/m/MPa]
3 jours	200 h ≤ t ≤ 700 h (mesures 28 j)	54,81 ± 14,0 %
3 jours	200 h ≤ t ≤ 5 000 h (mesures 6 mois)	59,12 ± 14,0 %
28 jours	2 000 h ≤ t ≤ 5 000 h	50,14 ± 16,5 %

Il s'agit là de la même composition de béton que celle employée dans notre étude de répétabilité ; les intervalles de confiance obtenus précédemment sont donc valides.

Pour les éprouvettes de béton chargées à trois jours, rappelons que l'intervalle de confiance sur la complaisance à long terme a été déterminé après vingt-huit jours d'essais, alors que celui issu des résultats d'essais au chargement de vingt-huit jours provient de valeurs obtenues après six mois d'essais. Dans le tableau VII, ces intervalles sont, par hypothèse, pris constants, quel que soit l'âge du béton au moment du déchargement.

En ce qui concerne l'essai de chargement à vingt-huit jours, outre le point (x_0, y_0) correspondant à l'âge de chargement et à la valeur de déformation élastique instantanée, seuls six couples de valeurs ont été utilisés. Dans le cas du chargement à trois jours, nous disposons

de dix-neuf couples de valeurs pour une durée d'essai de six mois, et de six couples pour une durée d'essai de six mois.

Ces chiffres sont à comparer avec ceux dont on dispose aujourd'hui : avec notre système d'acquisition automatique sur seuil, chacun des essais de l'étude de répétabilité nous fournit environ 600 points pour le premier mois de chargement, et 1 100 points pour les essais d'une durée de six mois.

À partir du traitement statistique précédent, il est alors possible de représenter sur un même graphe (fig. 11 et 12), d'une part, la valeur de la complaisance estimée à long terme et son intervalle de variation et, d'autre part, l'ensemble des points expérimentaux disponibles et non encore utilisés.

Cas de l'éprouvette chargée à trois jours

À partir des mesures obtenues après un mois d'essai, l'estimation de la complaisance à long terme est d'environ $50 \mu\text{m}/\text{m}/\text{MPa}$. Mais les points expérimentaux après près d'un an et demi d'essai (fig. 11a) se situent en dehors de l'intervalle de confiance de $\pm 14\%$, obtenu par traitement des essais S-3j.

Notre méthode, qui consiste ici à ne traiter que le premier mois de mesure, sous-estime donc la complaisance à long terme. L'intervalle de confiance sur la complaisance à long terme devrait être au moins égale à $\pm 18\%$, pour que le dernier point enregistré se situe dans le faisceau.

Lorsque les points de mesure enregistrés pendant six mois sont pris en compte, la courbe expérimentale se situe bien dans le faisceau (fig. 11b).

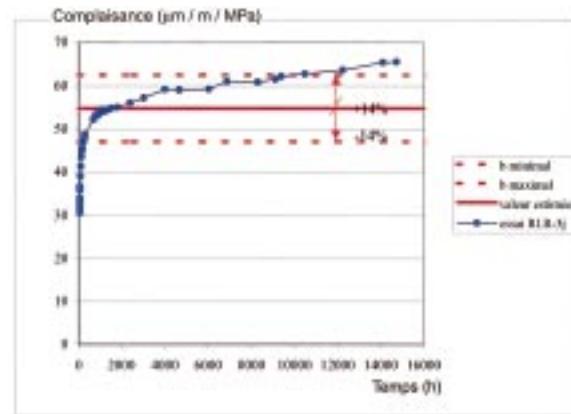
Il est à noter, d'une part, que l'exploitation d'un mois de mesures sur éprouvettes chargées à trois jours nous donne cependant une information intéressante sur les valeurs de complaisance à long terme, même si les valeurs proposées sont des valeurs par défaut. Ainsi, on peut effectuer l'analyse d'essais réels en parallèle avec le chantier, en traitant les résultats d'un mois de mesure, puis en affinant les résultats pendant de six mois de mesure.

Rappelons toutefois que l'intervalle de confiance a été déterminé à partir d'un mois de mesures, et que nous ne disposons pas de cette estimation après six mois de mesures. Il est probable que l'intervalle de confiance qui serait alors calculé sur un nombre de mois plus important serait plus élevé que $\pm 14\%$, peut-être de l'ordre de $\pm 20\%$, ce qui reste à confirmer.

