

# Loi thermo-visco-élasto-plastique pour les enrobés bitumineux

## Simulations des essais de traction directe et de retrait thermique empêché

François OLARD

APPIA, Direction de la Recherche et du Développement

Hervé DI BENEDETTO

École nationale des travaux publics de l'État, Département Génie Civil et Bâtiment

### RÉSUMÉ

La loi thermo-visco-élasto-plastique générale « DBN » pour les mélanges bitumineux, ainsi que l'utilisation du programme développé sous l'interface Visual Basic de MS Excel, dans lequel la loi est intégrée, sont présentés. Cette loi introduit les différentes observations expérimentales : un comportement viscoélastique linéaire en petites déformations, des non-linéarités pour des niveaux de déformation plus élevés, ainsi qu'un écoulement viscoplastique. L'effet de la température est décrit aussi bien en petites déformations qu'en grandes déformations. La loi traduit correctement le comportement des enrobés bitumineux lors d'essais de module complexe et de traction directe. Elle permet également de simuler les phénomènes de couplage thermo-mécanique, en particulier l'essai de retrait thermique empêché. Des exemples de modélisation pour ces deux derniers types de sollicitation illustrent l'efficacité et le potentiel de cet outil de prévision du comportement de l'enrobé sous diverses sollicitations (mécaniques et/ou thermiques).

DOMAINE : Route.

### ABSTRACT

**THERMO-VISCO-ELASTO-PLASTIC LAW FOR BITUMINOUS MIXES: SIMULATIONS OF DIRECT TENSILE TESTS AND RESTRAINED THERMAL SHRINKAGE**

The general "DBN" thermo-visco-elasto-plastic law for bituminous mixes along with use of the program developed via the Visual Basic interface of MS Excel, within which this law has been assimilated, will be presented herein. The "DBN" law introduces the range of experimental observations: linear viscoelastic behavior in small strains, non-linearities for higher levels of strain, in conjunction with a viscoplastic flow. The temperature effect is described in small as well as large strains. This law accurately translates the behavior of bituminous mixes during both complex modulus and direct tensile testing; it also allows simulating thermo-mechanical coupling phenomena, in particular the restrained cooling test. Modeling examples for these two types of loading serve to illustrate the effectiveness and potential of this behavior prediction tool for mixes submitted to various loadings (mechanical and/or thermal).

FIELD: Roads.

## INTRODUCTION

Le présent article est consacré à la présentation de la loi thermo-visco-élasto-plastique générale mono-dimensionnelle développée initialement à l'ENTPE pour les mélanges bitumineux [1, 2] ainsi qu'à l'utilisation du programme informatique développé ces dernières années sous l'interface Visual Basic de MS Excel, dans lequel la loi est intégrée [3, 4]. Par la suite, ce modèle général est appelé modèle DBN (Di Benedetto-Neifar). Il diffère des modèles rhéologiques proposés jusqu'à présent dans la littérature pour les mélanges bitumineux (e.g. [5-10]).

Le modèle DBN introduit un comportement viscoélastique linéaire en petites déformations, des non-linéarités pour des niveaux de déformation plus élevés, ainsi qu'un écoulement viscoplastique. Ces deux types de comportement sont reliés par une relation qui a été choisie hyperbolique, dans un premier temps, afin de simplifier la formulation. Ainsi, le modèle permet de décrire, de manière unifiée, un comportement linéaire (module complexe, etc.) utilisé en pratique pour les calculs des efforts et

des déformations dans les structures routières, et un comportement non linéaire et irréversible apparaissant, par exemple, lors de l'orniérage ou de la fissuration des chaussées.

L'effet de la température est décrit aussi bien en petites déformations, où le principe d'équivalence temps-température (PETT) est supposé valide, qu'en grandes déformations. La loi permet notamment de simuler les phénomènes de couplage thermomécanique, en particulier l'essai de retrait thermique empêché lors de variations de température soit monotones, soit cycliques.

Cette étude est issue des travaux de Di Benedetto et *al.* [11-14], de Neifar et *al.* [1, 2] et, plus récemment, de Olard [3, 4] sur les mélanges bitumineux. De nombreux travaux expérimentaux ont été réalisés aussi bien dans le domaine des petites déformations [1, 15] que des grandes déformations [2, 11, 15, 16]. Des comparaisons entre les résultats expérimentaux et les simulations à l'aide du modèle DBN sont proposées.

Soulignons que, lors du développement du modèle DBN, la convention de signe de la mécanique des sols a été retenue : contrainte de compression positive et contrainte de traction négative. Cette même convention de signe a été conservée lors du développement du programme informatique.

## PARTIE EXPÉRIMENTALE

### Enrobés bitumineux testés

Cinq enrobés bitumineux très différents, fabriqués à partir de cinq liants (deux bitumes purs 10/20 et 50/70, ainsi que trois bitumes-polymères appelés par souci de confidentialité PMB1, PMB4 et PMB5, contenant une faible ou une forte teneur en SBS ou en EVA) et d'une formulation type continu semi-grenu 0/10 composée de granulats concassés de diorite dite « Mazières », ont été testés. Les teneurs en liant et en vides étaient respectivement égales à 6 ppc et  $3 \pm 1$  %.

### Essais sur enrobés

Les résultats expérimentaux sur enrobés présentés dans cet article sont tirés du mémoire de thèse de François Olard [4] et ne sont pas repris intégralement ici pour des raisons de concision et de clarté.

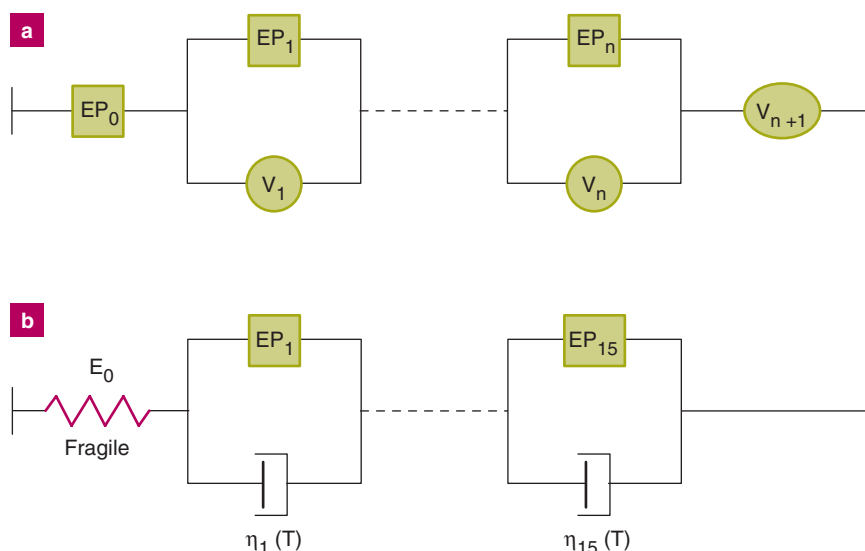
Trois types d'essai sur enrobés ont été réalisés :

- essai de module complexe pour des températures variant de  $+45\text{ °C}$  à  $-30\text{ °C}$  et à des fréquences comprises entre  $10^{-3}$  et  $30\text{ Hz}$  [4, 16, 20] ;
- essai de traction directe à températures constantes comprises entre  $+5\text{ °C}$  et  $-46\text{ °C}$ . Deux vitesses de déformation ( $300$  et  $45\,000\text{ }\mu\text{m/m/h}$ ), maintenues constantes lors du test, ont été choisies pour étudier l'influence de la vitesse de déformation sur les propriétés des enrobés avant et à la rupture [4, 16-19] ;
- essai de retrait thermique empêché, encore appelé « Thermal Stress Restrained Specimen Test » (TSRST), réalisé selon la spécification américaine Aashto TP10. Ce test consiste à maintenir constante la hauteur d'une éprouvette d'enrobé tout en diminuant la température à vitesse constante ( $-10\text{ °C/h}$ ) à partir d'une température initiale de  $+5\text{ °C}$ . La contraction thermique de l'éprouvette étant empêchée, une contrainte de traction induite thermiquement se développe jusqu'à ce que la résistance de l'enrobé soit atteinte. Le couplage thermo-mécanique introduit est à l'origine des problèmes de fissuration thermique observés sur les chaussées.

## PRÉSENTATION DU MODÈLE

Suite à des développements généraux sur la modélisation du comportement des géomatériaux, Di Benedetto a proposé en 1987 un modèle généralisé (Fig. 1a). La description du comportement de l'enrobé s'effectue en qualifiant et en identifiant les corps non-visqueux  $EP_j$  et visqueux  $V_j$  [11].

Le nombre de corps considérés doit se situer dans une fourchette « raisonnable » afin de trouver un compromis entre la complexité des développements et une description « fine » du comportement du matériau. Nous présentons ici un modèle constitué de quinze éléments, qui permet une description assez fine du comportement des enrobés [1-3, 13]. De plus, l'aspect « discret » de la modélisation présentée ne doit pas être considéré comme une restriction du modèle puisqu'il est possible d'étendre le modèle en considérant un plus grand nombre de corps [1-2, 13]. Cette extension, comme nous le développons dans la suite, n'augmente pas le nombre de constantes nécessaires à la calibration générale du modèle.



□ **Figure 1**

a. Modèle généralisé [11].

b. Structure choisie comme modèle discret pour les enrobés bitumineux.

## Description du comportement des corps de type « EP »

Compte tenu des observations « expérimentales sur les enrobés bitumineux et, plus généralement, sur les géomatériaux, chaque corps EP traduit le comportement des matériaux granulaires non liés, en première approximation. Pour qualifier le corps EP, un formalisme incrémental de type « interpolation » initialement développé pour les sables par Di Benedetto est utilisé [11].

Dans le cas monodimensionnel, le comportement du corps est décrit par une relation entre les accroissements de contrainte ( $\Delta\sigma$ ) et de déformation ( $\Delta\varepsilon$ ) à partir de l'origine ou du dernier point d'inversion de la sollicitation (lors de sollicitations cycliques) :

$$\Delta\sigma = f(\Delta\varepsilon) \quad (1)$$

La fonction «  $f$  » de la courbe vierge a une valeur «  $f^+$  » en charge avec une asymptote «  $s^+$  », et une valeur «  $f^-$  » en décharge avec une asymptote «  $s^-$  ». «  $s^+$  » et «  $s^-$  » sont les paliers de contrainte respectivement en compression et en traction. Ils sont déterminés à partir d'essais triaxiaux, à vitesse de déformation constante. La fonction «  $f^-$  » se déduit de «  $f^+$  » par la relation suivante,  $k$  étant le rapport entre la valeur absolue de  $s^-$  et  $s^+$  :

$$f^-(\Delta\varepsilon) = -kf^+\left(-\frac{\Delta\varepsilon}{k}\right) \quad (2)$$

Dans un souci de simplicité, la fonction  $f^+$  choisie est une hyperbole décrite par la pente à l'origine et l'asymptote. Seules trois constantes sont donc introduites pour chaque corps EP :

- la pente à l'origine  $E_j$ ,
- l'asymptote de plasticité en compression (rupture en compression)  $s_j^+$ ,
- l'asymptote de plasticité en extension (rupture en extension)  $s_j^-$ .

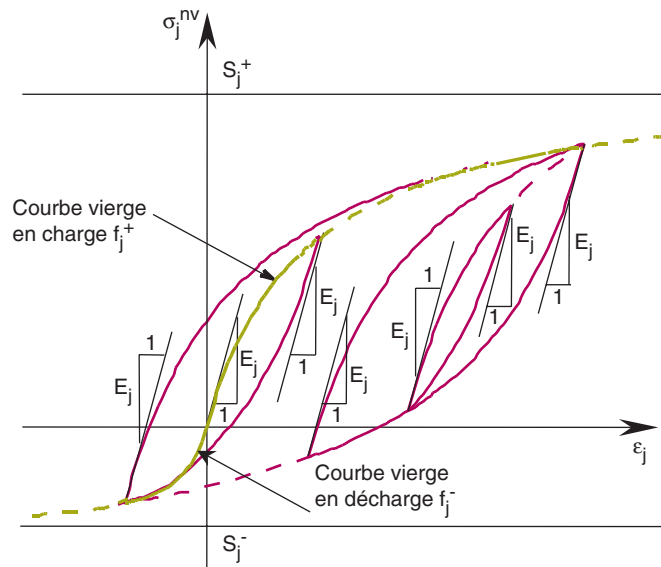
Ainsi, la fonction  $f^+$  pour le corps  $EP_j$  ( $f_j^+$ ) a pour équation :

$$\sigma_j = \frac{E_j \varepsilon_j}{1 + \frac{E_j \varepsilon_j}{s_j^+}} \quad (= f_j^+(\varepsilon_j)) \quad (3)$$

Pour exprimer la fonction  $f^-$  de décharge, il suffit de remplacer  $s_j^+$  par  $s_j^-$  dans l'équation 3.

