

Méthodes statistiques de prévision de l'évolution d'une chaussée

Philippe LEPERT

Laboratoire Central des Ponts et Chaussées

Yves SAVARD

Diane LEROUX

Ministère des transports du Québec

Michel RÊCHE

Laboratoire Central des Ponts et Chaussées

RÉSUMÉ

Cette étude, conduite par le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC) en collaboration avec la Direction du Laboratoire des Chaussées du Ministère des transports du Québec (DLC/MTQ), a permis d'évaluer différentes méthodes de modélisation de l'évolution des chaussées, en testant notamment leur application au traitement de données issues d'un programme de suivi de sections tests.

Trois méthodes ont été considérées :

- 1 – une méthode associant un procédé d'ajustement itératif et une régression multilinéaire ;
- 2 – une méthode résultant de l'application de la théorie des « lois de survie » et, enfin,
- 3 – une méthode statistique de régression non linéaire.

Ces trois méthodes sont présentées en détail et on montre comment -et dans quelles limites- elles peuvent permettre d'identifier les variables qui gouvernent le comportement des chaussées (variables dites « explicatives »). Elles sont ensuite appliquées aux données issues du programme de suivi de sections tests du MTQ, pour modéliser l'évolution de la fissuration de retrait thermique sur les chaussées souples (c'est-à-dire bitumineuses épaisses).

L'étude montre l'importance et la difficulté d'identifier les variables explicatives des évolutions modélisées. Pour y remédier partiellement, une hypothèse, dite de « robustesse » des sections, est introduite. Elle permet notamment de prendre en compte les variables explicatives non identifiées et, ainsi, de passer de façon plus rigoureuse du comportement d'une famille à celui d'une section particulière de la famille.

DOMAINE : *Route.*

ABSTRACT

STATISTICAL METHODS USED FOR PREDICTING PAVEMENT EVOLUTION

This study, conducted as a joint undertaking by the LCPC laboratory and the Quebec Transportation Ministry's Roads Laboratory Division (DLC/MTQ), has enabled evaluating various methods for modeling pavement evolution, in particular by testing their applicability to the data stemming from a test-section monitoring program.

Three methods have been considered herein; they have been derived from:

- 1) association of an iterative adjustment process with a multilinear regression;*
- 2) application of "survival laws" theory; and*
- 3) non-linear regression.*

Each of these three methods is discussed in depth and it will be shown both how and to what extent they enable identifying the set of variables that govern pavement behavior (the so-called "explanatory" variables). These methods then get applied to data yielded from the Quebec Transportation Ministry's test section monitoring program in order to model the evolution of thermal shrinkage cracking on flexible pavements (i.e. pavements containing thick bituminous layers).

This study has demonstrated both the importance and difficulty involved in identifying the explanatory variables behind the trends encountered during modeling. To overcome at least in part this difficulty, a so-called "robust" section hypothesis has been introduced; its purpose is intended to incorporate the explanatory variables heretofore unidentified and hence correlate with a greater level of precision the behavior of a given family with that of a specific section in this family.

FIELD : *Roads.*

INTRODUCTION

L'optimisation de la gestion de l'entretien des réseaux routiers n'a de sens que si elle s'appuie sur des méthodes prévisionnelles qui permettent de fixer des objectifs de niveau de service sur le long terme, et de s'assurer de leur compatibilité avec les moyens économiques et financiers disponibles pour les atteindre. L'approche généralement mise en œuvre consiste à définir des stratégies d'entretien et à en simuler l'application à moyen terme pour bâtir une programmation pluriannuelle des travaux, et à long terme pour fournir une estimation des moyens nécessaires et des objectifs atteints avec ces stratégies [1]. Pour mettre en œuvre cette démarche, il est indispensable de disposer de modèles de

prédiction du comportement dans le temps des chaussées et de l'effet des travaux d'entretien. On conçoit aisément que la fiabilité de ces modèles, qui passe par une définition sûre de leur domaine d'emploi et une bonne précision dans ce domaine, détermine largement la pertinence des décisions d'entretien, et notamment des choix de stratégies. Les enjeux sont considérables, car ces décisions concernent des réseaux routiers entiers, portent sur de longues périodes et engageant, de ce fait, des budgets très importants. L'inadaptation d'une stratégie d'entretien aux objectifs visés ou aux moyens disponibles n'apparaît souvent qu'après bien des années, alors que les mesures correctives à mettre en œuvre sont devenues inévitablement très lourdes. Par ailleurs, les modèles de comportement des chaussées présentent d'autres applications potentielles intéressantes. Ainsi, ils permettent de réduire la fréquence des opérations de recueil de données routières, en ouvrant la possibilité de fournir des données de synthèse exploitables entre deux collectes *in situ* [2]. Toutefois, là encore, la fiabilité des modèles est une condition indispensable à leur utilisation.

Il n'est donc pas étonnant que le sujet soit régulièrement abordé, depuis plus de vingt ans dans les communications scientifiques et techniques qui traitent d'entretien routier. Malheureusement, les méthodes de modélisation qui ont été décrites et mises en œuvre jusqu'à présent ne présentent pas la robustesse propre à assurer les qualités requises par les enjeux.

On établit généralement le modèle de comportement d'un type de chaussées en suivant, sur une certaine période, l'évolution d'un échantillon représentatif de sections, et en analysant les observations ainsi faites par des méthodes statistiques. La fiabilité du modèle dépend directement de la qualité de la base de données (sa représentativité, sa richesse, sa justesse) et de celle de la méthode d'analyse (sa rigueur et, surtout, son adéquation aux caractéristiques de la base de données). Dans l'étude qui est rapportée ici, et dont les applications ont fait l'objet de plusieurs publications [2-5], on applique différentes méthodes d'analyse aux données recueillies dans le cadre d'un programme de suivi de sections tests. On précise ainsi les conditions requises, tant sur la base de données que sur les méthodes d'analyse, pour que ce type de démarches produise des modèles utilisables pour gérer l'entretien routier.

GÉNÉRALITÉS

Contexte de l'étude

Comme la plupart des organismes de recherche routière, le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC) et la Direction du Laboratoire des Chaussées du Ministère des transports du Québec (DLC/MTQ) étudient, depuis plusieurs années, la modélisation de l'évolution du comportement des chaussées. Le LCPC a travaillé au développement de méthodes de modélisation statistiques, en recherchant notamment celles capables d'appréhender correctement les interactions entre les caractéristiques intrinsèques des chaussées (leur structure, leur rigidité, etc.), leurs sollicitations (trafic, climat) et leur comportement. Il en a fourni, en 1996, une première application [6] sur la base de données constituée à partir des auscultations systématiques du Réseau Routier National français (opérations IQRN). Cette base contient près de 150 000 sections, mais assez peu d'informations sur leurs caractéristiques intrinsèques. De plus, en 1996, un seul relevé était disponible sur chaque section. Cela limite beaucoup la portée de cette première tentative, tant en terme d'évaluation des méthodes que de valeur des modèles obtenus. De son côté, la DLC/MTQ a conduit un programme de suivi de sections tests, dont elle s'efforce, aujourd'hui, de tirer le meilleur parti, à la fois pour mieux comprendre le comportement de ses chaussées, pour optimiser les campagnes de recueil de données routières qu'elle mène chaque année, et pour faire progresser ses procédures de gestion d'entretien. Ce programme couvre quelques centaines de sections très bien renseignées (structure, trafic, climat, etc.) et sur lesquelles on dispose généralement de plusieurs relevés successifs. La DLC/MTQ recherchait des méthodes de modélisation permettant de tirer le meilleur parti de cette base. Les échanges réguliers qui existent entre ces deux organismes ont permis de faire apparaître la complémentarité de leurs démarches.

Dans ces conditions, une coopération entre les deux organismes apparaissait prometteuse. L'appui de la Commission Permanente France-Québec a permis de concrétiser ce projet dans lequel la DLC/MTQ apporte la qualité et la richesse de sa base de sections tests, son expertise en statistique routière, ainsi que son expertise du comportement des chaussées soumises à des hivers rigoureux, et le LCPC son expérience dans l'application d'outils de modélisation, notamment de type « Lois de survie ».

Terminologie

Les informations jouant un rôle essentiel en gestion de l'entretien routier peuvent se classer en trois catégories :

- ① les caractéristiques intrinsèques de la chaussée : son dimensionnement, les propriétés des matériaux qui la constituent, etc. ; ces informations sont assimilées à des constantes -généralement établies en début de vie de la section- aussi longtemps que la chaussée ne fait pas l'objet de travaux d'entretien ;
- ② les caractéristiques des sollicitations qui s'appliquent à la chaussée : volume et agressivité du trafic, rigueur du climat ; elles peuvent varier durant la vie de la chaussée, mais ces variations se ramènent à un jeu de paramètres fixes durant la période d'analyse, par exemple : la valeur initiale du trafic et son taux d'accroissement, les extremums annuels des températures moyennes quotidiennes, etc. ;
- ③ enfin, les indicateurs d'état de la chaussée, traduisant directement son comportement, qui évoluent de façon continue au cours de la vie de cette structure : le niveau de fissuration de la chaussée, les déformations de surface, l'adhérence du revêtement, etc.

Les informations des deux premières catégories conditionnent le comportement de cette chaussée : on parlera de variables explicatives. Les indicateurs d'état sont les variables à modéliser.