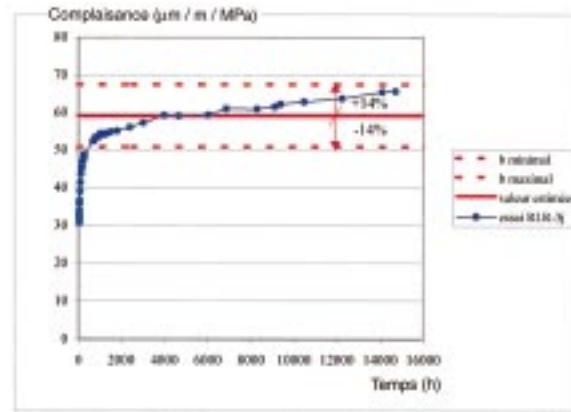
Cas de l'éprouvette chargée à vingt-huit jours

Dans l'exemple traité, la courbe expérimentale se situe dans le faisceau obtenu (fig. 12), ce qui montre que notre méthode d'estimation est correcte.

Ainsi, pour un essai de flUAGE sur éprouvette de béton âgée de vingt-huit jours, on effectuera des mesures pendant au minimum six mois. Le traitement des points expérimentaux compris entre 2 000 et 5 000 h, avec la dispersion expérimentale, affectée à un essai, égale à $\pm 16,5\%$, nous conduira à une estimation correcte de la complaisance à long terme.



a. - À partir de vingt-huit jours de mesures et à partir du traitement de l'essai RLR, avec poids et seuil à 200 heures.



b. - À partir de six mois de mesures et à partir du traitement avec poids et seuil à 200 heures.

Fig. 11 - Chargement à trois jours. Comparaison de l'estimation à long terme et des valeurs expérimentales.

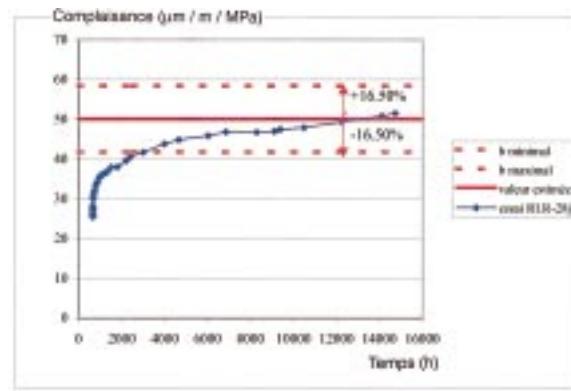


Fig. 12 - Chargement à vingt-huit jours. Comparaison de l'estimation à long terme et des valeurs expérimentales à partir du traitement avec poids et seuil à 2 000 heures.

Conclusion

Nous avons effectué une étude lourde de la répétabilité des essais de fluage, en conditions endogènes, et montré que la dispersion d'un seul essai est de l'ordre de $\pm 16,5\%$ (chargement à vingt-huit jours) et plutôt de l'ordre de $\pm 20\%$, lorsque toutes les précautions concernant les procédures de réalisation des éprouvettes et les procédures d'essais sont prises : il est à noter qu'une étude de répétabilité sur la résistance uniaxiale à la compression a conduit, en laboratoire, à des valeurs de l'ordre de $\pm 7\%$, représentatives de la dispersion intrinsèque du matériau vis-à-vis de sollicitations instantanées.

Les intervalles de confiance issus de la présente étude sont à comparer avec les écarts entre modèles réglementaires et essais, qui varient de 30 à 50 % [6].

Les courbes traitées ici sont les courbes des complaisances, recalées au même point correspondant au chargement instantané. Il conviendrait dans un futur proche d'effectuer une analyse précise de la dispersion liée à la valeur de la contrainte effectivement appliquée sur l'éprouvette.

En effet, l'intervalle de confiance de $\pm 16,5\%$ est appliqué directement sur un seul essai d'un béton de composition quelconque car, en l'absence de résultats d'essais de répétabilité sur d'autres classes de béton, par exemple un B20, un B60 et un B80, nous considérons (pour l'instant), par méconnaissance, que cet intervalle est constant. Cette extrapolation reste quelque peu brutale et il s'agit donc d'un premier pas.

Il est également envisagé d'appliquer notre technique de traitement statistique aux courbes brutes d'essais (résultats d'essais de fluage et résultats d'essais de retrait), afin de tenter de découpler les deux phénomènes.