La fonction  $f$  de l'équation 1 est déduite de la fonction  $f^+$  en appliquant une règle de comportement cyclique qui correspond à une extension de la règle de Masing [1-3]. Quelques séquences de cyclage caractérisant  $f$  sont présentées sur la figure 2. Soulignons que la donnée, pour l'enrobé, d'un critère de rupture « viscoplastique » du type  $\sigma_{\text{rupture}} = F(\varepsilon)$  permet de calculer les valeurs  $s_j^+$  et  $s_j^-$ . D'autre part, pour de très « petits » cycles, le comportement est assimilable à celui d'un ressort de rigidité  $E_j$ .

**Figure 2**  
Caractérisation du comportement du corps  $EP_j$  (cf. Fig. 1b) : courbe vierge et exemples de séquences de cyclage.



## Description du comportement des corps de types « V »

Chaque corps  $V_j$ , associé en parallèle au corps  $EP_j$ , est un amortisseur caractérisé par sa viscosité  $\eta_j(T)$  qui est une fonction de la température  $T$ . Il est possible de montrer théoriquement que seules les viscosités  $\eta_j$  dépendent de  $T$  de manière à prendre en compte le Principe d'Équivalence Temps-Température (PETT). Le modèle utilisé dans les simulations du comportement des enrobés bitumineux a donc la structure présentée sur la figure 1b. L'élément purement visqueux  $V_{n+1}$  normalement en série n'est pas présent car les enrobés sont considérés comme des corps de type solide.

## Comportement fragile du ressort de rigidité $E_0$

Le ressort de rigidité  $E_0$  traduit les déformations instantanées de l'enrobé bitumineux. Il présente, de plus, la particularité de traduire la rupture fragile de l'enrobé dès que la contrainte excède la résistance en traction de l'enrobé obtenue expérimentalement à basses températures. Cette résistance varie de manière monotone croissante avec la température.

## CALIBRATION DU MODÈLE

Pour un enrobé bitumineux donné, les résultats d'essais de module complexe permettent la calibration du modèle dans le domaine des petites déformations (identification des paramètres  $E_j$  et  $\eta_j$ ). La donnée d'un critère de rupture, par exemple celui de Di Benedetto [11], associée aux essais de traction à vitesse de déformation imposée et constante, permet la calibration du modèle dans le domaine des grandes déformations (identification des paramètres  $s_j^+$  et  $s_j^-$ ).

## Calibration en petites déformations

Le domaine des petites déformations correspond au domaine où le comportement peut être considéré comme linéaire. Charif, Doubbaneh et Airey *et al.* ont trouvé expérimentalement que la limite du domaine linéaire correspond à des amplitudes de déformation de l'ordre de quelques  $10^{-5}$  m/m pour les enrobés [15, 21-23].

Dans le domaine des petites déformations, les corps  $EP_j$  ont un comportement élastique linéaire et peuvent être remplacés par des ressorts de rigidité  $E_j$ . Ainsi, dans ce domaine, le modèle discret DBN représenté sur la figure 1b équivaut alors à un modèle de Kelvin-Voigt généralisé. La forme analogique asymptotique du modèle DBN dans le domaine viscoélastique linéaire est représentée sur la figure 3 (pour  $n = 15$ ). Son module complexe est donné par l'expression suivante :

$$E^{*DBN}(i\omega, T) = \left( \frac{1}{E_0} + \sum_{j=1}^{15} \frac{1}{E_j + i\omega\eta_j(T)} \right) \quad (4)$$

Les comparaisons avec les résultats expérimentaux montrent que le modèle à spectre continu 2S2P1D [26, 27] (développé initialement à l'ENTPE dans le cadre de la thèse de Olard [4]) simule très correctement le comportement viscoélastique linéaire des liants et des mélanges bitumineux. Nous avons donc choisi de traduire, grâce à une optimisation des valeurs  $E_j$  et  $\eta_j$ , un comportement « proche » de celui décrit par le modèle 2S2P1D (2 Springs, 2 Parabolic elements, 1 Dashpot ; ce modèle consiste en une généralisation du modèle de Huet-Sayegh [24, 25]) dont le module complexe est donné par l'expression suivante :

$$E^{*2S2P1D}(i\omega\tau) = E(0) + \frac{E(\infty) - E(0)}{1 + \delta(i\omega\tau)^{-k} + (i\omega\tau)^{-h} + (i\omega\beta\tau)^{-1}} \quad (5)$$

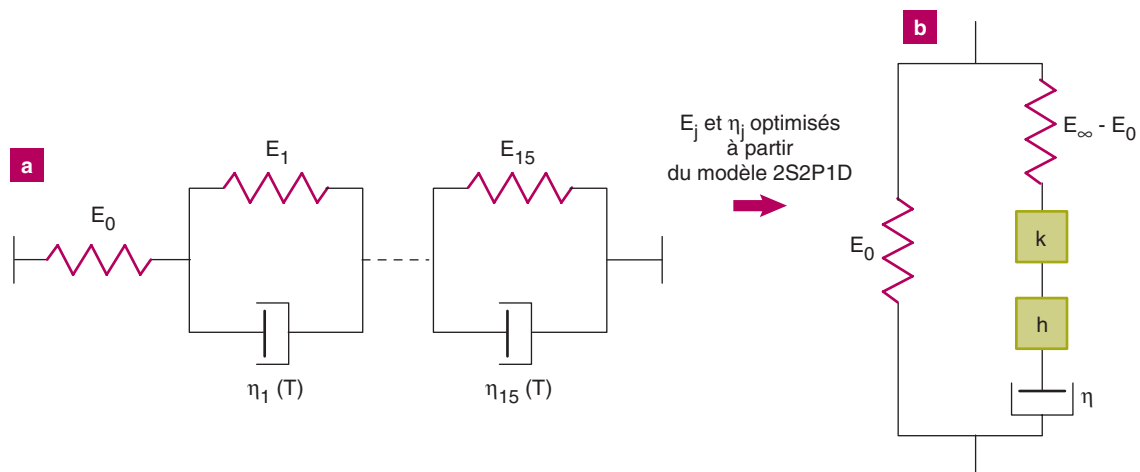
dans laquelle  $\tau$  est une fonction de la température qui permet de prendre en compte la propriété d'équivalence temps-température :

$$\tau = \tau_0 a_T(T) = \tau_0 10^{\frac{C_1(T-T_s)}{C_2 + T - T_s}} \quad (6)$$

où  $\tau_0$  est une constante à déterminer à la température de référence  $T_s$  choisie arbitrairement,  $a_T$  correspond au facteur de translation pris sous la forme donnée par William, Landel et Ferry (W.L.F.) et  $C_1$  et  $C_2$  sont deux constantes à déterminer [28].

Les trente et un paramètres ( $E_j$ ,  $\eta_j$ ) du modèle discret (cf. Fig. 3 où  $EP_j$  est un ressort de module  $E_j$ ) sont obtenus à partir d'un processus d'optimisation à partir de sept paramètres seulement (ceux du modèle 2S2P1D). L'accroissement du nombre de corps de Kelvin-Voigt, donc de corps  $EP_j$  et  $V_j$  dans le modèle généralisé, ne nécessite aucune constante supplémentaire et ne pose à ce stade d'utilisation aucun problème particulier. Néanmoins, l'augmentation du nombre de corps se traduit, dans l'utilisation du modèle, par un temps de calcul plus élevé.

Soulignons que l'utilisation d'un modèle à spectre continu (2S2P1D) pour la calibration en petites déformations du modèle DBN correspond à une étape supplémentaire dont il est possible de



□ **Figure 3**

a. Forme analogique asymptotique du modèle discret DBN dans le domaine viscoélastique linéaire pour  $n = 15$ .  
b. Représentation analogique du modèle 2S2P1D [26, 27].

s'affranchir si l'optimisation est réalisée directement à partir des données expérimentales. Cependant, cette étape intermédiaire présente l'avantage de n'introduire que sept paramètres pour décrire le comportement viscoélastique linéaire (VEL) du matériau. Comme souligné précédemment, le modèle 2S2P1D donne des résultats très proches du modèle de Huet-Sayegh. De nombreux travaux (LCPC [29, 30], ENTPE [1, 2, 4, 26, 27, 31], Nilsson *et al.* [32], etc.) ont montré la qualité du modèle de Huet-Sayegh pour traduire le comportement VEL des enrobés. Le choix du modèle 2S2P1D résulte de l'analyse de travaux récents (Olard *et al.* [4, 26, 27]) montrant que l'application aux liants est également possible. En outre, un passage entre les propriétés VEL du liant et celles de l'enrobé est directement possible en conservant cette structure de modèle (2S2P1D).

Le « module vitreux »  $E(\infty)$  dans l'expression du module complexe du modèle 2S2P1D (5) correspond à la rigidité  $E_0$  du modèle discret DBN. Le « module statique »  $E(0)$  (qui est différent de  $E_0$ ) dans l'expression du module complexe du modèle 2S2P1D correspond au module de l'enrobé pour une pulsation qui tend vers 0. La relation suivante doit être vérifiée :

$$E(0) = \left( \sum_{j=0}^{15} \frac{1}{E_j} \right)^{-1} \quad (7)$$

La méthode de détermination des trente et un paramètres ( $E_j, \eta_j$ ) du modèle discret DBN (*cf.* Fig. 3 où  $EP_j$  est un ressort de module  $E_j$ ) consiste à minimiser la somme des distances entre le module complexe du modèle 2S2P1D et celui du modèle DBN en  $N$  points de pulsation  $\omega_i$  (méthode des moindres carrés). Cette minimisation est faite à la température de référence  $T_s$  en utilisant le *Solver* de MS Excel :

$$\text{minimisation de } \sum_{i=1}^N \left( \left[ E_1^{2S2P1D}(\omega_i) - E_1^{DBN}(\omega_i) \right]^2 + \left[ E_2^{2S2P1D}(\omega_i) - E_2^{DBN}(\omega_i) \right]^2 \right) \quad (8)$$

où  $E_1^{2S2P1D}$  et  $E_2^{2S2P1D}$  sont respectivement la partie réelle et la partie imaginaire du module complexe donné par le modèle 2S2P1D, noté  $E^{2S2P1D}$ , et  $E_1^{DBN}$  et  $E_2^{DBN}$  sont respectivement la partie réelle et la partie imaginaire du module complexe  $E^{*DBN}$  donné par le modèle DBN.

L'optimisation est effectuée en utilisant une suite de temps de relaxation  $\tau_i$  monotone. Pour cela, les deux conditions suivantes sont imposées :

- la suite  $(E_j)_{j \in \{1, \dots, 15\}}$  est croissante,
- la suite  $(\eta_j)_{j \in \{1, \dots, 15\}}$  est décroissante.

La figure 4 présente une comparaison des résultats expérimentaux de module complexe obtenus sur l'enrobé au liant 50/70 à +15 °C aux modules complexes obtenus à partir des modèles 2S2P1D et DBN (à quinze éléments). L'augmentation du nombre d'éléments permet de se rapprocher du comportement décrit par le modèle 2S2P1D. Toutefois, la calibration du modèle DBN à quinze éléments semble assez satisfaisante. Le tableau I indique les modules  $E_j$  et les viscosités  $\eta_j$  obtenues à +15 °C pour l'enrobé au liant 50/70. Les résultats de la calibration du modèle DBN en petites déformations, pour les enrobés aux liants 10/20, PMB1, PMB4 et PMB5, sont présentés dans l'annexe 1.