Modéliser le comportement d'une chaussée, c'est identifier, pour chaque indicateur d'état, une relation mathématique, déterministe ou probabiliste, entre le niveau de cet indicateur et l'âge de la chaussée. On nomme cette relation loi d'évolution de l'indicateur. Les coefficients de cette loi doivent pouvoir être exprimés en fonction des variables explicatives, dont ils traduisent l'influence. On utilisera l'expression modèle de comportement pour parler de l'ensemble des lois d'évolution des indicateurs d'état d'une chaussée.

Une loi d'évolution et, plus généralement, un modèle de comportement, est applicable à une famille de chaussées. Par « famille », on entend souvent un ensemble de chaussées qui possèdent des caractéristiques suffisamment proches pour présenter un même comportement, c'est-à-dire développer les mêmes dégradations, conditionnées par les mêmes facteurs d'environnement et de sollicitation. Les chaussées à assise non traitée, à assise traitée au bitume, à assise traitée aux liants hydrauliques, les chaussées mixtes, etc., constituent autant de familles distinctes.

Enfin, dans ce qui suit, on nomme modélisation l'opération qui consiste à identifier les lois d'évolution des différents indicateurs pertinents pour décrire l'état des chaussées. La modélisation procède par analyse, à l'aide de méthodes statistiques, d'observations faites dans le passé sur des chaussées représentatives d'une famille, et contenues dans une base de données. Par souci de concision, on ne considère pas, dans ce qui suit, les approches « mécanistiques » qui décrivent le comportement des chaussées à partir des propriétés des matériaux constitutifs telles qu'établies par des essais de laboratoire, et qui sont utilisées à des fins de dimensionnement. Cela ne remet pas en cause l'intérêt de ces méthodes vis-à-vis de la problématique traitée, notamment pour orienter l'application des méthodes statistiques ou valider leurs conclusions.

Dimensionnement et comportement d'une chaussée

Le dimensionnement d'une chaussée influence bien évidemment son comportement. Ainsi, les caractéristiques géométriques (épaisseurs) et mécaniques (modules) des différentes couches sont calculées à partir de la portance du sol et de l'agressivité du trafic prévisible, de sorte que la probabilité d'apparition de dégradations de fatigue avant un âge donné, t (dit « durée initiale de calcul »), soit inférieure à une probabilité, r (dite « risque ») [7]. Toutes les chaussées dimensionnées pour la même durée initiale de calcul, avec un même risque, connaîtront en théorie la même évolution, même si les caractéristiques du sol, des matériaux, les épaisseurs des couches, les trafics, varient d'une chaussée à l'autre. Ainsi, si les sections dont le comportement est étudié respectent ces règles de dimensionnement, ces différentes variables n'apparaîtront pas comme explicatives du comportement des chaussées alors qu'on sait qu'elles le conditionnent fortement.

Pour tenir compte de cet état de fait, on peut être conduit à s'intéresser à des variables combinées qui traduisent l'écart entre les sollicitations que pourrait supporter la chaussée, compte tenu de ses dimensions réelles, et celui qu'elle supporte réellement. Ainsi, partant des épaisseurs et des modules des couches de chaussée, mesurés en place, on utilisera la méthode de dimensionnement pour calculer le trafic pour lequel cette chaussée serait bien dimensionnée, et on le comparera au trafic réel qu'elle supporte. Le rapport des deux valeurs fournira une variable explicative potentielle des dégra-

dations de fatigue, à condition que sa valeur varie sur l'échantillon analysé (c'est-à-dire que celui-ci comprenne des sections sur, sous et correctement dimensionnées). Ce procédé permet de prendre en compte l'expertise développée par les ingénieurs routiers à l'occasion de l'élaboration des méthodes de dimensionnement, expertise qui intègre, pour une large part, l'expérience acquise sur le comportement des chaussées.

Si d'autres variables conditionnant de fait le comportement d'une chaussée n'ont pas été correctement prises en compte par la méthode de dimensionnement, elles apparaîtront comme variables explicatives supplémentaires dans l'analyse statistique. *In fine*, seront donc identifiées comme variables explicatives, d'une part les variables qui traduisent, le cas échéant, le non-respect des règles de dimensionnement et, d'autre part, les variables qui conditionnent l'évolution d'une dégradation et n'ont pas été prises en compte dans le dimensionnement.

LES BASES DE DONNÉES

Critères d'appréciation

La modélisation du comportement des chaussées s'appuie sur des informations (cf. ci-dessus) qui sont rassemblées dans des bases de données routières. Selon les propriétés de ces bases, les différentes méthodes de modélisation s'appliqueront de façon plus ou moins pertinente et conduiront à des modèles plus ou moins fiables.

➤ *La représentativité* : il est essentiel que le jeu de données soit représentatif des conditions d'usage du modèle traité. Une condition nécessaire de cette représentativité est que l'ensemble des sections couvre correctement les plages des différentes variables explicatives et variables à expliquer pour lesquelles on veut que le modèle soit applicable. Par exemple, si, dans le jeu de données, ne figurent que des observations de chaussées présentant entre 0 et 5 % de fissuration longitudinale, on ne pourra construire de modèle d'évolution de cette fissuration que sur cette plage.

➤ *Le nombre de sections* : plus le nombre de sections est grand, plus la probabilité que le modèle soit précis dans son domaine d'application est forte.

➤ *La dépendance des observations* : sur certaines bases, les sections ont été observées plusieurs fois. Ces observations ne sont donc pas indépendantes. Dans ce cas, il est préférable que les méthodes tiennent compte de cette dépendance, pour ne pas sur-représenter les sections bénéficiant d'un nombre plus grand d'observations.

➤ *La précision des données* : elle est toujours importante, et plus encore lorsque les données sont peu nombreuses. C'est souvent l'analyse des méthodes de recueil (justesse, fidélité) qui permet de l'évaluer, même si certains critères (variation non monotone hors entretien des indicateurs d'état) permettent une suspicion d'anomalies *a posteriori*.

Type de bases

Il existe deux grandes familles de bases de données routières, qui ne sont pas équivalentes quant à ces propriétés.

➤ *Les bases de gestion* : l'une des premières tâches à réaliser pour appliquer des procédures rationnelles d'entretien est de constituer une base de données décrivant le réseau, et comportant notamment les informations décrivant la nature et l'état des chaussées [8]. On trouve donc, dans ces bases, un grand nombre de sections, couvrant, par définition, toutes les familles de chaussées et toutes les conditions de fonctionnement existant sur le réseau. Les critères de nombre et de représentativité sont donc satisfaits. En revanche, les informations sont condensées, voire sommaires, d'une part parce qu'elles servent d'abord à des études au niveau d'un réseau et, d'autre part, parce qu'elles sont recueillies avec des appareils rapides, mais moins précis que les moyens utilisés sur les sections tests. Par ailleurs, il est rare de pouvoir disposer de valeurs fiables pour les variables explicatives, quand ces variables sont présentes. Il est également rare qu'on dispose de plus de deux relevés consécutifs (sans travaux intermédiaires) sur une même section.

➤ *Les bases de sections tests* : une section test est un tronçon de route ouvert à la circulation sans contrainte particulière, et que le gestionnaire juge représentative d'une technique routière, placée dans un environnement donné. Cette section est caractérisée de façon particulièrement soignée et détaillée, de sorte qu'on ait accès à toutes ses propriétés physico-chimiques et mécaniques, aux

conditions climatiques qu'elle subit et au trafic qu'elle supporte. Elle fait l'objet d'un suivi détaillé, fondé sur des mesures et des relevés renouvelés chaque année, voire plus fréquemment selon le but que poursuit l'étude. Les dégradations sont cartographiées, ce qui permet de suivre précisément leur progression et d'améliorer la répétabilité des relevés (cf. par exemple [9]). Les mesures de profils longitudinaux et transversaux, de caractéristiques de surface, etc. sont réalisées avec des moyens qui ne sont pas nécessairement à grand rendement, mais se caractérisent par leur précision (exactitude et fidélité). Les programmes de suivi de sections tests sont donc des actions relativement contraignantes, souvent coûteuses. Pour cette raison, le nombre de sections suivies est toujours restreint. De plus, ce sont des actions de longue haleine, qui ne produisent des résultats qu'après plusieurs années.

Le programme de suivi de sections tests du MTQ, dont sont extraites les données qui sont analysées plus bas, constitue un excellent exemple de cette démarche. Il porte sur environ 400 sections, suivies pendant en moyenne une dizaine d'années. Pour chaque section, on dispose, dans la base de données, d'informations détaillées sur sa constitution, les caractéristiques physico-chimiques et mécaniques des différentes couches, l'état et la portance du sol, la nature des accotements, le trafic, ainsi que sur les dégradations. Le soin mis à recueillir ces informations leur confère une bonne précision (cf. [10]).

LES MÉTHODES STATISTIQUES

Il existe différents types de méthodes statistiques applicables à la modélisation du comportement des chaussées. Le LCPC et le MTQ se sont plus spécialement intéressés à trois méthodes :

- ① une méthode associant un procédé d'ajustement itératif (première étape) et une régression multilinéaire (deuxième étape), et dite « méthode indirecte » ;
- ② une méthode résultant de l'application de la théorie des « lois de survie » ;
- ③ une méthode statistique de régression non linéaire multiple, appelée ici « méthode directe ».

