

# Stabilité d'une sphère dans un fluide complexe

## Ségrégation des bétons autoplaçants (BAP)

Sandrine BETHMONT  
Laetitia D'ALOIA SCHWARTZENTRUBER  
Christian STÉFANI  
Robert LE ROY  
Pierre ROSSI

Laboratoire Central des Ponts et Chaussées

### RÉSUMÉ

Différents problèmes rencontrés sur chantier mettent en évidence la nécessité de mieux comprendre le comportement des bétons autoplaçants à l'état frais. Dans ce but, le comportement d'une seule particule rigide immergée dans un fluide à seuil a été étudié. Différentes approches sont présentées, notamment un calcul analytique bidimensionnel, complété par des simulations numériques du cas 2D et du cas 3D. L'analyse dimensionnelle montre, par ailleurs, que le critère de stabilité d'une particule isolée immergée dans un fluide à seuil se met sous une forme unique. Les données issues de la littérature, ainsi réécrites, sont comparées aux résultats d'une campagne expérimentale réalisée sur pâtes de ciment.

DOMAINE : Ouvrages d'art.

### ABSTRACT

STABILITY OF A SPHERE WITHIN A COMPLEX FLUID: SEGREGATION OF THE SELF-COMPACTING CONCRETES

A number of distinct problems encountered on worksites serve to highlight the need to better understand the behavior of fresh self-compacting concretes in their state. In this aim, the behavior of a single rigid particle immersed in a yield stress fluid has been studied. Various approaches are presented, including a two-dimensional analytical computation, completed by numerical simulations of both the 2D and 3D cases. Moreover, the dimensional analysis reveals that the stability criterion of an isolated particle immersed in a yield stress fluid assumes a unique form. Data stemming from the literature, reproduced for purposes of our investigation, are also compared with the results of an experimental campaign conducted on cement pastes.

FIELD: Structural engineering.

## Présentation

Thierry KRETZ

Directeur technique chargé du domaine Ouvrages d'art  
Laboratoire Central des Ponts et Chaussées

Depuis leur apparition dans les années 1980 au Japon et plus tardivement en Europe, les bétons autoplaçants (BAP) connaissent un essor considérable. Ces nouveaux bétons très fluides, qui se mettent en place sans vibration, réduisant ainsi les nuisances sonores et la pénibilité du travail, séduisent également par les nouvelles perspectives qu'ils ouvrent dans le domaine du génie civil et du bâtiment. Leurs applications sont en effet nombreuses : bétonnages de zones fortement ferrallées et de formes complexes, réparations, augmentation des hauteurs des levées et donc réduction des reprises de bétonnage.

Cependant, quelques déboires rencontrés sur chantier (mauvais dimensionnement des coffrages, ressuage, ségrégation) mettent en évidence la nécessité de mieux contrôler l'adaptation de la formulation aux conditions réelles de mise en œuvre et de mieux comprendre le comportement des BAP à l'état frais. En effet, un des problèmes qui subsistent actuellement est la réception des BAP sur chantier. Différents essais ont été proposés afin de rendre compte de la stabilité ou de l'aptitude à l'écoulement en milieu confiné par exemple. Certains de ces essais ont d'ailleurs été retenus par l'Association française de génie civil (AFGC) et sont actuellement évalués dans le cadre du projet national BAP auquel est associé le LCPC. Ces essais sont-ils réellement représentatifs de toutes les conditions de mise en œuvre ? Quel est leur domaine d'emploi ? Est-il possible de préciser les fourchettes de valeurs acceptables en fonction des conditions de mise en œuvre ou pour des applications types ? Pour

*certaines applications particulières, doit-on développer de nouveaux essais plus proches de la réalité physique ? C'est bien là que se situent les véritables enjeux.*

*Le LCPC, soucieux d'apporter des éléments de réponse à ces questions et de mettre à la disposition de la profession des essais de réception fiables, porte depuis quelque temps une partie de ses efforts de recherche sur l'étude de la ségrégation des BAP. En complément de l'implication du LCPC dans le projet national BAP, un travail de thèse est actuellement engagé sur l'étude de la stabilité des matériaux cimentaires. Cette thèse bénéficie d'un financement spécifique du ministère de la Recherche par le biais de l'Action concertée incitative (ACI) « Ville ». Cette ACI est elle-même menée en association avec le Laboratoire de biorhéologie et d'hydrodynamique physico-chimique (LBHP) de l'université Paris VII.*