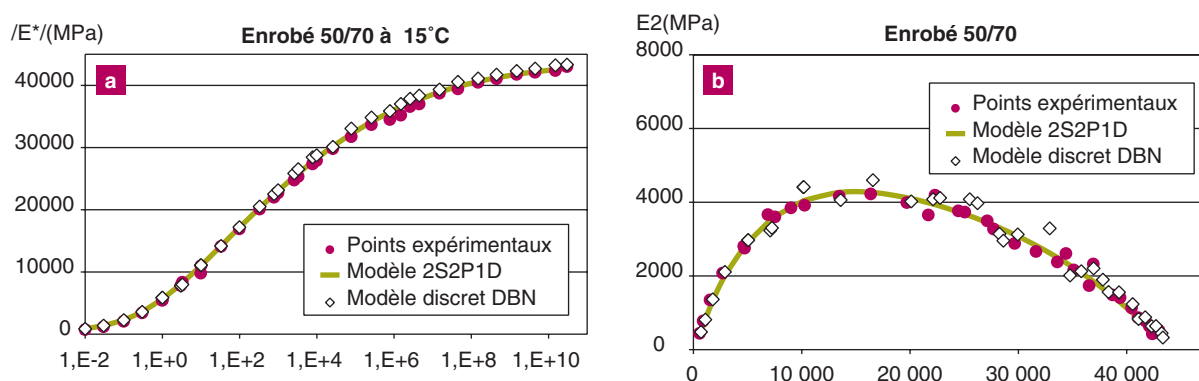


Figure 4

Modules complexes obtenus par le modèle 2S2P1D et le modèle discret DBN (à quinze éléments) et résultats expérimentaux à 15 °C.

**TABLEAU I**  
Valeurs des rigidités  $E_j$  et des viscosités  $\eta_j$  obtenues à  $T = 15^\circ\text{C}$ , pour l'enrobé au liant 50/70

N° de l'élément	$E_j$ (MPa)	$\eta_j$ (MPa*s)	$\tau_j = \frac{\eta_j}{E_j}$ (s)
0	45 000	–	–
1	381	80 000	2,09E + 02
2	1 200	20 000	1,67E + 01
3	3 700	10 000	2,70E + 01
4	10 500	8 000	7,62E – 01
5	13 500	4 000	2,96 E – 01
6	17 300	500	2,89 E – 02
7	47 400	100	2,11 E – 03
8	130 000	30	2,31 E – 04
9	160 000	9	5,63 E – 05
10	175 000	0,6	3,43E – 06
11	375 210	0,05	1,33E – 07
12	640 000	0,005	7,81E – 09
13	1 300 000	0,0005	3,85E – 10
14	1 830 000	0,00005	2,73E – 11
15	2 960 000	2,90E-06	9,81E – 13

## Calibration à l'écoulement viscoplastique

Les essais de compression et d'extension à vitesse de déformation constante sur enrobé bitumineux montrent que la contrainte ne peut pas dépasser un seuil  $\sigma_p$  qui dépend de la norme de cette vitesse. Ce seuil peut être déterminé à partir d'un critère d'écoulement. C'est le critère proposé par Di Benedetto qui a été utilisé [11]. Les seuils en traction  $s_j^-$  du modèle discret ont alors été déterminés afin d'obtenir une courbe seuil-vitesse de déformation proche de ce critère dont l'expression est la suivante :

$$\dot{\varepsilon}_{\text{DIB}}(\sigma_p, T) = \dot{\varepsilon}_0 \exp \left( \frac{\frac{\sigma_p}{\sigma_0} - \gamma}{\beta} \right) - \delta \quad (9)$$

avec

- $\dot{\varepsilon}_0 = 1 \text{ s}^{-1}$ ,
- $\sigma_0 = 1 \text{ MPa}$ ,
- $T = \text{température } (^\circ\text{C})$ ,
- $\beta, \delta, \gamma = \text{trois constantes adimensionnelles du matériau}$ .

La relation entre la vitesse de déformation  $\dot{\varepsilon}$  et le seuil viscoplastique  $\sigma_p$  pour le modèle généralisé DBN est la suivante :

$$\dot{\varepsilon}_{\text{DBN}}(\sigma_p, T) = \sum_{j=1}^{15} \dot{\varepsilon}_j = \sum_{j=1}^{15} \frac{<\sigma_p - s_j^->}{\eta_j(T)} \quad (10)$$



avec

$$\langle \sigma_p - s_j^- \rangle = \begin{cases} \sigma_p - s_j^- & \text{si } \sigma_p < s_j^- \\ 0 & \text{dans le cas contraire} \end{cases} \quad (11)$$

Afin de déterminer la suite des seuils  $(s_j^-)_{j \in \{1, \dots, 15\}}$  qui satisfait l'équation :

$$\dot{\epsilon}_{\text{DBN}}(\sigma_p, T) \approx \dot{\epsilon}_{\text{DIB}}(\sigma_p, T) \quad (12)$$

la courbe analytique (Fig. 5) est approchée par une suite de segments :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\epsilon}_{\text{DIB}}(s_1^-) = 0 \\ \dot{\epsilon}_{\text{DIB}}(s_2^-) = \frac{s_2^- - s_1^-}{\eta_1} \\ \dot{\epsilon}_{\text{DIB}}(s_3^-) = \frac{s_3^- - s_1^-}{\eta_1} + \frac{s_3^- - s_2^-}{\eta_2} \\ \vdots \\ \dot{\epsilon}_{\text{DIB}}(s_{15}^-) = \sum_{j=1}^{15} \frac{s_{15}^- - s_j^-}{\eta_j} \end{array} \right. \quad (13)$$

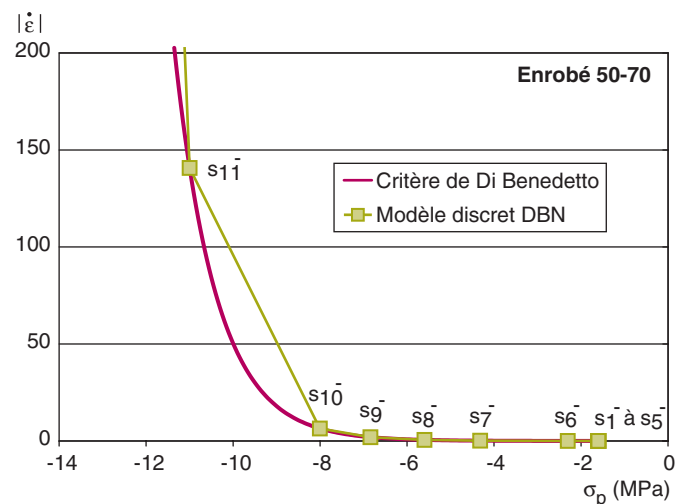
$s_1^-$  est calculé directement à partir de la première expression figurant dans l'équation 13 :

$$s_1^- = \sigma_0 \left[ \beta \ln\left(\frac{\delta}{\epsilon_0}\right) + \gamma \right] \quad (14)$$

Les autres équations sont résolues successivement, à la température  $T$  considérée. Les seuils  $s_j^-$  obtenus ne doivent pas dépendre de la température choisie [11].

Ainsi, pour appliquer le critère de Di Benedetto (9), il suffit de déterminer les trois constantes du matériau  $\beta$ ,  $\delta$  et  $\gamma$ . Un système d'équations à trois inconnues permet de déterminer ces trois constantes si trois vitesses de déformation ont été appliquées. Or, dans le cas présent, seules deux vitesses de déformation ont été étudiées lors des essais de traction : 300 et 45 000  $\mu\text{m/m/h}$  (la durée des essais à 300  $\mu\text{m/m/h}$  est en effet très grande : au-delà d'une journée pour certains enrobés testés, même à des températures inférieures à 5 °C en l'occurrence). Nous avons choisi d'utiliser arbitrairement la constante  $\delta$  obtenue par Di Benedetto [11] pour résoudre le système. Il aurait néanmoins été intéressant d'étudier une troisième vitesse de déformation comme 3 300  $\mu\text{m/m/h}$ .

□ **Figure 5**  
Vitesses de déformation obtenues pour le modèle discret développé et le critère de Di Benedetto, en fonction de la contrainte, à 15 °C.





Dans cette étude, seuls des essais de traction directe sur enrobés ont été réalisés. Les seuils en compression  $s_j^+$  sont déduits des seuils  $s_j^-$  à partir du critère tridimensionnel de contrainte maximale introduit par Di Benedetto et Yan en 1994 [12]. En accord avec les résultats obtenus suite aux thèses de Yan [33] et de Neifar [1], le rapport entre le seuil  $s_j^-$  et le seuil  $s_j^+$  (noté  $k$ ) est fixé arbitrairement à 0,28 pour tous les éléments  $EP_j$ .

Le tableau II regroupe les seuils en compression et en extension des corps  $EP_j$  du modèle discret DBN à quinze éléments, pour l'enrobé au liant 50/70. Les seuils correspondant aux quatre autres enrobés testés dans cette étude (fabriqués à partir des liants 10/20, PMB1, PMB4 et PMB5) sont présentés dans l'annexe 2.

**TABLEAU II**  
Seuils en compression et en extension du modèle DBN à quinze éléments, pour l'enrobé 50/70

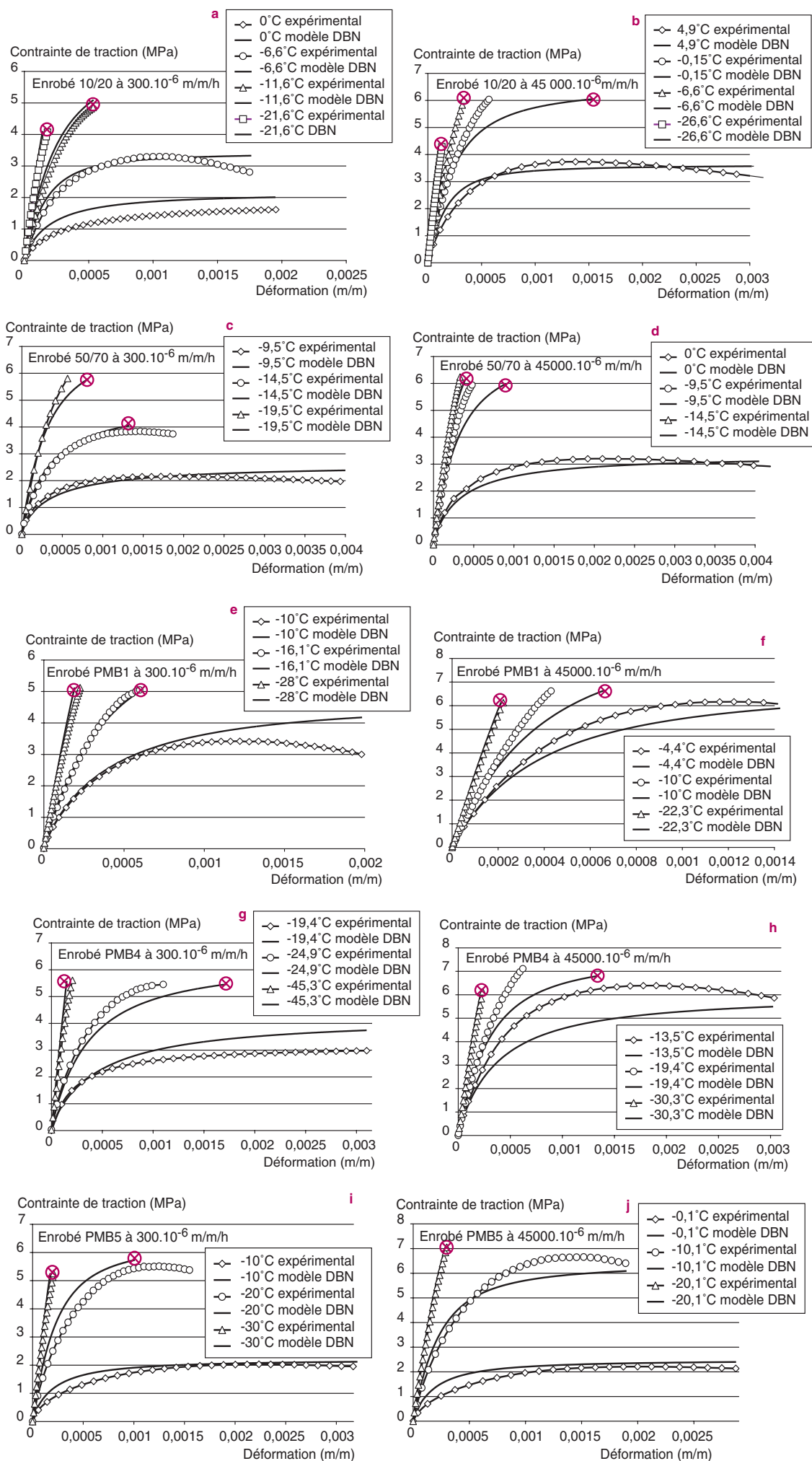
N° de l'élément	$s_j^+$ (MPa)	$s_j^-$ (MPa)
1	5,72	- 1,60
2	5,72	- 1,60
3	5,72	- 1,60
4	5,72	- 1,60
5	5,72	- 1,60
6	8,23	- 2,30
7	15,42	- 4,32
8	20,00	- 5,60
9	24,44	- 6,84
10	28,59	- 8,00
11	39,28	- 11,00
12	46,97	- 13,15
13	55,17	- 15,45
14	63,05	- 17,65
15	71,07	- 19,90