Les méthodes 1 et 3, qui supposent que la forme mathématique (les équations) des lois d'évolution ait été prédéfinie, consistent à ajuster les coefficients de ces équations pour que celles-ci reproduisent au mieux les observations passées. En principe, la méthode 2, dite des « lois de survie », n'a pas cette exigence. En pratique, et au moins lorsqu'elle est appliquée sur de petites bases, le choix d'une forme mathématique est un moyen d'éviter certains artefacts produisant des comportements irréalistes (cf. ci-après).

Formulation a priori des lois d'évolution

Soit I l'indicateur dont on cherche à modéliser l'évolution. La formulation de sa loi d'évolution doit respecter une hypothèse, dite « de monotonie », qui traduit le fait qu'un endommagement ou une détérioration tendent naturellement et nécessairement à s'accroître. Les indicateurs d'extension ou de gravité qui les caractérisent varient donc de façon monotone entre une valeur initiale I_d , dite valeur à la construction, et une valeur finale I_f , dite valeur à la ruine. Soit $I_j(t)$ la valeur de l'indicateur à l'âge t sur la section n° j . La loi d'évolution de cet indicateur sur cette section s'écrit :

$$I_j(t) = I_d + k_j(t) \cdot (I_f - I_d) \quad (1)$$

$k_j(t)$ est appelé ci-après le « coefficient d'évolution », et croît de 0 à 1. Parmi les nombreuses fonctions (linéaire, puissance, etc.) respectant cette contrainte, l'examen de l'évolution usuelle des principaux indicateurs d'état des chaussées incite à privilégier une fonction dite sigmoïde. Ce choix peut se justifier par des considérations sur le comportement mécanique. D'un point de vue statistique, les études conduites sur la base de sections témoins du MTQ ont aussi montré que cette fonction permettait le meilleur lissage des observations de fissuration de fatigue (cf. [2]), et donnait également un bon ajustement des observations de fissuration transversale, comme cela est décrit dans le paragraphe « Exemple d'application : la modélisation de la fissuration thermique au Québec » ci-après. La loi sigmoïde répond à l'une ou l'autre des formulations mathématiques suivantes :

$$k_j(t) = 1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{t}{t_{mj}}\right)^{P_j}} \quad (2a)$$

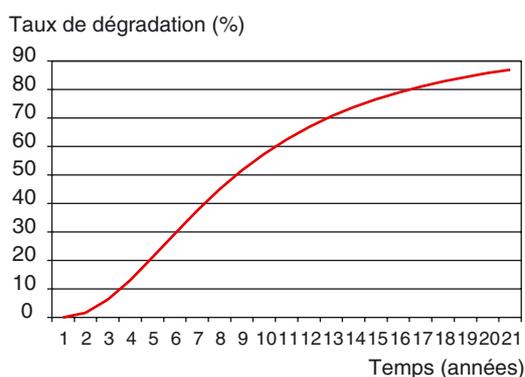
ou :

$$k_j(t) = 2 - \left(\frac{t_{mj}}{t}\right)^{p_j} \quad (2b)$$

Dans ces expressions, p_j est un paramètre de forme de la courbe d'évolution. Quant à t_{mj} , l'âge auquel le coefficient k_j atteint la valeur 0,5, il traduit la vitesse globale d'évolution.

On notera que l'hypothèse de monotonie exclut la modélisation des phénomènes d'autoréparation à l'échelle de temps considéré, phénomènes considérés comme ne participant pas de l'évolution « naturelle » d'une détérioration. La figure 1 illustre cette loi.

■ Fig. 1
Loi d'évolution sigmoïde.



LA MÉTHODE STATISTIQUE INDIRECTE [11]

Principe général

Lorsque l'on exploite des observations faites sur des sections tests, on dispose souvent de plusieurs observations successives de la même section. On peut alors travailler en deux étapes :

- ① on considère successivement chacune des sections ; on ajuste l'équation 2a sur les observations faites sur cette section, ce qui permet de déterminer les paramètres de cette équation ;
- ② on considère les valeurs prises par chacun de ces paramètres sur l'ensemble des sections ; on ajuste sur ces valeurs une fonction de certaines variables traduisant les caractéristiques des sections et des sollicitations qui s'y appliquent.

Ajustement de l'équation sur chaque section

Cette étape consiste à rechercher le couple (p, t_m) qui minimise la fonctionnelle :

$$F = \sum_i \left[k_i - \left(1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{t_i}{t_m}\right)^p} \right) \right]^2 \quad (3)$$

Parmi différentes méthodes testées, une procédure itérative s'est révélée la plus adaptée. Deux ou trois itérations permettent d'obtenir une précision suffisante sur les valeurs de t_m et p . Cette procédure n'est applicable que sur les sections pour lesquelles on dispose d'au moins deux valeurs de k non nulles.

Explication des paramètres

L'objectif est maintenant d'exprimer les paramètres p et t_m par des combinaisons de variables caractérisant les sections ou les sollicitations qui s'y appliquent. Après observations des données, on retient les expressions :

$$p = p_0 V_1^{\alpha_1} V_2^{\alpha_2} V_3^{\alpha_3} \dots \quad (4)$$

$$t_m = t_{m0} V_1^{\beta_1} V_2^{\beta_2} V_3^{\beta_3} \dots \quad (5)$$

où V_1, V_2, \dots sont les variables explicatives anticipées par l'expertise métier. Cette seconde étape met en œuvre trois phases successives.

❶ L'équation (4) est linéarisée par une transformation logarithmique :

$$\text{Log}(p) = \text{Log}(p_0) + \alpha_1 \text{Log}(V_1) + \alpha_2 \text{Log}(V_2) + \alpha_3 \text{Log}(V_3) \dots \quad (6)$$

On détermine les coefficients $p_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ par une régression multiple linéaire entre les valeurs prises par p et les valeurs prises par les variables V_1 sur l'ensemble des sections. Le nombre de caractéristiques prises en compte dans une régression multiple ne doit pas être trop important, surtout si le nombre de sections disponibles est restreint : d'une part, le système devient de moins en moins bien déterminé et, d'autre part, le risque que les caractéristiques soient partiellement corrélées s'accroît. Aussi a-t-on pris le parti de limiter à trois le nombre de caractéristiques testées. Lorsque le nombre de caractéristiques disponibles et jugées potentiellement « explicatives » par les experts est supérieur, on teste toutes les combinaisons trois à trois, et on retient celle qui explique le plus complètement la variabilité du paramètre p . Si l'expertise conduit à imposer une ou deux variables dont le caractère explicatif semble certain aux experts (on pense en particulier aux variables de dimensionnement, cf. ci-dessus), on confirmera cette hypothèse par une étude de corrélation entre p et les variables puis on testera toutes les combinaisons formées à partir de ces variables plus deux ou trois autres extraites de la liste des variables explicatives potentielles.

❷ Une fois les coefficients $p_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ déterminés, on recalcule les valeurs prises par le paramètre p sur toutes les sections sur lesquelles les variables explicatives V_1, V_2, V_3, \dots sont disponibles. Il peut arriver que ces sections soient plus nombreuses que celles qui ont servi à établir la modélisation à l'étape précédente, notamment si, sur certaines sections pour lesquelles on ne disposait que d'une observation pour laquelle k est non nul, on connaît toutes les variables explicatives intervenant dans le modèle. Sur chacune des sections, et pour chacune des observations disponibles sur cette section, (t_i, k_i) , on estime un paramètre $t_{m,i}$ à partir du paramètre p ainsi reconstitué sur la section :

$$t_{m,i} = t_i \left(\frac{1 - k_i}{k_i} \right)^{1/p} \quad (7)$$

La valeur finalement attribuée au paramètre t_m sur la section est alors obtenue par la moyenne des valeurs, pondérée par le niveau des observations pour donner plus de poids aux estimations « fiables » :

$$t_m = \frac{\sum_i t_{m,i} k_i}{\sum_i k_i} \quad (8)$$

❸ De même que le paramètre p a été expliqué par les variables disponibles dans la phase 1, on recherche la meilleure modélisation du paramètre t_m , conformément à l'équation (5). Cette équation est donc linéarisée par transformation logarithmique, et une série de régressions multiples permettent d'établir quelle est la combinaison de variables qui donne la meilleure modélisation.

Mise en œuvre de la méthode statistique indirecte

En pratique, beaucoup de variables interviennent dans l'évolution des paramètres d'état d'une chaussée. À supposer que l'on parvienne à les identifier toutes, il est très peu probable que ces variables soient connues sur la totalité des sections d'un réseau. Pour ces raisons, il n'est ni possible ni nécessaire de pousser l'identification jusqu'à une explication totale des paramètres p et t_m . Il importe en revanche d'identifier les principales variables explicatives, celles à partir desquelles les équations (7) et (8) fourniront une approximation suffisante des paramètres p et t_m , et, donc, une expression (2a) approchant correctement la loi d'évolution. Cette expression pourra être utilisée pour prédire l'évolution d'un paramètre d'état sur une section pour laquelle on connaît les variables explicatives V_1, V_2 et V_3 sans disposer d'observations (chaussée neuve ou étude prévisionnelle).