## INTRODUCTION

En l'absence de ressuage, le BAP présente bien souvent de bonnes qualités de parement dues à des formules très fluides et riches en pâte. Cependant, ces qualités ne sont pas garanties d'une absence de ségrégation. Il est donc nécessaire de s'assurer, en amont, de la stabilité du matériau frais afin de garantir l'homogénéité des caractéristiques mécaniques de la structure finale. La ségrégation est dite « dynamique » lorsqu'elle se produit lors de la mise en place du béton et « statique » lorsqu'elle se produit ultérieurement, et ce jusqu'à la prise du matériau. Or, les essais permettant de vérifier la résistance à la ségrégation statique du béton frais sont peu nombreux. L'AFGC préconise l'essai au tamis [1]. On peut citer deux autres essais : l'essai au cylindre et l'essai à la colonne. Ces trois essais sont actuellement évalués dans le cadre d'un projet européen [2]. Même s'ils sont relativement simples à utiliser, leur pertinence, leur répétabilité et leur reproductibilité sont encore à l'étude. Les figures 1 à 3 en présentent les principes.

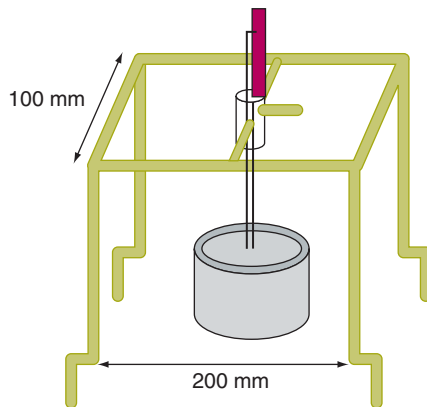
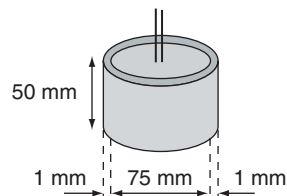
D'autre part, peu d'études ont porté sur la compréhension des mécanismes élémentaires du phénomène de ségrégation. On trouve dans la littérature un certain nombre d'articles relatifs à la simulation numérique de chute de sphère(s) dans des fluides modèles. Ces études sont-elles directement applicables au cas des matériaux cimentaires et plus particulièrement à celui des BAP ? La question de la caractérisation du comportement des matériaux cimentaires à l'état frais n'est en effet pas simple, ce qui est d'autant plus vrai lorsque la composition fait intervenir un superplastifiant associé à un agent viscosant, et prête encore à discussion dans le milieu du génie civil.

Ainsi, avant même de pouvoir imaginer un essai de réception du matériau frais sur chantier, il semble nécessaire de mettre en évidence et de comprendre les mécanismes élémentaires mis en jeu lors de la ségrégation dans les BAP.

C'est dans ce contexte particulier que s'inscrit cette première étude qui fait le point sur les connaissances publiées, s'appuie sur de nouveaux résultats numériques et expérimentaux et pose les bases des études à venir.

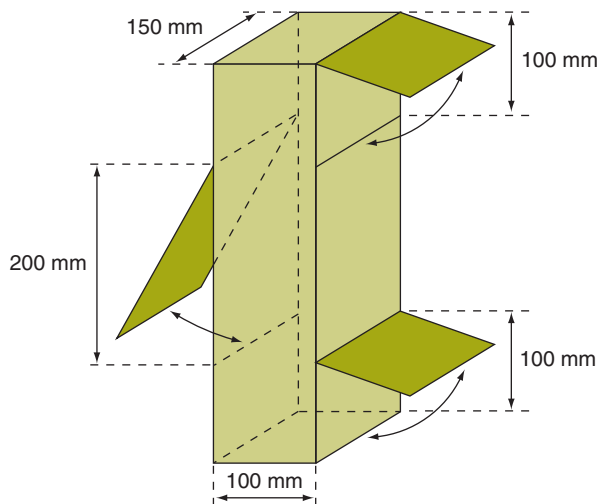
□ **Figure 1**  
*Principe de l'essai au tamis (essai de stabilité).  
Un échantillon de 10 l de béton est prélevé  
puis mis au repos. Il s'agit ensuite de mesurer le  
pourcentage de laitance passant au travers  
d'un tamis de 5 mm (d'après [2]).*





□ **Figure 2**

Principe de l'essai au cylindre (essai de stabilité). Un cylindre métallique de 54 g est placé sur la surface libre d'un échantillon de béton. La mesure d'enfoncement du cylindre en 3 points de la surface permet de déterminer si le matériau est stable (d'après [2]).