Une comparaison à 15 °C des vitesses de déformation à l'écoulement en fonction de la contrainte, obtenues par le modèle généralisé DBN à quinze éléments et le critère de Di Benedetto, est fournie à titre d'exemple sur la figure 5, pour l'enrobé au liant 50/70. En raison du nombre choisi d'éléments qui est limité à 15, les cinq premiers éléments possèdent les mêmes seuils. Un nombre plus élevé d'éléments  $EP_j$  permettrait d'obtenir des seuils différents pour ces éléments.

Pour de plus amples détails sur la procédure de calibration à l'écoulement viscoplastique, le lecteur peut se référer à [2, 3].

## Calibration de la rupture fragile

Comme indiqué précédemment, la prédiction de la rupture fragile est possible en introduisant un critère de rupture pour le corps  $EP_0$  (cf. Fig. 1b) qui joue alors le rôle d'un « interrupteur » en contrainte. En pratique, à une température  $T$  donnée, le calcul est arrêté lorsque la contrainte  $\sigma$  dépasse la résistance obtenue en traction  $\sigma_c(T)$ . Il a donc été considéré dans les simulations numériques que la rupture fragile est obtenue lorsque la contrainte dépasse la résistance obtenue expérimentalement en traction sur les cinq enrobés testés à 300  $\mu\text{m}/\text{m}/\text{h}$  dans le domaine fragile. Olard et al. [4, 16, 17, 19] ont précédemment montré que la résistance en traction des enrobés, dans le domaine fragile à basse température, dépend très faiblement de la vitesse de déformation appliquée et peut être considérée comme indépendante de cette dernière.



□ Figure 6

Résultats expérimentaux de traction obtenus sur les cinq enrobés testés et prévisions correspondantes obtenues en utilisant le modèle

## COMPARAISON MODÈLE-EXPÉRIENCE

Afin d'illustrer l'efficacité et le potentiel de la loi DBN, des simulations numériques d'essais de traction et d'essais de retrait thermique empêché pour les cinq enrobés testés sont proposées. Le programme informatique utilisé (langage Basic sur l'interface Visual Basic de MS Excel) est présenté succinctement en annexe 3.

### Simulations des essais de traction

La figure 6 illustre une comparaison des résultats expérimentaux des essais de traction aux prévisions correspondantes obtenues en utilisant le modèle discret DBN à quinze éléments. Dans ces simulations, les contraintes de traction sont considérées comme positives de façon à éviter l'utilisation du signe négatif et à rester conforme aux hypothèses de la mécanique des milieux continus. Les résultats ainsi obtenus sont très encourageants au sens où les prévisions sont proches des résultats expérimentaux.

Comme précédemment mis en évidence par Di Benedetto et al. [3], Neifar et al. [1, 2] et Olard [3, 4], il ressort de ces résultats que le nombre d'éléments considérés ( $n = 15$ ) semble convenir pour une description assez précise du comportement des enrobés. Aucune simulation n'a été réalisée avec un modèle comportant un nombre plus élevé d'éléments.

La loi DBN ne peut simuler le comportement « adoucissant » des enrobés bitumineux dans le domaine ductile, *i.e.* la décroissance de la contrainte après le pic en contrainte. Néanmoins, la simplicité de l'équation 3 constitue un avantage car seulement trois paramètres (la pente à l'origine  $E_j$ , le seuil en compression  $s_j^+$  et le seuil en extension  $s_j^-$ ) permettent de caractériser complètement les corps  $EP_j$ . Notons que ce radoucissement, probablement lié à l'apparition d'une microfissuration, n'est sans doute pas totalement rhéologique, mais créé par une localisation des déformations.

Plus généralement, le modèle DBN utilisé permet de faire le lien entre le comportement viscoélastique linéaire en petites déformations et l'écoulement viscoplastique des enrobés bitumineux. La formulation de cette loi thermo-visco-élasto-plastique reste simple puisque les deux types de comportements précédents sont reliés par une relation qui a été choisie hyperbolique. Ainsi, le modèle permet de décrire de manière unifiée un comportement linéaire en petites déformations, un comportement non linéaire pour des déformations plus élevées et l'écoulement viscoplastique.

L'effet de la température est décrit aussi bien en petites déformations, où le principe d'équivalence temps-température (PETT) est considéré, qu'en grandes déformations (*cf.* Fig. 6). Il convient de noter que seules les viscosités  $\eta_j(T)$  et la rupture fragile du ressort «  $E_0$  » font intervenir la température dans le modèle (*cf.* Fig. 1b).

### Couplage thermomécanique : l'essai de retrait thermique empêché

On propose une application du modèle discret non-linéaire pour la simulation de l'essai de retrait empêché (monotone et cyclique). Ce test introduit un couplage entre les effets thermique et mécanique (viscoplastique). Les résultats et l'analyse de quelques simulations des contraintes thermiques induites par différents types de variations de la température (monotone et cyclique) sont présentés.

Pour cet essai, la déformation totale de l'éprouvette d'enrobé est maintenue égale à zéro. Il vient alors :

$$\varepsilon^{\text{totale}} = \varepsilon^{\text{mécanique}} + \varepsilon^{\text{thermique}} = 0 \quad (16)$$

équation dans laquelle  $\varepsilon^{\text{mécanique}}$  est décrit par le modèle viscoplastique et  $\varepsilon^{\text{thermique}} = \alpha \Delta T$ , où  $\Delta T$  est la variation de température et  $\alpha$  le coefficient de dilatation et de contraction thermique. Une valeur moyenne de  $\alpha \approx 23.10^{-6}$  m/m/°C a été choisie lors des simulations pour les cinq enrobés testés [4, 17].

On obtient :

$$\varepsilon^{\text{mécanique}} = -\varepsilon^{\text{thermique}} = -\alpha \Delta T \quad (17)$$

Cet essai introduit un **couplage thermo-mécanique** puisque, à partir d'une sollicitation thermique ( $\Delta T$ ), on obtient une sollicitation mécanique induite ( $\varepsilon^{\text{mécanique}} = -\alpha \Delta T$ ).

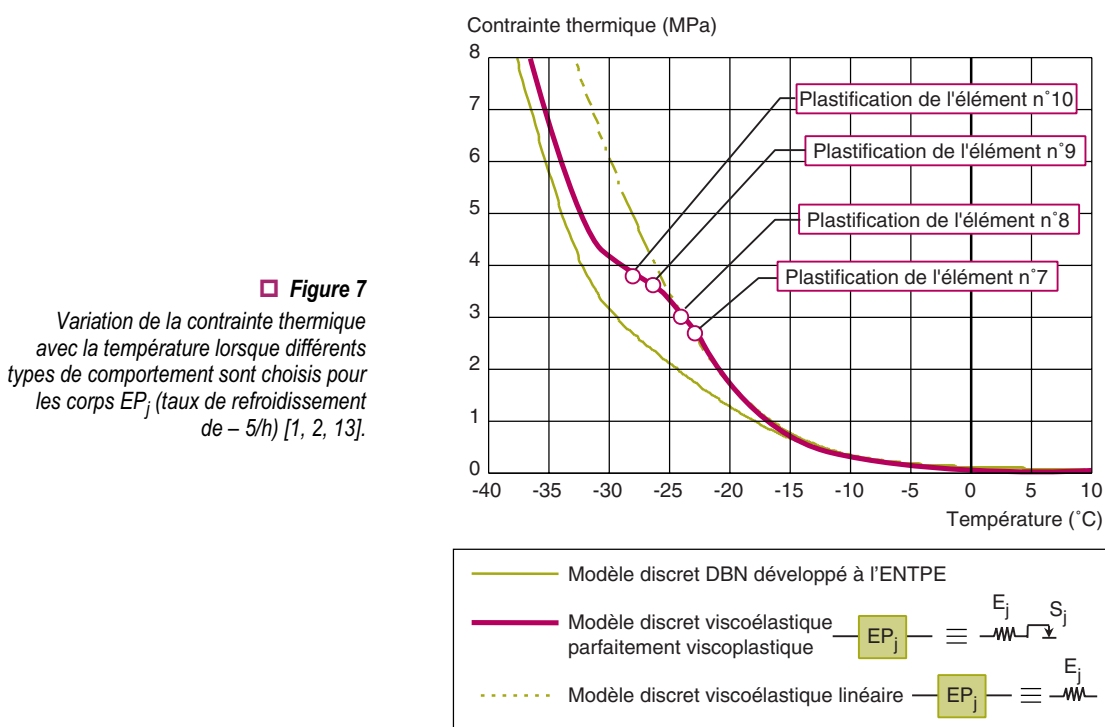
Pour effectuer les simulations de retrait thermique empêché, le code de calcul spécifique aux sollicitations imposées en déformation a donc été utilisé. La case H12 de la feuille Excel (*cf.* annexe 3), qui correspond à la sollicitation en déformation choisie par l'utilisateur, prend la valeur de la sollicitation mécanique équivalente  $\varepsilon^{\text{mécanique}} = -\alpha \Delta T$ .

## Variation monotone de la température

Un exemple de simulation tiré des travaux de Di Benedetto et Neifar [1, 2, 13], pour un essai à vitesse de variation de température constante et à déformation totale axiale maintenue nulle (essai de retrait empêché), est présenté sur la figure 7. Afin de montrer l'effet des non-linéarités et de l'écoulement plastique, les courbes de variation de la contrainte thermique, simulées en considérant trois types de comportements pour les corps  $EP_j$ , ont été superposées.