Dans le cas, encore très fréquent aujourd'hui en gestion de réseaux routiers, où, disposant d'une seule observation, (t_i, k_i) , on souhaite prévoir l'évolution de l'indicateur au-delà de celle-ci, on est

généralement conduit à faire l'hypothèse que la modélisation du paramètre p est exacte alors que celle de t_m n'est qu'une approximation. En d'autres termes, on a :

$$t_m = t_{m0} V_1^{\beta_1} V_2^{\beta_2} V_3^{\beta_3} R \quad (9)$$

où R est un résidu représentant l'influence des variables explicatives non intégrées au modèle. Ce résidu est évalué en écrivant que la loi d'évolution passe par l'observation connue, ce qui conduit à :

$$R = \frac{t_i}{t_{m0} V_1^{\beta_1} V_2^{\beta_2} V_3^{\beta_3}} \left[\frac{1-k_i}{k_i} \right]^{1/p} \quad (10)$$

Cette procédure revient en fait à appliquer à l'échelle des temps un coefficient tel que la loi passe par l'observation. Enfin, lorsque l'on dispose déjà de plusieurs observations sur une section S , on peut :

- soit directement ajuster l'équation (2a) sur ces observations et se servir des paramètres ainsi obtenus pour prédire l'évolution ultérieure de l'indicateur sur S ;
- soit appliquer complètement la démarche présentée ci-dessus, puis utiliser les observations faites sur la section pour déterminer un « résidu moyen » et, donc, son évolution.

La méthode des « lois de survie » [12]

La méthode dite des « lois de survie » a été développée par Emmanuel Courilleau, dans le cadre d'une thèse [6] réalisée au sein du LCPC, de 1994 à 1997. En règle générale, elle ne nécessite aucun *a priori* concernant la forme du modèle. Dans cette méthode, il y a identité entre les notions de section et d'observation puisque chaque observation est réputée provenir d'une section indépendante.

Principe général

L'évolution de l'indicateur k est caractérisée par la loi inverse : $T = k^{-1}(\tau)$. L'âge, T_τ , auquel l'indicateur franchit un seuil donné, τ , est assimilé à une variable aléatoire, pour laquelle on pose *a priori* une loi de probabilité, paramétrée par certains coefficients, loi dont la fonction de répartition F_{T_τ} peut être écrite sous la forme :

$$F_{T_\tau}(t) = \Pr[T_\tau < t] = 1 - S_{T_\tau}(t) \quad (11)$$

où S_{T_τ} est la fonction de survie de la variable aléatoire T_τ . L'objectif de la méthode est d'identifier la loi de probabilité, et les valeurs de coefficients, qui s'accordent le mieux aux observations disponibles dans la base de données. On utilise pour cela la « Méthode du Maximum de Vraisemblance » (MMV). On calcule, à partir de la loi de probabilité posée *a priori*, la probabilité, L_i , pour que ce qui a été observé sur la section i , concernant le franchissement du seuil donné, τ , se soit réalisé. Dans la réalité, il est rare que le franchissement du seuil τ soit directement observé sur une section. On distingue trois situations (par souci de lisibilité, les fonctions F_{T_τ} et S_{T_τ} sont notées F et S dans les équations (12) à (16)) :

❶ Lors de la première observation faite sur la section (à l'âge t_{i0}), le seuil considéré était déjà franchi. L'âge de franchissement est donc inférieur à t_{i0} . On dit que la section est censurée à gauche. Dans ce cas, la seule certitude qu'on ait concernant cette section est que $T_i \in]0, t_{i0}[$. Sur ce type de sections, on a donc :

$$L_i = \Pr\left[T_i \in]0, t_{i0}[\right] = F(t_{i0}) = 1 - S(t_{i0}) \quad (12)$$

❷ Le seuil a été franchi entre deux observations successives (aux âges $t_{i,-}$ et $t_{i,+}$). L'âge de franchissement est situé entre ces deux âges. La section fait l'objet d'une censure par intervalle. On a $T \in]t_{i,-}, t_{i,+}[$ et donc :

$$L_i = \Pr\left[T_i \in]t_{i,-}, t_{i,+}[\right] = F(t_{i,+}) - F(t_{i,-}) = S(t_{i,-}) - S(t_{i,+}) \quad (13)$$

❸ Lors de la dernière observation (à l'âge $t_{i,f}$), le seuil n'avait pas encore été franchi. L'âge de franchissement est supérieur à $t_{i,f}$. La section est censurée à droite : $T_i \in]t_{i,f}, +\infty[$. On a alors :

$$L_i = \Pr\left[T_i \in]t_{i,f}, +\infty[\right] = S(t_{i,f}) \quad (14)$$

La vraisemblance globale de l'échantillon selon la loi posée *a priori* est égale au produit des probabilités de réalisation des observations faites sur chacune des sections :

$$L = \prod_{i=1}^N L_i \quad (15)$$

où N est la taille de l'échantillon. Notons respectivement E_G , E_D et E_I les ensembles des sections sur lesquelles les observations sont censurées à gauche, à droite et par intervalle. Il vient :

$$L = \prod_{i \in E_G} F(t_{i,0}) \prod_{i \in E_I} [F(t_{i,+}) - F(t_{i,-})] \prod_{i \in E_D} S(t_{i,f}) \quad (16)$$

La MMV consiste alors à prendre comme estimateurs des coefficients de la loi les valeurs qui rendent maximale cette vraisemblance globale. La recherche de ces estimateurs est effectuée par une technique itérative (Newton - Raphson). L'approche est répétée pour différentes formes et coefficients de loi de probabilité, ceux qui rendent maximum la vraisemblance globale étant adoptés. Cette analyse est répétée, à son tour, pour les différents seuils d'évolution effectivement franchis dans la base de données, et produit un abaque tel que celui de la figure 2.

Prise en compte des variables explicatives

On peut améliorer la modélisation, en écrivant que le logarithme de l'âge de franchissement d'un seuil est la somme d'une combinaison de variables explicatives connues et d'un résidu aléatoire. Les équations suivantes illustrent la démarche lorsque l'on ne considère qu'une seule variable explicative, V . On écrit :

$$\text{Log}(t) = y = V\beta + \varepsilon \quad (17)$$

où β est le coefficient s'appliquant à la variable explicative V . La fonction de vraisemblance devient alors :

$$L = \prod_{i \in E_G} F_{\varepsilon\tau}(y_{i,0} - V\beta) \prod_{i \in E_I} [F_{\varepsilon\tau}(y_{i,+} - V\beta) - F_{\varepsilon\tau}(y_{i,-} - V\beta)] \prod_{i \in E_D} S_{\varepsilon\tau}(y_{i,f} - V\beta) \quad (18)$$

où E_G , E_I et E_D conservent la même signification et où $F_{\varepsilon\tau}$ et $S_{\varepsilon\tau}$ sont les fonctions de répartition et de survie de la variable aléatoire ε pour le seuil τ . La fonctionnelle L dépend maintenant du type et des coefficients de la loi de probabilité et du coefficient β . La méthode de Newton-Raphson permet de déterminer les valeurs de ces coefficients correspondant au maximum de vraisemblance. Cette procédure s'étend sans problème conceptuel au cas de plusieurs variables explicatives. Comme pour les méthodes précédentes, le choix des variables explicatives qui sont prises en compte dans l'analyse est effectué sur la base d'une expertise métier. La méthode de modélisation permet de confirmer le caractère explicatif ou de l'infirmer. La méthode déclare qu'une variable V est explicative si son coefficient β (17), en fait déterminé pour la valeur réduite centrée de V , est significativement différent de zéro. Le critère peut être validé par différents tests.

Loi d'évolution d'une section, notion de robustesse

Pour déterminer la loi d'évolution d'une section particulière à partir de l'abaque caractérisant le modèle de comportement d'une famille, on est amené à faire une hypothèse selon laquelle si, à un âge donné, une section S donnée a évolué plus rapidement que \bar{N} autres sections présentant les mêmes valeurs de variables explicatives, cette section évoluera toujours plus rapidement que ces \bar{N} autres sections. La traduction mathématique de cette hypothèse s'énonce comme suit. Soit p la part de sections qui sont moins robustes que S . Si S franchit le seuil τ à l'instant t , la probabilité pour une section quelconque de franchir ce même seuil τ avant l'instant t est p . Par conséquent, la section S franchira un seuil τ' à un instant t' voisin de celui pour lequel la fonction de répartition associée à ce seuil τ' a pour valeur p . Ainsi, dans l'abaque de la figure 2a, la section S se déplace au cours de sa vie selon une droite horizontale.

Supposons que, pour cette section S , on dispose d'une observation en cours d'évolution (t_r, k_r). On détermine, sur l'abaque issu de l'analyse par la méthode des lois de survie, la probabilité que la section S franchisse le taux k_r à l'âge t_r . Sachant que cette probabilité reste constante tout au long de la vie de S , il est possible de déterminer l'âge de franchissement des autres taux de dégradation. Cela permet d'obtenir des points de la loi d'évolution de la section et, par interpolation, d'estimer la loi

complète (Fig. 2b). Le niveau d'évolution observé sur la section S à l'instant t ne correspond généralement pas à une courbe du modèle. Par exemple, on a observé un niveau d'évolution de 23 %, alors que les courbes identifiées sur le modèle correspondent aux seuils de 5, 10, 15, 20, 25 et 30 %. Pour obtenir la probabilité caractérisant S, on procède par interpolation linéaire (cf. Fig. 2a).