Les résultats présentés semblent montrer qu'un essai d'une durée de six mois, pour une éprouvette chargée à vingt-huit jours ou à trois jours, conduit à des résultats satisfaisants pour l'estimation de la complaisance à long terme. Cette constatation doit maintenant être vérifiée par l'application de notre méthode à d'autres essais sur des bétons d'autres compositions, dont les résultats sont disponibles dans la base données de la division Bétons et composites cimentaires du LCPC.

Le traitement des données enregistrées pendant un mois, dans le cas d'une éprouvette chargée à trois jours, permet d'estimer à $\pm 20\%$ la complaisance à long terme du béton testé : cette analyse, bien qu'insuffisante, fournit déjà quelques renseignements sur le comportement différé du béton. Ces essais doivent au moins être poursuivis pendant six mois.

D'un point de vue pratique, chaque résultat contractuel de complaisance sera complété par l'estimation de la complaisance à long terme, avec le tracé de son intervalle de variation. Chaque ingénieur pourra alors, si le projet le nécessite, effectuer un calcul en fourchette.

Enfin, par des modifications de nos bâtis de fluage ou des procédures actuelles d'essais, des essais de fluage sur éprouvettes carottées peuvent être envisagées. La prise en compte des dispersions réelles sur le matériau, liées au chantier et supérieures à celle obtenue en laboratoire ($\pm 7\%$ sur la résistance à la compression), nous imposera alors d'effectuer *plusieurs* essais, dont le nombre reste encore à déterminer : un seul essai sur éprouvette carottée d'ouvrage est insuffisant.

Nous essayerons également, dans un futur proche, d'appliquer la méthode de traitement statistique développée au cas d'une fonction fluage en $1/\sqrt{t}$, afin d'obtenir à la fois une meilleure précision de la complaisance à court terme et une meilleure précision de la complaisance à long terme.

Remerciements. Les auteurs remercient M. Peybernard pour ses précieux conseils lors de la réalisation de ce travail.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] TOUTLEMONDE F., LE MAOU F. (1996), Protection des éprouvettes de béton vis-à-vis de la dessiccation. Le point sur quelques techniques de laboratoires, *Bulletin des laboratoires des Ponts et Chaussées*, **203**, pp. 105-119.
- [2] LE ROY R. (1996), *Déformations instantanées et différées des bétons à hautes performances*, Collection Études et recherches des laboratoires des Ponts et Chaussées, série Ouvrages d'art, **OA 22**, 376 pages.
- [3] TORRENTI J.-M., DANTEC P., BOULAY C., SEM-BLAT J.-F. (1999), Projet de processus d'essai pour la détermination du module de déformation longitudinale du béton, Note technique, *Bulletin des laboratoires des Ponts et Chaussées*, **220**, pp. 79-81.
- [4] PEYBERNARD J. (1997), *Méthodes statistiques pour l'exploitation des mesures, Module 3*, Formation continue LCPC, 123 pages.
- [5] MONTGOMERY D.C., PECK E.A. (1981), *Introduction to linear regression analysis*, Wiley-Interscience, J. Wiley & Sons ed., ISBN 0471-02995-5, 240 pages.
- [6] LE ROY R., de LARRARD F., PONS G. (1996), Calcul des déformations instantanées et différées des bétons à hautes performances, *Bulletin des laboratoires des Ponts et Chaussées – Spécial XIX*, Extension du domaine d'application des règlements de calcul BAEL-BPEL aux bétons à 80 MPa, pp. 63-84.

ABSTRACT**Investigation of the repeatability of creep tests on concrete test specimens**

J.-L. CLÉMENT, F. LE MAOU

Prescribed models must be applied in order to take account of the long term behaviour of concrete during the design of reinforced or prestressed concrete structures. For more precise studies, project managers use experimental results from creep/shrinkage tests on cylindrical test specimens with a diameter of 6 cm and a height of 100 cm. These samples may or may not have protection from desiccation and are loaded to 30% of their characteristic compressive strength as determined by tests on specimens measuring 16 × 32 cm.

A single creep/shrinkage test was performed in the normal manner, under specified hydric exchange conditions. The purpose of this paper is to estimate the experimental dispersion of the laboratory compliance and the long term compliance, with a confidence interval. This study is based on a campaign to investigate the repeatability of delayed tests which was started in 1998.