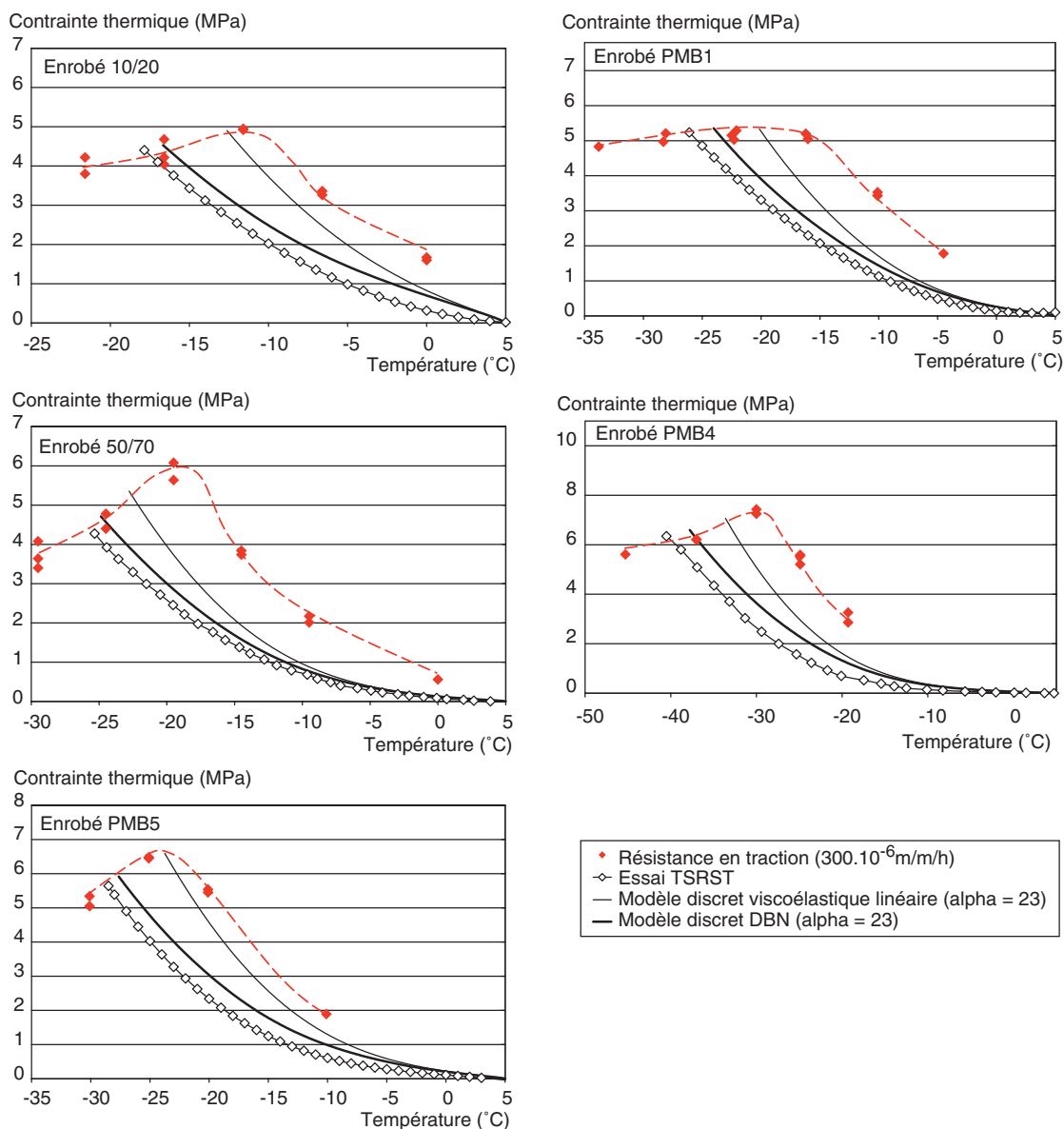
Le premier calcul montre la réponse du modèle discret DBN, introduit dans les paragraphes précédents. Le deuxième calcul (modèle discret viscoélastique parfaitement viscoplastique) a été réalisé en considérant un comportement élastique parfaitement plastique pour les corps  $EP_j$  (cf. Fig. 7). Le troisième calcul (modèle discret viscoélastique linéaire) traduit un comportement viscoélastique linéaire car les corps  $EP_j$  sont des ressorts de rigidités  $E_j$ . Les calculs ont été effectués avec une variation monotone de la température de  $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$  par heure.

Ces résultats obtenus par Di Benedetto et Neifar montrent l'influence des hypothèses choisies pour décrire le comportement des corps  $EP_j$  [1, 2, 13]. Une différence qui peut atteindre 50 % est, par exemple, constatée pour la contrainte thermique entre un comportement viscoélastique linéaire et un comportement viscoplastique décrit par le modèle non linéaire. Il est clair, d'après ces courbes, que les non-linéarités et les irréversibilités plastiques diminuent de façon notable la contrainte créée par l'effet thermique.



La figure 8 présente une comparaison entre les résultats expérimentaux obtenus lors de l'essai TSRST à  $-10\text{ }^{\circ}\text{C/h}$  et la prévision de l'évolution de la contrainte de traction induite en considérant, soit un comportement viscoélastique linéaire décrit par un modèle de Kelvin-Voigt généralisé à quinze éléments (cf. Fig. 3), soit un comportement viscoplastique décrit par le modèle non linéaire DBN à quinze éléments. Cette figure montre à nouveau l'importance de considérer les non-linéarités pour prédire plus correctement l'évolution des contraintes lors de l'essai de retrait thermique empêché. Ainsi, les simulations utilisant un modèle de Kelvin-Voigt généralisé à quinze éléments (comportement viscoélastique linéaire) mènent à une surestimation de la température de fissuration thermique allant jusqu'à  $5\text{ }^{\circ}\text{C}$  dans l'exemple proposé.

Enfin, il convient de souligner que, lors des simulations numériques, le champ de température est considéré comme homogène au sein du matériau, alors qu'expérimentalement il existe un gradient de température entre la surface et le cœur de l'éprouvette (seule la température de surface est mesurée lors d'un essai TSRST).



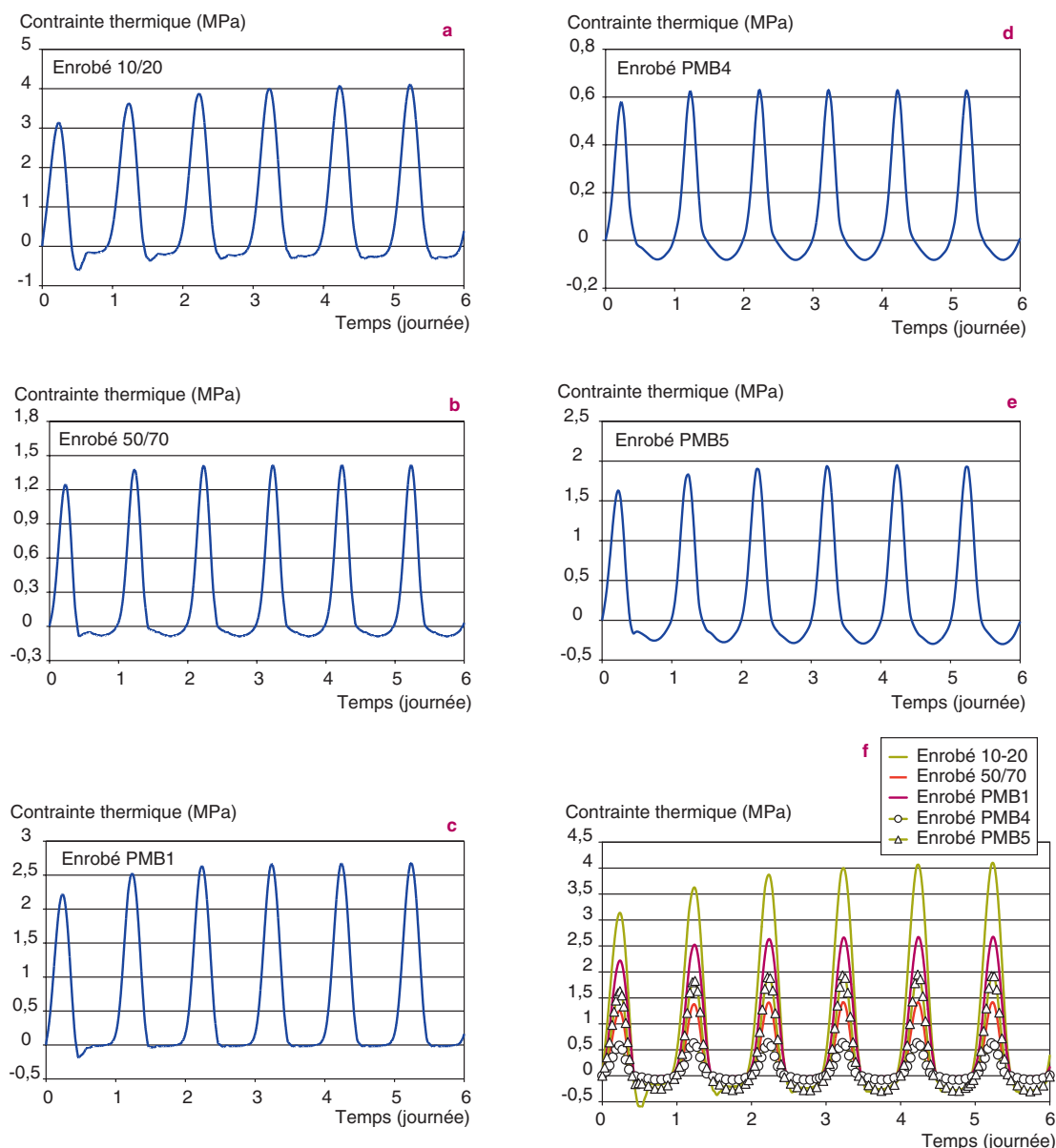
□ **Figure 8**

Comparaison entre la variation expérimentale de la contrainte thermique lors de l'essai TSRST (température mesurée sur la surface de l'éprouvette) et des simulations à l'aide de deux types de modèles, pour les cinq enrobés testés (pour une variation monotone de la température de  $-10\text{ }^{\circ}\text{C/h}$ ) avec un coefficient de contraction thermique moyen (sur l'intervalle de température considéré) égal à  $23\text{ }\mu\text{m/m}^{\circ}\text{C}$  [17].

Ainsi, le modèle discret DBN à quinze éléments permet de prédire efficacement non seulement l'évolution des contraintes lors d'essais de traction à température constante, mais également lors d'essais de retrait thermique empêché avec une variation monotone de la température. Le cas d'une variation cyclique de la température lors d'essais de retrait thermique empêché est traité dans le paragraphe suivant.

### Variation cyclique de la température

La période de la variation sinusoïdale de température choisie est de 24 heures afin de se rapprocher de celle que subit une chaussée lors des cycles journaliers. Il est, en effet, intéressant de quantifier l'effet de ce type de variation sur la contrainte induite lors du retrait empêché. La figure 9 présente les courbes de variation de la contrainte de traction induite avec le temps. Ces simulations sont réalisées en considérant une variation sinusoïdale de la température entre  $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$  et  $+20\text{ }^{\circ}\text{C}$ .



□ **Figure 9**

Simulation de la variation de la contrainte thermique avec le temps, lors d'essais de retrait thermique empêché, pour les cinq enrobés testés (variation sinusoïdale de la température entre  $-20$  et  $+20$  °C).

Il convient tout d'abord de noter la très forte dissymétrie entre les phases de traction et les phases de compression, due à la variation des propriétés visqueuses en fonction de la température.

La différence de niveaux de contrainte entre les cinq produits est également à souligner. L'enrobé au liant PMB4 développe beaucoup moins de contraintes que les quatre autres enrobés. On peut aussi noter que l'enrobé au liant 10/20 développe des contraintes de traction particulièrement élevées dès les premiers cycles.

On observe également qu'au bout de quatre cycles thermiques (quatre jours), les niveaux de contrainte maximal et minimal se stabilisent (régime permanent) pour chacun des enrobés testés.

La figure 10 illustre enfin la simulation de l'évolution de la contrainte de traction induite avec la température pour l'enrobé au liant 10/20. Compte tenu de la résistance en traction de cet enrobé, ce calcul permet d'en prévoir la fissuration thermique dès le troisième ou quatrième jour.



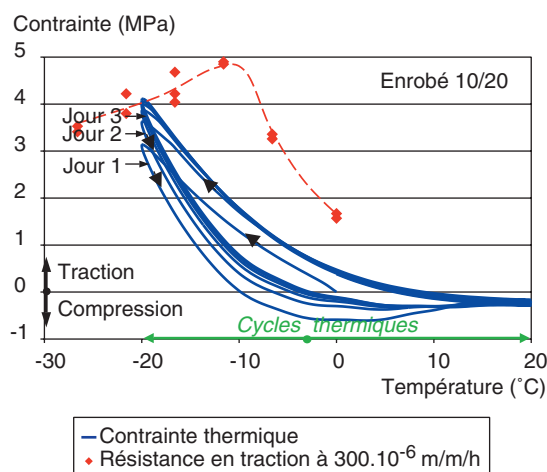


Figure 10

Simulation de l'évolution de la contrainte thermique avec la température, lors d'essais de retrait thermique empêché, pour l'enrobé au liant 10/20 [18]. La sollicitation correspond à une variation sinusoïdale de la température, de période 24 h et d'amplitude 20 °C.

## CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

En conclusion, la loi thermo-visco-élasto-plastique générale « DBN » pour les mélanges bitumineux et l'utilisation du programme développé sur l'interface Visual Basic de MS Excel ont été présentés. Le modèle thermo-mécanique DBN apparaît comme performant : les simulations de traction et de retrait thermique empêché effectuées sont proches des résultats expérimentaux obtenus sur cinq enrobés bitumineux différents.

Plus généralement, le modèle DBN constitue un outil de prédiction du comportement thermo-mécanique des enrobés bitumineux. L'intérêt de cette loi réside en particulier dans la possibilité de simuler la réponse du matériau pour tout type de sollicitation thermo-mécanique, monotone ou cyclique. Il est ainsi montré, sur cinq enrobés très différents, que les résultats d'essais de laboratoire lourds à mettre en œuvre, tels que des essais de retrait thermique empêché cycliques, peuvent être prédits avec une assez bonne précision. Qui plus est, le modèle DBN constitue une alternative efficace aux procédures couramment utilisées, fondées uniquement sur les propriétés viscoélastiques linéaires des matériaux bitumineux [34-37].

On retiendra que la calibration du modèle DBN (définition des  $E_j$ ,  $\eta_j$ ,  $s_j^+$ ,  $s_j^-$  et  $\sigma_c(T)$ ) peut être réalisée à l'aide des essais sur enrobés suivants :

- détermination du module complexe en fonction de la température et de la fréquence (paramètres  $E_j$ ,  $\eta_j$ ) ;
- essais de traction dans le domaine ductile à une température et à une vitesse de déformation fixées. Différentes vitesses d'étirement doivent être considérées (paramètres  $s_j^+$  et  $s_j^-$ ) ;
- essais de traction dans le domaine fragile à une grande vitesse de déformation (la résistance en traction des enrobés ne dépend que faiblement de la vitesse dans le domaine fragile [4, 16-19]) et au moins deux températures (fonction  $\sigma_c(T)$ ).

Il convient de souligner que, pour un modèle DBN discret à  $n$  éléments, le nombre de paramètres nécessaires est alors de  $3n + 2$  :  $2n + 1$  paramètres ( $E_j$ ,  $\eta_j$ ),  $n$  paramètres  $s_j^+$  (ou  $s_j^-$ ) et le paramètre  $k$  (rapport entre  $s_j^-$  et  $s_j^+$  pour tout corps  $EP_j$ ). Les  $2n + 1$  paramètres ( $E_j$ ,  $\eta_j$ ) du modèle discret sont obtenus à partir d'un processus d'optimisation à partir des 7 constantes du modèle 2S2P1D [4, 26, 27]. Les  $n$  seuils  $s_j^+$  (ou  $s_j^-$ ) sont obtenus à partir du critère de Di Benedetto (1987) (9) qui introduit 3 constantes. Ainsi, dix constantes ( $7 + 3$ ) suffisent pour caractériser entièrement le modèle discret DBN, à une température donnée. À ces dix constantes s'ajoutent les trois constantes de l'équation WLF (6) afin de prendre en compte l'effet de la température. Ce nombre de treize constantes est indépendant du nombre de corps  $n$  choisis. L'accroissement du nombre de corps  $EP_j$  et  $V_j$  ne nécessite donc aucune constante supplémentaire et ne pose à ce stade d'utilisation aucun problème particulier. Néanmoins, l'augmentation du nombre de corps se traduit, dans l'utilisation du modèle, par un



temps de calcul plus élevé. Parmi les futures améliorations à apporter à ce modèle, on pourrait envisager :

- l'étude d'un comportement de type exponentiel (actuellement de type hyperbolique) pour les corps  $EP_j$ , mais ce point n'est pas une priorité pour les développements futurs,
- une extension à un modèle tridimensionnel, qui est en cours,
- la prise en compte au niveau des corps  $EP_j$  des phénomènes de fatigue et d'orniérage, qui est également en cours à l'ENTPE.

Enfin, des efforts soutenus sont menés au niveau international pour prédire le comportement de l'enrobé à partir de celui du liant, pour un squelette granulaire fixé, dont le principal intérêt est de réduire le nombre d'essais réalisés sur enrobés. Dans ce contexte, la calibration du modèle pour une formulation d'enrobés donnée pourrait être menée ou partiellement assurée à partir des résultats expérimentaux du liant correspondant :

- des travaux récents menés par les auteurs [4, 26, 27] proposent une méthode de calibration du modèle DBN en petites déformations (comportement viscoélastique linéaire) pour un enrobé à partir des résultats de module complexe du liant correspondant ;
- la procédure de calibration du modèle discret DBN en grandes déformations, à l'écoulement visco-plastique, repose sur la donnée des contraintes de rupture obtenues à une température donnée dans le domaine ductile (10 °C par exemple) et à différentes vitesses de déformations. À notre connaissance, aucune méthode rationnelle de prédiction des seuils d'écoulement de l'enrobé à partir des seuils obtenus sur le liant n'est actuellement disponible. La calibration du modèle DBN en grandes déformations ne peut donc, pour le moment, passer outre aux essais de traction sur enrobés. Cependant, des recherches complémentaires sont envisagées pour exploiter au mieux le comportement du liant dans la calibration du modèle DBN de l'enrobé.

#### REMERCIEMENTS

*La partie expérimentale sur laquelle sont fondés les développements de cet article est tirée des travaux de recherche réalisés entre 2000 et 2003 par François Olard dans le cadre d'une thèse en convention « CIFRE » (conventions industrielles de formation par la recherche, sous l'égide du ministère de la Recherche) regroupant le Département génie civil et bâtiment (DGCB) de l'École nationale des travaux publics de l'État et les entreprises routières APPIA et EUROVIA. Cette thèse traitait du comportement à froid des enrobés bitumineux, et visait en particulier à mettre en évidence les relations entre les propriétés du liant et de l'enrobé, aussi bien dans le domaine des petites déformations que dans celui des grandes déformations.*

*Les auteurs tiennent à remercier vivement leurs collègues d'APPIA (Jean-Pierre Antoine, Bernard Héritier, Jean-Pierre Triquigneaux, Jean-Claude Vaniscote) et d'EUROVIA (Michèle Cyna, Anne Dony, Stéphane Faucon-Dumont, Michel Mazé) pour leur implication et leur participation très active à l'avancement des travaux de la thèse CIFRE de François Olard. Leurs remerciements s'adressent enfin à Pierre Chaverot, Gilles Gauthier, Laurence Lapalu, Michel Malot et Jean-Pascal Planche, de la société TOTAL, qui ont également été associés à ce travail.*

#### RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] NEIFAR M., *Comportement thermomécanique des enrobés bitumineux : expérimentation et modélisation*, Thèse de Doctorat ENTPE-INSA Lyon, 1997, 289 pages.
- [2] NEIFAR M., DI BENEDETTO H., Thermo-viscoplastic law for bituminous mixes, *Road Materials and Pavement Design*, vol. 2, 1, 2001.
- [3] OLARD F., *Étude et modélisation de comportement thermo-mécanique des enrobés bitumineux*, Mémoire de DEA Génie civil, ENTPE-INSA Lyon, 2000.

- [4] OLARD F., *Comportement thermomécanique des enrobés bitumineux à basses températures. Relations entre les propriétés du liant et de l'enrobé*, Thèse de Doctorat ENTPE-INSA Lyon, **2003**.
- [5] DESAI C.S., *Constitutive Modelling Using the Disturbed State as Microstructure Self-Adjustment Concept*, Chapt. 8 in *Continuum Models for Materials with microstructure*, H.B. Muhlaus (Ed), John Wiley & Sons, UK, **1995**.
- [6] HUANG B., MOHAMAD L., WATHUGALA W., *Development of a Thermo-Viscoplastic Constitutive Model for HMA Mixtures*, AAPT, **2002**.
- [7] ERKENS S.M.J.G., *Asphalt Concrete Response (ACRe) – Determining, Modelling and Predicting*, PhD. Thesis Delft University of Technology, **2002**.
- [8] CHEHAB G.R., KIM Y.R., SCHAPERY R.A., WITCZAK M.W., BONAQUIST R., *Characterization of Asphalt Concrete in Uniaxial Tension Using a Viscoelastoplastic Model*, AAPT, **2003**.
- [9] CHEHAB, G.R., Y.R. KIM, M.W. WITCZAK, BONAQUIST R., *Prediction of Thermal Cracking Behavior of Asphalt Concrete Using the Viscoelastoplastic Continuum Damage Model*, TRB 83<sup>rd</sup> Annual Meeting, Washington, **2004**.
- [10] NILSSON B.R., CHEHAB G.R., KIM Y.R., *Application of a viscoelastoplastic continuum damage tensile model to asphalt mixes in Sweden*, Inaugural Meeting of the European Asphalt Technology Association, Nottingham, Published in the *International Journal of Road Materials and Pavement Design*, vol. 5, Special Issue, **2004**.
- [11] DI BENEDETTO H., *Modélisation du comportement des géomatériaux. Application aux enrobés bitumineux et aux bitumes*, Thèse de Doctorat d'Etat INPG, **1987**.
- [12] DI BENEDETTO H., YAN X., *Comportement mécanique des enrobés bitumineux et modélisation de la contrainte maximale*, *Materials and Structures*, **21**, **1994**.
- [13] DI BENEDETTO H., NEIFAR M., DONGMO B., OLARD F., *Loi thermo-viscoplastique pour les mélanges bitumineux : simulation de la perte de linéarité et du retrait empêché*, 36<sup>e</sup> Colloque Annuel du Groupe Français de Rhéologie, Marne-la-Vallée, **2001**.
- [14] DI BENEDETTO H., NEIFAR M., *Experimental characterisation and modelling of thermo-visco-plastic behaviour of bituminous mixtures*, *International Symposium on Bearing Capacity of Roads, Railways and Airfields*, Workshop 2 « Modelling of Flexible Pavements », **2002**.
- [15] DOUBBANEH E., *Comportement mécanique des enrobés bitumineux des « Petites » aux « Grandes » déformations*, Thèse de Doctorat ENTPE-INSA Lyon, **1995**.
- [16] OLARD F., DI BENEDETTO H., DONY A., VANISCOTE J.-C., *Properties of bituminous mixtures at low temperatures and relations with binder characteristics*, 6<sup>th</sup> International RILEM Symposium on PTEBM, Zurich, **2003**.
- [17] OLARD F., DI BENEDETTO H., ECKMANN B., VANISCOTE J.-C., *Low-temperature failure behavior of bituminous binders and mixes*, *Transportation Research Board annual meeting*, Washington D.C., January **2004**.
- [18] OLARD F., DI BENEDETTO H., MAZE M., TRIQUIGNEAUX J.-P., *Thermal cracking of bituminous mixtures : Experimentation and modeling*, 3<sup>rd</sup> Eurobitume and Eurasphalt Congress, Vienne, mai **2004**.
- [19] OLARD F., DI BENEDETTO H., ECKMANN B., VANISCOTE J.-C., *Failure behavior of bituminous binders and mixes at low temperatures*, 3<sup>rd</sup> Eurobitume and Eurasphalt Congress, Vienne, mai **2004**.
- [20] OLARD F., DI BENEDETTO H., ECKMANN B., TRIQUIGNEAUX J.-P., *Linear viscoelastic properties of bituminous binders and mixtures at low and intermediate temperatures*, *International JI of Road Materials and Pavement Design*, vol. 4, **1**, **2003**.
- [21] CHARIF K., *Contribution à l'étude du comportement mécanique du béton bitumineux en petites et grandes déformations*, Thèse de doctorat, École Centrale de Paris, **1991**.
- [22] AIREY G.D., RAHIMZADEH B., COLLOP A.C., *Evaluation of the linear and non-linear viscoelastic behaviour of bituminous binders and asphalt mixtures*, *International Symposium on Bearing Capacity of Roads, Railways and Airfields*, **2002**.
- [23] AIREY G.D., RAHIMZADEH B., COLLOP A.C., *Viscoelastic linearity limits for bituminous materials*, 6<sup>th</sup> International RILEM Symposium on PTEBM, Zurich, **2003**.
- [24] HUET C., *Étude par une méthode d'impédance du comportement viscoélastique des matériaux hydrocarbonés*, Thèse de Docteur Ingénieur, Paris, Faculté des Sciences de l'université de Paris, **1963**.
- [25] SAYEGH G., *Variation des modules de quelques bitumes purs et bétons bitumineux*, Thèse de Doctorat d'Ingénieur, Faculté des Sciences de l'université de Paris, **1965**.
- [26] OLARD F., DI BENEDETTO H., *General « 2S2P1D » model and relation between the linear viscoelastic behaviors of bituminous binders and mixes*, *International JI of Road Materials and Pavement Design*, vol. 4, **2**, **2003**.
- [27] DI BENEDETTO H., OLARD F., SAUZEAT C., DELAPORTE B., *Linear viscoelastic behavior of bituminous materials : from binders to mixes*, Inaugural Meeting of the European Asphalt Technology Association, Nottingham, Published in the *International Journal of Road Materials and Pavement Design*, vol. 5, Special Issue, **2004**.