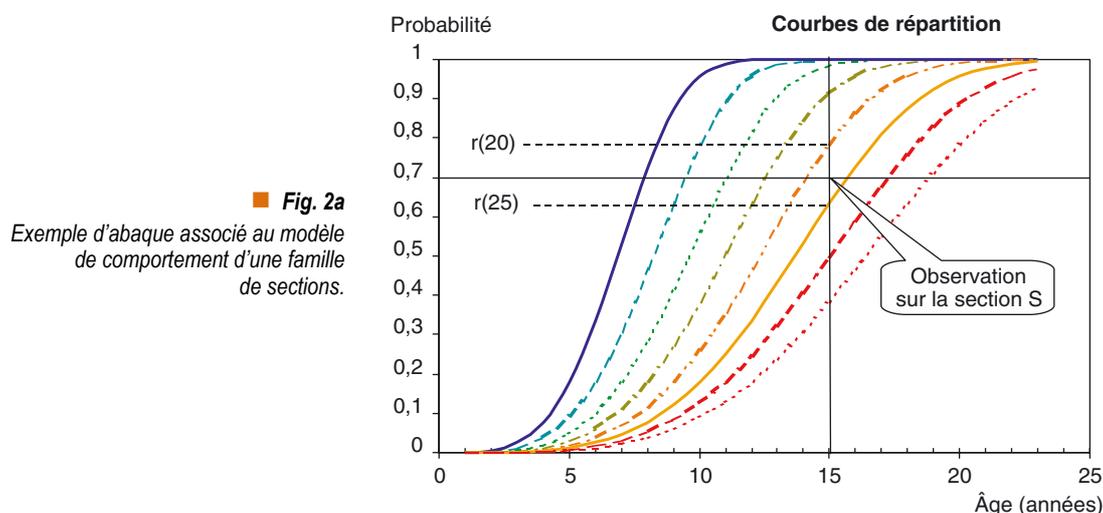
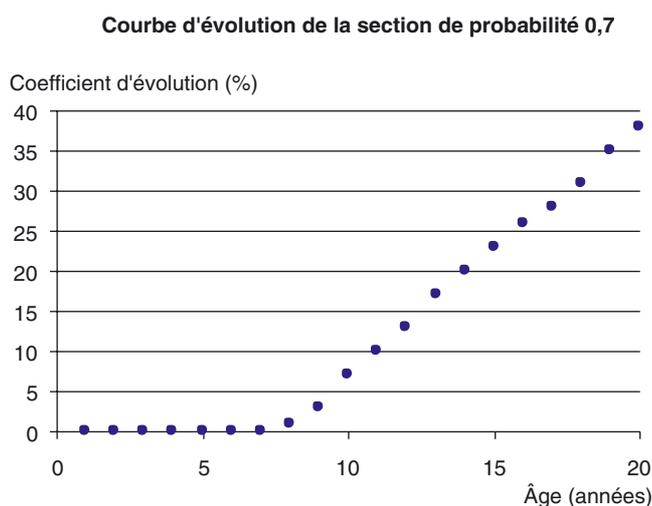


Fig. 2b
Exemple de loi d'évolution dérivée de l'abaque de la figure 2a.



Remarques et discussion sur la méthode des « lois de survie »

La méthode dite des « lois de survie » permet d'établir le modèle de comportement d'une famille de sections, sans présupposer de la forme de celui-ci. De plus, elle tire parti de toutes les observations contenues dans la base, qu'elles soient faites avant ou après le début du processus d'évolution. Ce sont ses principaux intérêts.

En revanche, dans son application, notamment sur les bases comportant peu de sections ou d'observations, cette méthode rencontre quelques difficultés. Ainsi, la courbe de répartition correspondant à un seuil peut croiser, voire être entièrement « à gauche » de celle correspondant à un seuil moins élevé (Fig. 3a). Cela se traduit, sur les courbes d'évolution, par des retours en arrière sans signification physique (Fig. 3b). Cet artefact est dû au fait que les courbes de répartition des différents seuils d'évolution résultent d'analyses indépendantes.

La procédure proposée pour réduire cette difficulté consiste donc à lier les analyses réalisées pour les différents seuils d'évolution. Elle est illustrée ci-après sur le cas d'une loi d'évolution dont les courbes de répartition suivent une équation de Weibull :

$$F_{\tau}(t) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{t}{\eta_{\tau} e^{V\beta}} \right)^{\mu_{\tau}} \right] \quad (19)$$

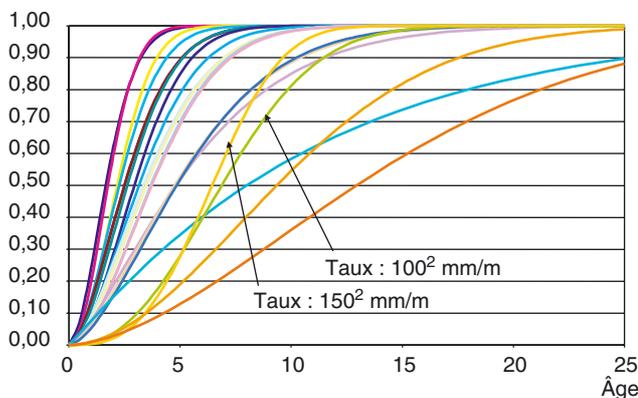
où μ_{τ} et $\eta_{\tau} e^{V\beta}$ sont des fonctions de τ . Pour que les courbes $F_{\tau}(t)$ soient correctement étagées, il faut et il suffit que les deux conditions suivantes soient vérifiées :

- ❶ le paramètre μ_{τ} est indépendant de τ ;
- ❷ la fonction $\eta_{\tau} e^{V\beta}$ est une fonction croissante de τ .

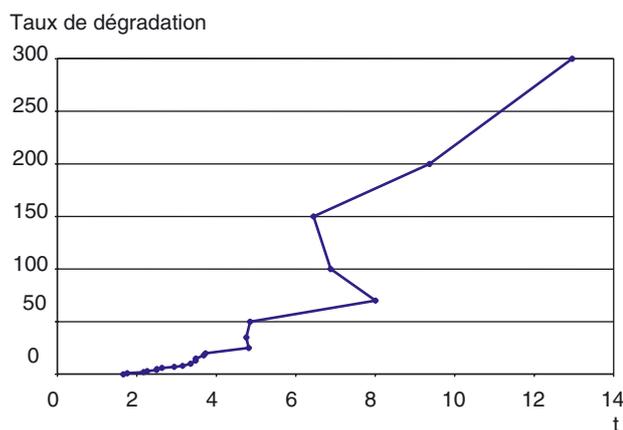
Pour parvenir à une modélisation qui satisfasse ces conditions, on opère en trois phases :

- ❶ une première analyse détermine, pour chaque seuil de dégradations, les paramètres de la loi de répartition, notamment les μ_{τ} ;
- ❷ cette analyse est renouvelée en fixant le paramètre μ à une valeur constante, en l'occurrence la moyenne des valeurs μ_{τ} ce qui conduit à une nouvelle estimation des paramètres η_{τ} donc $\eta_{\tau} e^{V\beta}$;
- ❸ on lisse les valeurs de $\eta_{\tau} e^{V\beta}$ par une fonction croissante de τ .

La loi d'évolution qui sera obtenue à partir de l'abaque construit selon la procédure ainsi modifiée sera de même forme que la loi utilisée dans ce dernier lissage [12]. Si donc on doit recourir à cette procédure, la forme de la loi d'évolution de l'indicateur se trouve prédéterminée, comme pour les autres méthodes.



■ Fig. 3a
Exemple d'abaque présentant des artefacts.



■ Fig. 3b
Exemple de loi d'évolution dérivée de l'abaque de la figure 3a.

La méthode statistique directe

Principe général

Dans cette méthode, on considère que la valeur prise par un indicateur d'état à un instant donné est fonction de l'âge de la section et de la valeur des variables explicatives sur cette section. On applique donc une méthode de régression non linéaire intégrant directement les variables explicatives dans le

modèle. En plus de l'âge, des variables comme le trafic ou le type de bitume sont présentes dans le modèle, augmentant ainsi le nombre de paramètres à estimer. Les paramètres du modèle sont estimés en considérant l'ensemble des sections simultanément. Le fait que deux valeurs de l'indicateur proviennent d'observations réalisées sur la même section (donc dépendantes) ou sur deux sections différentes (donc indépendantes) n'est donc pas pris en considération. Lorsque l'équation présélectionnée correspond à une courbe sigmoïde (2b), la loi d'évolution pour le coefficient $k_j(t)$ s'écrit :

$$k_j(t) = \exp \left(\frac{-\gamma_{0j} - V_{1j}^{\gamma_{1j}} - V_{2j}^{\gamma_{2j}} - V_{3j}^{\gamma_{3j}} - V_{4j}^{\gamma_{4j}}}{t^{p_j}} \right) \quad (20)$$

où V_{1j} à V_{4j} font partie des variables anticipées par l'expertise pour expliquer l'évolution du paramètre I_j .

Développement des modèles (estimations des paramètres)

La méthode consiste à estimer les paramètres γ_{0j} , γ_{1j} , γ_{2j} , γ_{3j} , γ_{4j} et p_j pour toutes les C_n^4 combinaisons V_1, V_2, V_3, V_4 choisies parmi les n variables identifiées par l'analyse métier. Le système SAS®* dispose de la procédure 'NLIN' qui permet de réaliser un lissage non linéaire par la méthode des moindres carrés et ainsi obtenir les estimations des paramètres. Afin de favoriser la convergence et de minimiser le nombre d'itérations, les valeurs initiales des paramètres sont estimées à partir d'une régression linéaire multiple effectuée après une linéarisation, par transformation logarithmique, du modèle de départ.

Identification du meilleur modèle avec quatre variables explicatives

Ayant obtenu les estimations pour les paramètres des C_n^4 modèles à l'étape précédente, on détermine laquelle, parmi ces combinaisons de variables explicatives, permet d'obtenir la loi d'évolution décrivant le mieux les données observées. Pour ce faire, les valeurs estimées de $\hat{k}_{i,s,m}$ pour le relevé i de la section S obtenu par le modèle m sont confrontées aux observations passées, $k_{i,s}$, et la synthèse de l'adéquation de chaque modèle appliqué à chaque section est définie par l'écart quadratique moyen (EQM) :

$$EQM_{s,m} = \left\{ \frac{\sum_{i=1}^{nb_s} (\hat{k}_{i,s,m} - k_{i,s})^2}{nb_s} \right\}^{1/2} \quad (21)$$

où nb_s est le nombre de relevés disponibles pour la section S . Les valeurs d'EQM sont rangées en ordre croissant pour chaque section. Le modèle ayant obtenu la plus faible valeur d'EQM pour la section reçoit le rang R_s , $m = 1$ alors que celui qui obtient la plus forte valeur (donc la moins bonne adéquation pour la section) obtient le rang R_s , $m = C_n^4$. Chaque section peut donc conduire à un ordonnancement différent puisqu'un modèle peut être bien adapté pour une section, mais moins bien pour une autre. La moyenne des rangs \bar{R}_m est retenue comme note de synthèse de la qualité d'adéquation du modèle m aux données observées. C'est le modèle obtenant la note minimale qui est retenu comme le meilleur.

Adjonction de contraintes pour le choix du meilleur modèle

Tous les modèles étant ordonnés les uns par rapport aux autres, il devient facile d'identifier le meilleur modèle qui répondra à telle ou telle contrainte. Par exemple, si l'analyse métier a identifié une ou deux variables explicatives qui doivent inévitablement faire partie du modèle retenu, il s'agit alors de trouver le modèle présentant la plus petite valeur de \bar{R} parmi ceux qui incluent ces variables. De même, si l'on veut quantifier d'une certaine façon l'effet de l'absence d'informations sur l'une ou l'autre des variables explicatives qui apparaissent dans le meilleur modèle, on peut rechercher le modèle présentant la plus petite valeur de \bar{R} parmi ceux qui ne font pas intervenir la variable explicative problématique.

* Copyright (c) 1999 SAS Institute Inc. Cary, NC, USA. All rights reserved.

Poids de chaque variable explicative (VE) – Réduction du modèle à trois VE

La procédure d'estimation des paramètres est ensuite reprise pour estimer les coefficients des lois d'évolution :

$$k_j(t) = \exp \left(\frac{-\alpha_{0j} X_j^{\alpha_{xj}} Y_j^{\alpha_{yj}} Z_j^{\alpha_{zj}}}{t^{P_j}} \right) \quad (22)$$

où X, Y et Z représentent successivement les combinaisons de variables : $\{V_1, V_2, V_3\}$, $\{V_1, V_2, V_4\}$, $\{V_1, V_3, V_4\}$ et $\{V_2, V_3, V_4\}$, c'est-à-dire les combinaisons de trois variables parmi les quatre qui formaient, à l'étape précédente, le meilleur modèle. Le critère de l'EQM est appliqué, les résultats pour les quatre modèles sont ordonnés et la moyenne des rangs calculée. Cette fois, on s'intéresse au modèle qui présente la moins bonne adéquation parmi les quatre : en effet, celui-ci représente le meilleur modèle à quatre variables explicatives duquel on a retranché la variable qui avait le plus de poids dans le modèle original, créant ainsi un modèle à trois variables explicatives nettement moins adéquat que le modèle à quatre variables explicatives.

Note : s'il est souhaitable de trouver le meilleur modèle ne faisant intervenir que trois variables explicatives, la procédure peut être reprise au complet en constituant les lois d'évolution pour les C_n^3 modèles.

EXEMPLE D'APPLICATION : LA MODÉLISATION DE LA FISSURATION THERMIQUE AU QUÉBEC

Les méthodes décrites ci-dessus ont été appliquées à la base du MTQ, dans le but de modéliser le comportement des chaussées souples (c'est-à-dire bitumineuses épaisses). L'étude a porté sur la modélisation de l'évolution de la fissuration de retrait thermique, de la fissuration de fatigue et de l'orniérage. Seule est décrite, dans les paragraphes qui suivent, l'application de ces méthodes à la modélisation de la fissuration de retrait thermique.

La fissuration thermique sur les chaussées souples

La dégradation est causée par le retrait thermique du matériau traité au bitume durant les périodes de grand froid. Cette contraction est empêchée, dans le sens axial, par le frottement de l'assise traitée sur les couches granulaires inférieures. Il s'ensuit l'apparition de contraintes de tension dans l'assise, contraintes qui ne peuvent se relâcher que par rupture transversale (Fig. 4) ou relaxation visco-élastique.

Dans la base du MTQ, cette fissuration transversale d'origine thermique est caractérisée par un indicateur obtenu par relevé visuel. Sur le site, les opérateurs établissent une représentation cartographique de la fissuration, qui sert de base à une mesure précise, en laboratoire, de la longueur de fissure visible. La longueur totale de fissure mesurée est exprimée en millimètres par mètre carré. Cette manière de procéder permet de comparer des sections d'essais qui peuvent avoir des largeurs de voies différentes, un nombre différent de voies et de mieux observer la progression qu'un simple calcul du nombre de fissures transversales.



■ Fig. 4
Fissuration transversale.

On conçoit que plus les hivers auxquels est soumise la chaussée sont rigoureux, plus la fissuration thermique se manifesterait tôt. Pour lutter contre la fissuration thermique, des bitumes capables de s'adapter au froid ont été élaborés. La principale règle de conception des chaussées bitumineuses vis-à-vis de cette dégradation consiste donc à choisir le bitume, caractérisé par sa température basse de classification, T_{bcb} , le plus approprié à la rudesse du climat, caractérisée par la limite inférieure des températures locales, $T_{min,q}$. Le rapport $T_{min,q}/T_{bcb}$ apparaît ainsi comme la variable de dimensionnement. On peut aussi concevoir que cette fissuration se déclenche et se propage plus ou moins rapidement selon le niveau de contraintes induit dans la chaussée au passage des véhicules, puisque celles-ci s'ajoutent à celles créées par la contraction empêchée du matériau. Cela conduit à penser que le trafic et le niveau de contrainte qu'il induit dans la structure pourraient être des facteurs influents. En développant cette analyse « métier », on a listé (tableau I) une vingtaine de variables susceptibles d'expliquer l'apparition ou le développement de la fissuration transversale.

TABLEAU I

Variables explicatives potentielles retenues pour la modélisation de la fissuration de retrait thermique

Catégorie	Identifiant	Description sommaire de la variable*
Variables climatiques	I_g	Indice de gel
	$T_{min,q}$	Température minimale quotidienne, calculée sur les trente dernières années
	$T_{moy,q}$	Température moyenne quotidienne, calculée sur les trente dernières années
	$T_{max,q}$	Température maximale quotidienne, calculée sur les trente dernières années
	H_p	Hauteur de précipitation annuelle, calculée sur les trente dernières années
Variables de trafic	$E_{cas,r}$	Trafic réel, exprimé en nombre d'essieux standards équivalents
	$E_{cas,d}$	Trafic de dimensionnement, exprimé en nombre d'essieux standards équivalents
Variables de structure	E_{tt}	Épaisseur totale traitée
	E_{gra}	Épaisseur de la couche granulaire de fondation
	E_{ssf}	Épaisseur de la couche granulaire de sous-fondation
	E_{eq}	Épaisseur équivalente, calculée par la méthode d'Odemark
	$E_{ps_{t12}}$	Déformation horizontale à la base de la couche traitée sous un essieu standard (résultat d'essais FWD)
	$E_{ps_{v3,4}}$	Déformation verticale à la surface du sol, sous un essieu standard (résultat d'essais FWD)
Variables bitume	T_{bcb}	Température basse de classification du bitume (classification PG)
	T_{hcb}	Température haute de classification du bitume (classification PG)
Variables combinées	T_{mcb}	Moyenne des deux précédents paramètres
	$C_{omb,1}$	$= E_{tt} * (T_{bcb}/T_{min,q})$
	$C_{omb,2}$	$= (T_{hcb} - T_{bcb})/2$
	$C_{omb,3}$	$= T_{min,q}/T_{bcb}$

* Les unités sont celles du Système International, sauf pour les températures qui sont exprimées en degrés Celsius.