- [28] FERRY J.D., *Viscoelastic properties of polymers*, 3<sup>rd</sup> Edn, John Wiley & Sons, **1980**.
- [29] PIAU J.-M., BROSSEAUD Y., HECK J.-V., Modelling of reversible strains and thermal effects in the French rutting test, *Proceedings of the 5<sup>th</sup> International RILEM Symposium, Mechanical Tests for Bituminous Materials*, Lyon, **1997**.
- [30] HECK J.-V., PIAU J.-M., GRAMSAMMER J.-C., KERZREHO J.-P., ODÉON H., Thermo-visco-elastic modelling of pavements behaviour and comparison with experimental data from LCPC test track, *Proceedings of the 5<sup>th</sup> Conference on Bearing Capacity of Roads and Airfields*, Trondheim, Norway, **1998**.
- [31] DE LA ROCHE C., *Module de rigidité et comportement en fatigue des enrobés bitumineux. Expérimentations et nouvelles perspectives d'analyse*, Thèse de Doctorat, École Centrale de Paris, **1996**.
- [32] NILSSON R., HOPMAN P., ISACSSON U., Influence of different rheological models on predicted pavement responses in flexible pavements, *International Journal of Road Materials and Pavement Design*, vol. 3, **2**, **2002**.
- [33] YAN X., *Comportement mécanique des enrobés au bitume et au bitume polymère (Styrelf). Utilisation de l'essai triaxial de révolution*, Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, **1992**.
- [34] ACHIMASTOS L., MARCIANO Y., PIAU J.-M., HECK J.-V., *Validation of a thermo-mechanical model of asphalt mixes with the restrained cooling test*, Eurobitume Workshop, **1999**.
- [35] BOULDIN M.G., DONGRÉ R., ROWE G.M., SHARROCK M.J., ANDERSON D.A. *Predicting thermal cracking of pavements from binder properties : theoretical basis and field validation*, AAPT, **2000**.
- [36] ROWE G.M., IBBERTSON C., BOULDIN M.G., The effect of design parameters on the computation of thermal stress and critical cracking temperature, *2<sup>nd</sup> Eurasphalt & Eurobitume Congress*, Barcelona, **2000**.
- [37] ANDERSON D.A., MARASTEANU M.O., CHAMPION-LAPALU L., LE HIR Y., MARTIN D., PLANCHE J.-P. Low-temperature thermal cracking of asphalt binders as ranked by strength and fracture properties, *2<sup>nd</sup> Eurasphalt & Eurobitume Congress*, Barcelona, **2000**.



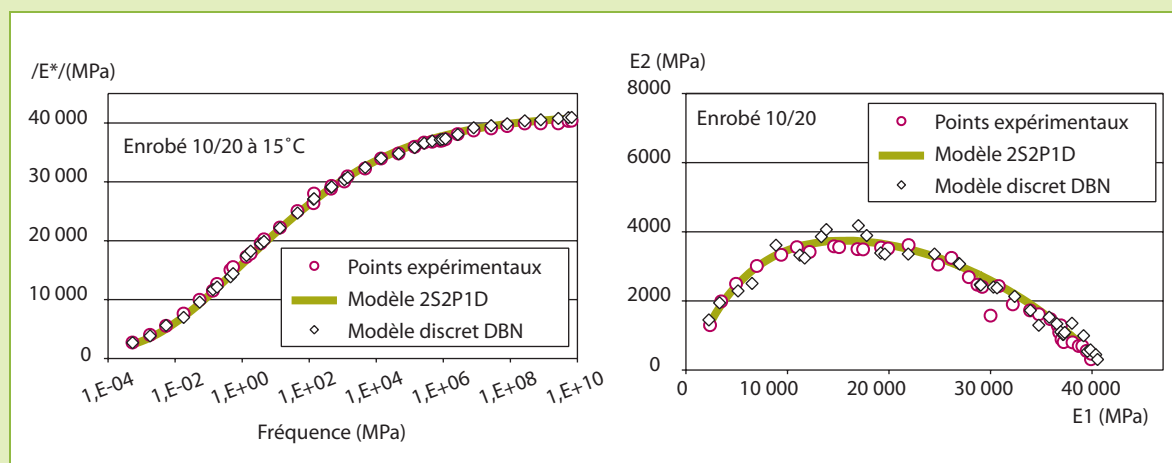
## ANNEXE 1

### Résultats de la calibration du modèle discret DBN (à 15 éléments) pour les enrobés aux liants 10/20, PMB1, PMB4 et PMB5 (en petites déformations)

Valeurs des rigidités  $E_j$  et des viscosités  $\eta_j$  obtenues à  $T = 15^\circ\text{C}$  pour l'enrobé au liant 10/20

N° de l'élément	$E_j$ (MPa)	$\eta_j$ (MPa*s)	$\tau_j = \frac{\eta_j}{E_j}$ (s)
0	41 500	–	–
1	572	1 981 585	3,46E + 03
2	6 000	610 000	1,02E + 02
3	14 000	75 000	5,35E + 00
4	35 000	10 000	2,86E – 01
5	12 5000	2 850	2,28E – 02
6	18 0000	800	4,44E – 03
7	26 0000	268	1,03E – 03
8	340 000	46	1,35E – 04
9	420 000	9	2,14E – 05
10	520 000	0,6	1,15E – 06
11	60 5210	0,03	4,96E – 08
12	1 640 000	0,0023	1,40E – 09
13	4 000 000	0,0003	7,50E – 11
14	4 830 000	0,00005	1,04E – 11
15	7 700 000	2,90E – 06	3,77E – 13

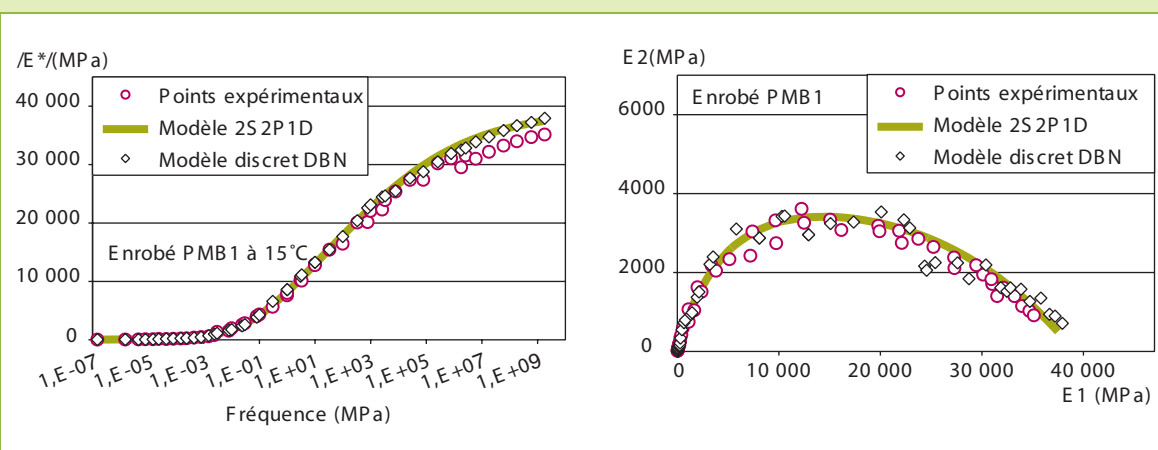
Modules complexes obtenus avec le modèle 2S2P1D et le modèle discret (à quinze éléments) DBN, et résultats expérimentaux à  $15^\circ\text{C}$  de l'enrobé au liant 10/20



Valeurs des rigidités  $E_j$  et des viscosités  $\eta_j$  obtenues à  $T = 15^\circ\text{C}$  pour l'enrobé au liant PMB1

N° de l'élément	$E_j$ (MPa)	$\eta_j$ (MPa*s)	$\tau_j = \frac{\eta_j}{E_j}$ (s)
0	40 000	—	—
1	46	800 000	$1,73\text{E} + 04$
2	350	100 000	$2,86\text{E} + 02$
3	3 700	37 037	$1,00\text{E} + 01$
4	11 000	29 630	$2,69\text{E} + 00$
5	15 000	14 815	$9,87\text{E} - 01$
6	24 000	1 852	$7,72\text{E} - 02$
7	60 000	370	$6,17\text{E} - 03$
8	110 000	111	$1,01\text{E} - 03$
9	130 000	33	$2,56\text{E} - 04$
10	180 000	2,2	$1,23\text{E} - 05$
11	260 300	0,18	$7,12\text{E} - 07$
12	444 000	0,018	$4,17\text{E} - 08$
13	600 000	0,0018	$3,09\text{E} - 09$
14	1 000 000	0,00018	$1,85\text{E} - 10$
15	1 500 000	$1,08\text{E} - 05$	$7,17\text{E} - 12$

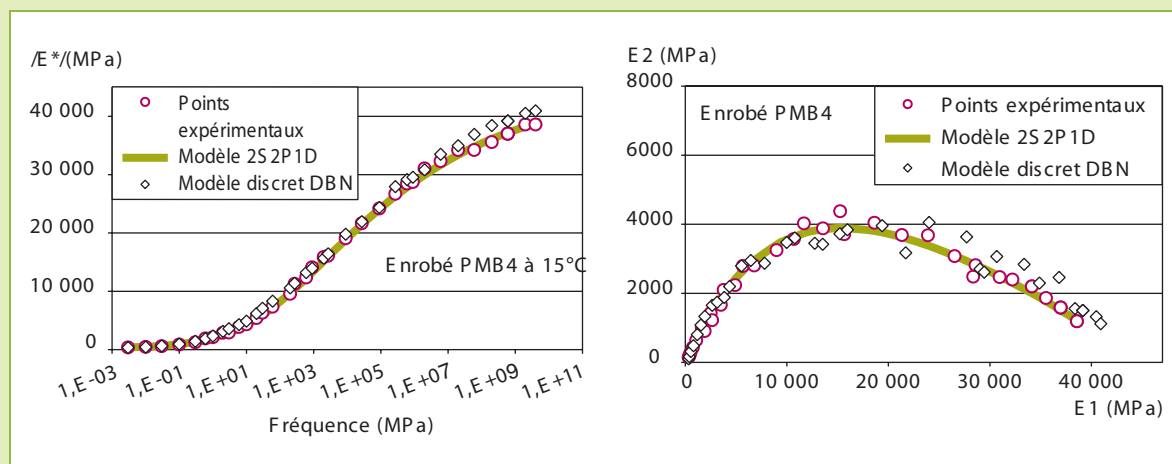
Modules complexes obtenus avec le modèle 2S2P1D et le modèle discret (à quinze éléments) DBN, et résultats expérimentaux à  $15^\circ\text{C}$  de l'enrobé au liant PMB1



Valeurs des rigidités  $E_j$  et des viscosités  $\eta_j$  obtenues à  $T = 15^\circ\text{C}$  pour l'enrobé au liant PMB4

N° de l'élément	$E_j$ (MPa)	$\eta_j$ (MPa*s)	$\tau_j = \frac{\eta_j}{E_j}$ (s)
0	44 000	—	—
1	657	77 983	1,19E + 02
2	700	6 880	9,83E + 00
3	1 918	2 293	1,19E + 00
4	5 442	1 835	3,37E - 01
5	6 997	917	1,31E - 01
6	8 966	115	1,28E - 02
7	24 567	23	9,34E - 04
8	67 377	6,88	1,02E - 04
9	82 926	2,06	2,49E - 05
10	90 700	0,14	1,52E - 06
11	194 467	0,011	5,89E - 08
12	331 704	0,0011	3,46E - 09
13	673 774	0,00011	1,70E - 10
14	948 466	1,14E - 05	1,21E - 11
15	1 534 131	6,66E - 07	4,34E - 13

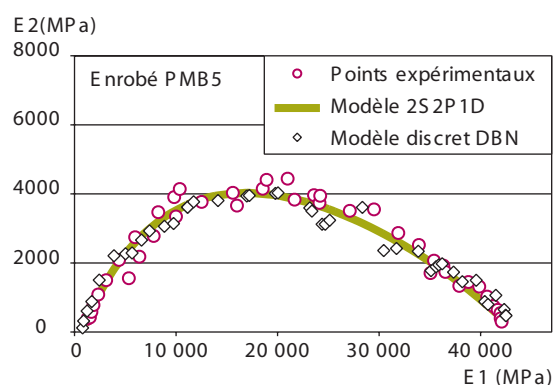
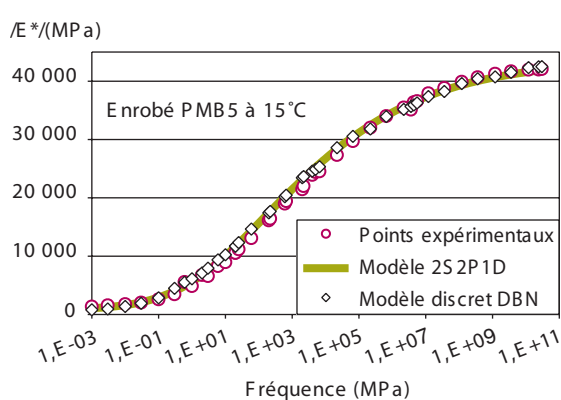
Modules complexes obtenus avec le modèle 2S2P1D et le modèle discret (à quinze éléments) DBN, et résultats expérimentaux à  $15^\circ\text{C}$  de l'enrobé au liant PMB4



Valeurs des rigidités  $E_j$  et des viscosités  $\eta_j$  obtenues à  $T = 15^\circ\text{C}$  pour l'enrobé au liant PMB5

N° de l'élément	$E_j$ (MPa)	$\eta_j$ (MPa*s)	$\tau_j = \frac{\eta_j}{E_j}$ (s)
0	43 000	—	—
1	1 651	77 983	4,72E + 01
2	5 000	60 000	1,20E + 01
3	8 000	24 046	3,01E + 00
4	10 000	19 237	1,92E + 00
5	12 000	9 619	8,01E – 01
6	16 000	1 202	7,51E – 02
7	31 000	240	7,76E – 03
8	740 00	72	9,75E – 04
9	98 000	17	1,74E – 04
10	125 000	1,44	1,15E – 05
11	260 000	0,120	4,62E – 07
12	440 000	0,0120	2,73E – 08
13	600 000	0,00109	1,67E – 09
14	900 000	4,12E – 05	4,58E – 11
15	1 800 000	2,34E – 06	1,23E – 12

Modules complexes obtenus avec le modèle 2S2P1D et le modèle discret (à quinze éléments) DBN, et résultats expérimentaux à  $15^\circ\text{C}$  de l'enrobé au liant PMB5





## ANNEXE 2

### Résultats de la calibration du modèle discret DBN (à 15 éléments) pour les enrobés aux liants 10/20, PMB1, PMB4 et PMB5 (à l'écoulement viscoplastique)

Seuils  $s_j^+$  et  $s_j$  du modèle discret DBN à quinze éléments pour l'enrobé au liant 10/20

N° de l'élément	$s_j^+$ (MPa)	$s_j$ (MPa)
1	3,19	- 0,89
2	3,19	- 0,89
3	10,68	- 2,99
4	17,52	- 4,90
5	24,88	- 6,97
6	28,42	- 7,96
7	33,81	- 9,47
8	37,08	- 10,38
9	44,35	- 12,42
10	49,33	- 13,81
11	60,54	- 16,95
12	70,91	- 19,85
13	79,70	- 22,31
14	86,50	- 24,22
15	92,91	- 26,02

Seuils  $s_j^+$  et  $s_j$  du modèle discret DBN à quinze éléments pour l'enrobé au liant PMB1

N° de l'élément	$s_j^+$ (MPa)	$s_j$ (MPa)
1	2,50	- 0,70
2	3,04	- 0,85
3	4,64	- 1,30
4	5,71	- 1,60
5	7,50	- 2,10
6	11,79	- 3,30
7	15,71	- 4,40
8	20,00	- 5,60
9	25,00	- 7,00
10	30,36	- 8,50
11	41,07	- 11,50
12	50,36	- 14,10
13	59,29	- 16,60
14	67,50	- 18,90
15	75,00	- 21,00

Seuils  $s_j^+$  et  $s_j$  du modèle discret DBN à quinze éléments pour l'enrobé au liant PMB4

N° de l'élément	$s_j^+$ (MPa)	$s_j$ (MPa)
1	6,13	- 1,72
2	6,13	- 1,72
3	6,13	- 1,72
4	6,13	- 1,72
5	6,13	- 1,72
6	6,13	- 1,72
7	12,13	- 3,40
8	15,89	- 4,45
9	19,55	- 5,47
10	22,95	- 6,43
11	31,76	- 8,89
12	38,09	- 10,66
13	44,83	- 12,55
14	51,31	- 14,37
15	57,91	- 16,22

Seuils  $s_j^+$  et  $s_j$  du modèle discret DBN à quinze éléments pour l'enrobé au liant PMB5

N° de l'élément	$s_j^+$ (MPa)	$s_j$ (MPa)
1	2,08	- 0,58
2	2,90	- 0,81
3	3,90	- 1,09
4	4,65	- 1,30
5	5,54	- 1,55
6	6,39	- 1,79
7	7,19	- 2,01
8	11,90	- 3,33
9	17,02	- 4,76
10	22,71	- 6,36
11	32,99	- 9,24
12	41,99	- 11,76
13	51,43	- 14,40
14	60,39	- 16,91
15	69,32	- 19,41

## ANNEXE 3

### Présentation succincte du programme informatique

Un programme informatique a été réalisé en langage Basic sur l'interface Visual Basic de MS Excel [3]. Des informations complémentaires sur la mise en équations du problème et l'écriture du code de calcul sont disponibles dans [3]. Ce paragraphe et le suivant présentent brièvement l'utilité et le potentiel d'un tel outil dans la simulation du comportement des enrobés bitumineux sous sollicitations thermo-mécaniques diverses.

Deux codes de calcul ont été développés : un premier code de calcul spécifique aux sollicitations imposées en déformation et un second code spécifique aux sollicitations imposées en contrainte. Seules des simulations de sollicitations imposées en déformation (essais de traction à vitesses de déformation imposées et essais de retrait thermique empêché monotone ou cyclique) sont ici présentées.

La figure de cette annexe présente la feuille de contrôle Excel de l'utilisateur (dans le cas du code de calcul pour une sollicitation en déformation imposée). Sur cette image de l'écran est donné un exemple du programme pour un modèle discret à dix éléments.

Soulignons qu'avant d'exécuter le programme, l'utilisateur doit uniquement introduire les différents paramètres du modèle, obtenus par le procédé de calibration décrit précédemment, sur la feuille Excel réservée à cet effet. Seules les valeurs dans les cases représentées en caractères gras doivent être introduites par l'utilisateur du programme :

- les paramètres  $E_j$ ,  $\eta_j$ ,  $s_j^+$  et  $s_j^-$  sont issus de la calibration en petites et en grandes déformations,
- la case H12 de la feuille Excel correspond à la sollicitation en déformation choisie par l'utilisateur et exprimée en fonction du temps  $t$  [case H15] et/ou de la température  $T$  [case H18],
- la case H18 correspond à la température  $T(t)$  exprimée en fonction du temps  $t$  [case H15] (en seconde),
- les cases E12, E13 et E14 correspondent aux coefficients WLF et à la température de référence  $T_s$  choisie,
- la case E16 permet à l'utilisateur de paramétrer le nombre d'éléments choisis pour le modèle,
- les cases E15 et B14 permettent respectivement de fixer l'incrément de temps choisi pour le calcul, ainsi que le temps d'arrêt du calcul. Soulignons qu'une procédure de sous-incrémentation permet d'ajuster la valeur du pas de temps lors des calculs,
- enfin, concernant la case B13, l'utilisateur doit taper « 1 » s'il s'agit d'un premier calcul, sinon « 0 » s'il s'agit d'un  $n^{\text{ième}}$  calcul partant d'un état donné pour  $t \neq 0$ .

Ainsi, si les concepts liés au modèle DBN sont relativement complexes, une fois la calibration effectuée (détermination des paramètres  $E_j$ ,  $\eta_j$ ,  $s_j^+$ ,  $s_j^-$ , et coefficients WLF), l'utilisation du programme est conviviale. Les résultats des simulations numériques sont généralement obtenus rapidement (de quelques minutes à quelques heures) selon la sollicitation imposée et le nombre d'éléments du modèle. Un modèle plus précis, comportant vingt éléments par exemple, engendre en particulier un temps de calcul plus long.

Exemple de feuille Excel de paramétrage et d'initialisation du programme développé (cas d'une sollicitation à déformation imposée pour un modèle DBN à dix éléments)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	<b>E0(initial)</b>	29000	<b>eta1(23°C)</b>	11937	<b>sj+(1)</b>	0,69	<b>sj-(1)</b>	-0,19	
2	<b>E1(initial)</b>	98	<b>eta2(23°C)</b>	1993	<b>sj+(2)</b>	2,9	<b>sj-(2)</b>	-0,81	
3	<b>E2(initial)</b>	154	<b>eta3(23°C)</b>	333	<b>sj+(3)</b>	4,01	<b>sj-(3)</b>	-1,12	
4	<b>E3(initial)</b>	383	<b>eta4(23°C)</b>	55,5	<b>sj+(4)</b>	5,54	<b>sj-(4)</b>	-1,55	
5	<b>E4(initial)</b>	1962	<b>eta5(23°C)</b>	9,27	<b>sj+(5)</b>	6,81	<b>sj-(5)</b>	-1,91	
6	<b>E5(initial)</b>	9376	<b>eta6(23°C)</b>	1,55	<b>sj+(6)</b>	8,22	<b>sj-(6)</b>	-2,3	
7	<b>E6(initial)</b>	29809	<b>eta7(23°C)</b>	0,258	<b>sj+(7)</b>	9,55	<b>sj-(7)</b>	-2,67	
8	<b>E7(initial)</b>	68480	<b>eta8(23°C)</b>	0,0432	<b>sj+(8)</b>	10,93	<b>sj-(8)</b>	-3,06	
9	<b>E8(initial)</b>	1E+05	<b>eta9(23°C)</b>	0,0072	<b>sj+(9)</b>	12,28	<b>sj-(9)</b>	-3,44	
10	<b>E9(initial)</b>	2E+05	<b>eta10(23°C)</b>	0,0012	<b>sj+(10)</b>	13,64	<b>sj-(10)</b>	-3,82	
11	<b>E10(initial)</b>	2E+05							
12			<b>C1</b>	14,7			<b>Eps(t)</b>	0	
13	<b>courbe vierge</b>	1	<b>C2</b>	127			<b>Eps(dt)</b>	0	
14	<b>t max</b>	5	<b>Tréf(°C)</b>	23			<b>Eps(t+dt)</b>	0	
15			<b>dt fixé</b>	0,002			<b>t</b>		
16	<b>h</b>	0	<b>nb d'él<sup>ts</sup></b>	10			<b>dt</b>		
17							<b>t+dt</b>		
18							<b>T(t)</b>	10	