Modélisation sur des chaussées de la base du MTQ

Parmi les 400 sections témoins suivies par le MTQ, seules 23 sections appartiennent à la catégorie des chaussées souples, non entretenues à la date de l'étude. On dispose, pour chaque section, d'informations très complètes sur sa structure et ses propriétés mécaniques, la rigueur des hivers auxquels elle

est soumise, le trafic qu'elle supporte, les caractéristiques du bitume utilisé dans sa couche traitée, etc. On dispose également de 1 à 5 relevés estivaux par section (on ne traite pas les observations faites en hiver pour éviter de perturber l'analyse avec les variations saisonnières), couvrant une période comprise entre 5 et 17 ans.

La fissuration thermique n'apparaît pas immédiatement après la construction de la chaussée, mais plutôt après un délai de 6 à 36 mois. En revanche, lorsqu'elle apparaît, la fissuration progresse rapidement : en quelques mois, voire en quelques semaines, l'essentiel des fissures est formé. Il devient dès lors plus difficile que se développent, dans les « dalles » plus courtes ainsi constituées, de nouvelles tensions et de nouvelles ruptures. Plus l'extension de la fissuration transversale sera forte, moins les tensions axiales pourront se développer. Cette analyse, confortée par un examen direct des courbes d'évolution des sections de la base, conduit à penser, *a priori*, que la loi d'évolution de la fissuration thermique est de type sigmoïde.

Mise en œuvre de la méthode statistique indirecte

On ne peut appliquer la méthode de régression que sur des sections pour lesquelles on dispose d'au moins deux relevés révélant une évolution (cf. ci-dessus). Parmi les vingt-trois sections retenues, seules quatorze répondent à cette exigence. Pour chacune de ces sections, on a identifié les valeurs des paramètres p et t_m du modèle. On a ensuite modélisé ces coefficients d'abord sur la base des vingt variables du tableau I. L'identification des expressions reliant t_m et p à ces variables a été conduite en utilisant le procédé de régression linéaire multiple. Le tableau II présente les principales variables explicatives du modèle identifiées par cette procédure, dans l'ordre décroissant de contribution à l'explication de la variabilité de p et de t_m .

TABLEAU II
Résultats de modélisation des paramètres t_m et p

Paramètres	Régression multiple linéaire					
	t_m			p		
	Intitulé	Coefficient	Corrélation cumulée*	Intitulé	Coefficient	Corrélation cumulée*
Variables explicatives	Comb3	- 4,71	0,43	Ecas _r	- 0,75	0,62
	Eps _{t1,2}	- 3,08	0,51	I _g	1,21	0,80
	T _{moy,q}	2,87	0,89	Ecas _d	- 0,17	0,83
	E _{gra}	2,37	0,92			

* Coefficient de corrélation d'une régression multiple incluant la variable de la ligne et celles des lignes supérieures le cas échéant.

Le paramètre t_m , qui gouverne essentiellement la vitesse de détérioration - notamment pour des niveaux moyens à importants -, dépend en premier lieu de la variable de dimensionnement, $T_{min,q}/T_{bcb}$, ce à quoi on pouvait s'attendre. Plus la T_{bcb} s'approche de la $T_{min,q}$ plus la chaussée résiste à la fissuration thermique transversale. La structure de la chaussée intervient aussi assez nettement sous la forme du paramètre $Eps_{t1,2}$: plus ce paramètre est faible, plus la chaussée est mécaniquement robuste et moins la fissuration se développe rapidement. Notons enfin qu'une élévation de la température moyenne quotidienne correspond à un ralentissement du phénomène.

Le paramètre p gouverne la forme, plus ou moins abrupte, de la courbe. En fait, il est beaucoup moins influent sur la vitesse d'évolution que t_m et, de plus, cette influence porte sur les niveaux les plus faibles. Plus p est petit, plus la fissuration démarre rapidement. Ce paramètre est principalement expliqué par le trafic réel : plus celui-ci est grand, plus p est petit, et donc plus la détérioration démarre rapidement. L'indice de gel influe également assez nettement dans le même sens. Finalement, on confirme ainsi un comportement assez intuitif.

On ajoutera que le nombre de sections traitées étant faible, les résultats et le poids des différentes variables explicatives peuvent varier assez facilement dès que l'on élimine ou modifie l'une des sections. Les corrélations entre les différentes variables explicatives considérées renforcent cette instabilité des conclusions, ce qu'il y aura lieu de conserver à l'esprit lorsque l'on les interprétera.

Mise en œuvre de la méthode des « lois de survie »

On a choisi d'exploiter, avec la méthode des « lois de survie », les mêmes données que celles prises en compte dans le traitement par la méthode statistique indirecte, soit quatorze sections. La raison de ce choix tient à la volonté de pouvoir comparer les résultats donnés par les deux analyses. On se souviendra qu'il s'agit d'un choix restrictif dans le cas de la méthode des « lois de survie », qui permet en réalité d'exploiter les observations effectuées sur les vingt-trois sections, y compris celles effectuées avant le début du processus d'évolution, le cas échéant.

La méthode permet de calculer les courbes de répartition du franchissement de différents niveaux. Considérant la répartition des observations disponibles dans la base, on en a retenu dix-huit : 5, 10, 15, 20, 25, 35, 40, 55, 60, 65, 70, 80, 95, 100, 110, 120, 170, et 190 mm/m². Un premier calcul a été fait sans considérer de variables explicatives, et a conduit à retenir une loi de probabilité de Weibull (19). Une série de calculs a ensuite été réalisée en testant isolément (une par une) les variables explicatives du tableau I. Les variables qui expliquent le mieux l'évolution de la fissuration aux différents niveaux sont regroupées dans le tableau III.

TABLEAU III
Résultats des tests de significativité de différentes variables explicatives

Variables	p-value* (explicativité de la variable)	Niveaux concernés
$T_{\min,q}/T_{\text{bcb}}$	< 0,02	Tous les niveaux testés
T_{bcb}	< 0,03	Tous les niveaux testés
T_{mcb}	< 0,05	Tous les niveaux testés
T_{hcb}	< 0,03	Tous les niveaux testés inférieurs à 100
H_p	< 0,09	Tous les niveaux testés inférieurs à 55

* Cette p-value indique le pourcentage de risque que l'affirmation « cette variable est explicative » soit erronée.

La variable $T_{\min,q}/T_{\text{bcb}}$ apparaît donc comme la plus explicative de la vitesse de fissuration pour l'ensemble des niveaux. Cette variable a ensuite été combinée aux autres variables, notamment celles identifiées par la méthode indirecte. Les résultats sont présentés dans le tableau IV.

TABLEAU IV
Résultats des tests de significativité de différents couples de variables explicatives

Variables	p-value (explicativité du doublet)	p-value* (apport de la seconde variable)	Niveaux concernés
$T_{\min,q}/T_{\text{bcb}}$ avec $Eps_{t1,2}$	< 0,03	> 0,44	Doublet explicatif pour tous les niveaux testés > à 5 ; l'apport de $Eps_{t1,2}$ n'est pas significatif
$T_{\min,q}/T_{\text{bcb}}$ avec $T_{\text{moy},q}$	< 0,007	< 0,03	Doublet explicatif pour tous les niveaux > 5 ; l'apport de $T_{\text{moy},q}$ n'est significatif qu'aux niveaux de 5 à 170 mm/m ²
$T_{\min,q}/T_{\text{bcb}}$ avec $Ecas_r$	< 0,009	< 0,08	Doublet explicatif pour tous les niveaux testés ; l'apport de $Ecas_r$ n'est significatif qu'au niveau de 5 mm/m ²
$T_{\min,q}/T_{\text{bcb}}$ avec I_g	< 0,03		Doublet explicatif pour tous les niveaux testés, sauf 190 ; l'apport de I_g n'est significatif qu'au niveau de 5 mm/m ²

* Cette p-value indique le pourcentage de risque que l'affirmation « la seconde variable apporte une part d'explication » soit erronée.

Tous ces doublets paraissent explicatifs, preuve que la seconde variable n'enlève rien au caractère explicatif de la première. Il est toutefois plus intéressant de rechercher quelles variables complètent le mieux l'explication apportée par le rapport $T_{\min,q}/T_{bcb}$. L'analyse montre que la température moyenne quotidienne ($T_{moy,q}$) apporte un complément d'explication effectif à tous les niveaux compris entre 10 et 170 mm/m². Au niveau de 5 mm/m², ce sont le trafic réel ($Ecas_r$) et l'indice de gel (I_g) qui paraissent plus pertinents.

Ainsi, les méthodes s'accordent sur l'influence de paramètres comme le rapport $T_{\min,q}/T_{bcb}$, $T_{moy,q}$ et, dans une moindre mesure, $Ecas_r$ et I_g . Il y a donc une certaine convergence entre les méthodes, appliquées à des données identiques. Il reste que le nombre restreint de ces données impose la prudence.

Mise en œuvre de la méthode statistique directe [13]

La méthode de régression non linéaire à plusieurs variables est appliquée sur l'ensemble du jeu de données formé des 104 relevés estivaux disponibles sur l'ensemble des sections. Elle débute par l'estimation des coefficients γ_{0j} , γ_{1j} , γ_{2j} , γ_{3j} , γ_{4j} et p_j pour toutes les 495 combinaisons V_1, V_2, V_3, V_4 choisies à partir d'une sélection de douze variables parmi les vingt identifiées dans le tableau I. L'utilisation de la procédure NLIN de SAS permet de renvoyer des estimations pour 485 des 495 combinaisons (taux de succès de 98 %). Pour chaque modèle appliqué à chaque section, l'écart quadratique moyen (EQM) a été calculé, tel que défini par la formule 21. La combinaison de variables qui obtient globalement le meilleur rang est formée des variables : I_g (indice de gel), H_p (hauteur de précipitation), T_{hcb} et du rapport $T_{\min,q}/T_{bcb}$, avec un rang moyen de 167. Cette valeur relativement élevée de rang moyen le plus faible indique qu'il n'y a pas un modèle qui soit clairement meilleur sur l'ensemble des sections (auquel cas ce modèle aurait obtenu un rang faible pour chacune des sections, donc aurait présenté une moyenne faible aussi). On obtient la loi d'évolution :

$$ft = 0 + (550 - 0) * \exp \left(\frac{-89.10^3 * I_g^{-1,13} * H_p^{-2,95} * T_{hcb}^{-2,06} * \left(\frac{T_{\min,q}}{T_{bcb}} \right)^{-1,37}}{t^{0,7}} \right) \quad (23)$$

où l'extension ft est exprimée en mm/m². De l'examen des résultats obtenus lorsque l'on forme des modèles avec trois variables explicatives en retranchant une à une les quatre qui ont été sélectionnées à cette première étape, on conclut que la variable explicative la plus importante pour l'adéquation du modèle est le rapport $T_{\min,q}/T_{bcb}$, ce qui corrobore les résultats obtenus par les deux autres méthodes. Viennent ensuite dans l'ordre : H_p , I_g et T_{hcb} .

Autres applications et comparaisons

Les trois méthodes décrites dans cet article ont fait l'objet d'autres travaux et applications. L'utilisation des modèles pour réduire la fréquence d'auscultation d'un réseau, illustrée sur le cas de la fissuration de fatigue, fait l'objet de la référence [2]. La comparaison des capacités prédictives des modèles bâtis avec ces méthodes est exposée dans [3]. L'utilisation de ces modèles pour conduire une analyse technico-économique de l'entretien routier fait l'objet de la référence [4]. Enfin, l'exploitation de la méthode des lois de survie pour bâtir des modèles d'évolution avant et après travaux, et ainsi évaluer l'effet de ces travaux, est présentée sur le cas de la fissuration transversale de retrait thermique dans référence [5].

CONCLUSIONS

Pour qu'un système d'aide à la décision permette d'optimiser la gestion de l'entretien routier, il faut qu'il intègre des modèles permettant de prédire l'évolution des dégradations de chaussées. Les études théoriques et les essais de laboratoire ne suffisent pas à construire ces modèles de façon fiable. Seule l'analyse des données recueillies sur des chaussées soumises à des conditions normales d'usage peut déboucher sur des modèles exploitables.

Le LCPC et le MTQ ont développé plusieurs méthodes d'analyse statistique permettant de modéliser l'évolution des dégradations de chaussées à partir des informations contenues dans des bases de données routières. Ces méthodes sont décrites dans cet article. Il s'agit d'une méthode statistique indirecte, enchaînant une procédure itérative d'ajustement de courbe et une régression multiple linéaire, d'une méthode dérivée de la théorie des lois de survie et, enfin, d'une méthode statistique directe, fondée sur une procédure de régression non linéaire. Une application de ces méthodes aux données du programme de suivi de sections tests du MTQ a permis d'en faire une évaluation comparative.

Au-delà de cette comparaison, la coopération a été l'occasion de faire progresser les réflexions sur la notion de « variables explicatives » et de faire émerger le concept de « robustesse ». L'étude montre l'importance et la difficulté d'identifier les variables explicatives des évolutions modélisées. En théorie, les trois méthodes utilisées permettent cette identification, donc la construction de modèles fiables. En pratique, deux difficultés viennent tempérer cet optimisme. Sur les bases issues de programmes tests, le nombre de sections observées est parfois du même ordre de grandeur, voire inférieur, au nombre de variables dont il faut tester le caractère explicatif. De plus, ces variables présentent des corrélations plus ou moins fortes, ce qui ne permet pas toujours de trancher *in fine*. Par ailleurs, et dans la mesure où la conception et le dimensionnement des chaussées prennent en compte certaines des variables explicatives en s'attachant à réduire leur rôle dans les phénomènes d'endommagement, celles-ci peuvent ne plus paraître explicatives lorsque l'on analyse le comportement des chaussées. Dans les deux cas, seule la prise en compte des connaissances des experts, en réduisant la liste des variables potentiellement explicatives d'une part, et en identifiant les combinaisons de variables explicatives traduisant la méthode de dimensionnement d'autre part, peuvent permettre de surmonter ces difficultés. Les modèles d'évolution issus des méthodes présentées dans l'article s'appuient, pour passer du comportement d'une famille à celui d'une section particulière de la famille, sur la notion de robustesse. Les travaux menés ont permis d'éclairer cette notion.

Outre les perspectives qu'ils ouvrent pour le développement de systèmes plus fiables de programmation pluriannuelle d'entretien et d'analyse de stratégie, ces travaux permettent d'espérer, à court ou moyen terme, une réduction sensible de la fréquence et donc du coût des opérations de recueil de données sur l'état des chaussées et de mieux cibler les variables explicatives à recueillir (cf. réf. [2]). Toujours à moyen terme, l'application de ces méthodes de modélisation aux chaussées entretenues devrait permettre d'améliorer la modélisation de l'effet des travaux d'entretien. Une thèse est en cours sur ce sujet, dans le prolongement des travaux menés en commun par le LCPC et le MTQ (cf. réf. [14]).

Remerciements : Les auteurs tiennent à remercier la Commission Permanente France-Québec pour le soutien précieux qu'elle a apporté au projet, en prenant en charge les frais des missions qui ont permis à l'équipe québécoise et à l'équipe française de se rencontrer deux fois par an pour faire le point de leur travaux. Ils tiennent également à remercier MM. Corté (LCPC) et Rioux (MTQ) pour leurs conseils pertinents, ainsi que Mme Pouliot (MTQ) et M. Riouall (LCPC) pour leur importante contribution à la préparation et à l'exploitation des bases de données.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] LEPERT Ph., JOUBERT P., *Recent developments in the PMS in France*, 4th International Conference on Managing Pavement, Durban, Afrique du Sud, May 1998.
- [2] LEPERT Ph., LEROUX D., SAVARD Y., *Use of pavement performance models to improve efficiency of data collection procedures*, 3rd International Symposium on Maintenance and Rehabilitation of Pavements and Technological Control, University of Minho, Guimaraes, Portugal, July 2003.
- [3] LEROUX D., LEPERT Ph., RÊCHE M., SAVARD Y., *Comparison of Three Statistical Methods for Fatigue Cracking Prediction*, 83rd TRB annual Meeting (CD-ROM), Washington D.C., États-Unis, 11-14 January 2004.
- [4] SAVARD Y., LEPERT Ph., LEROUX D., DE BLOIS K., RÊCHE M., *Development of Pavement Performance Model from Test Sections Database – Application to Maintenance Strategies*, 2nd European Conference on PMS and Asset Management, Berlin, Allemagne, 23-24 March 2004.

- [5] RÊCHE M., VERGNE A., LEPERT Ph., *Impact of maintenance treatments on pavement cracking models*, Fifth RILEM International Conference on Cracking in Pavements, Limoges, France, 5-8 mai **2004**.
- [6] COURILLEAU E., *Analyse statistique de données routières appliquée au développement de modèle de gestion de l'entretien*, Thèse, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand, France, octobre **1997**.
- [7] SETRA-LCPC, *Conception et dimensionnement des structures de chaussée*, Guide technique, Paris, décembre **1994**.
- [8] LEPERT Ph., GOUX M.-T., *Évaluation du Réseau français de routes nationales basée sur le relevé de dégradations de surface*, IV^e Congrès International de la route, Rabat, Maroc, 2 juin **1994**.
- [9] BERTRAND L., LEPERT Ph., *Relevé des dégradations de surface des chaussées*, Méthode d'Essai LPC, **38-2**, LCPC, mai **1997**.
- [10] SAVARD Y., LEROUX D., POULIOT N., LEPERT Ph., RIOUALL A., *Analyse préliminaire de la base de données (chaussées avant intervention d'entretien)*, Projet de coopération franco-québécois sur les modèles de performances des chaussées, rapport **6**, LCPC/MTQ, juillet **2001**.
- [11] LEPERT Ph., RIOUALL A., *Identification de modèles d'évolution par régression non linéaire*, Projet de coopération franco-québécois sur les modèles de performances des chaussées, rapport **9**, LCPC/MTQ, juin **2002**.
- [12] RÊCHE M., *Identification des lois d'évolution des dégradations de chaussées*, Application de la méthode des lois de survie, Projet de coopération franco-québécois sur les modèles de performances des chaussées, rapport **7**, LCPC/MTQ, juillet **2002**.
- [13] LEROUX D., *Identification de modèles d'évolution par régression non linéaire multi variables (méthode « directe »)*, Projet de coopération franco-québécois sur les modèles de performances des chaussées, rapport **9c**, LCPC/MTQ, mai **2003**.
- [14] LEPERT Ph., *Méthodes pour modéliser l'évolution d'une dégradation de chaussée à partir d'une base d'observations en site*, Projet de coopération franco-québécois sur les modèles de performances des chaussées, rapport **3**, version 3.0, LCPC/MTQ, novembre **2001**.