□ **Figure 3**

Principe de l'essai à la colonne (essai de stabilité). La colonne est remplie de béton, puis soumise à une série de vibrations provoquées par une table à chocs. Les échantillons de chaque compartiment sont prélevés. Les granulats sont ensuite lavés puis pesés afin de connaître leur répartition sur la hauteur de la colonne.

On s'intéresse plus particulièrement au phénomène de ségrégation statique : on suppose alors que le matériau s'est mis en place correctement (absence de ségrégation dynamique) et que seule une ségrégation des gros granulats sous l'effet des forces de pesanteur peut apparaître, le milieu suspendant étant supposé stable.

Les résultats de l'étude de stabilité d'une particule isolée immergée dans un milieu suspendant sont présentés ici. Trois approches complémentaires sont utilisées : un calcul analytique, une étude numérique et, enfin, une étude expérimentale.

Le calcul analytique des contraintes produites par le déplacement d'une particule rigide dans un milieu élastique peut être mené en 2D, c'est-à-dire pour une particule cylindrique. En supposant que le comportement d'un matériau à seuil est élastique avant la phase d'écoulement, on peut alors utiliser ce calcul, associé à un critère de Von Mises, pour dégager un critère de stabilité. Le problème analytique n'a pas été résolu dans le cas 3D (cas d'une sphère). Des simulations numériques ont donc été réalisées afin de mettre en évidence les différences induites par le passage 2D à 3D.

Comme on le verra plus loin, le critère de stabilité se met sous une forme unique faisant intervenir une valeur critique d'une grandeur adimensionnelle. Une étude bibliographique, qui a permis de faire une synthèse de différentes approches aboutissant à la détermination d'un critère de forme analogue, montre que différentes valeurs critiques sont obtenues selon l'approche et la méthode de calcul employées. Une étude expérimentale a donc été menée afin d'approcher cette valeur dans le cas de matériaux cimentaires.

## ÉTUDE THÉORIQUE ET EXPÉRIMENTALE

### Calcul analytique 2D

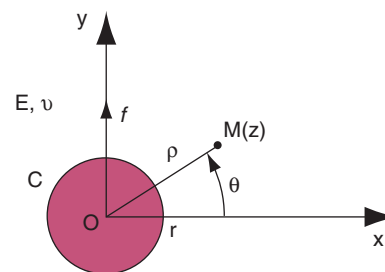
#### Hypothèses

On considère une inclusion cylindrique rigide dans un milieu élastique infini (Fig. 4). Il s'agit d'un problème plan et il n'y a pas de forces volumiques. Une densité linéique de force  $f$  est exercée sur l'inclusion et on cherche à déterminer l'état de contrainte résultant.

Soit :

- C le contour du cylindre de rayon  $r$ ,
- E le module d'Young et  $\nu$  le coefficient de Poisson du milieu,
- M un point du milieu repéré par son affixe  $z$  telle que  $z = \rho e^{i\theta}$ .

**Figure 4**  
Calcul analytique 2D. Une particule cylindrique rigide est incluse dans un milieu élastique infini. Il s'agit de déterminer l'état de contrainte équilibrant une densité linéique uniforme de force  $f$  exercée sur le cylindre.



#### Résolution analytique du problème

Les équations du problème sont celles de Mouskhélitchvili [3]. On peut montrer qu'il existe deux fonctions  $\phi$  et  $\psi$  de  $z$  telles que :

$$\begin{cases} 2\mu(u + iv) = \chi\phi(z) - z\overline{\phi'(z)} - \overline{\psi(z)} \\ \sigma_{\rho\rho} + \sigma_{\theta\theta} = 2(\phi'(z) + \overline{\phi'(z)}) \\ \sigma_{\theta\theta} - \sigma_{\rho\rho} + 2i\sigma_{\rho\theta} = 2(\overline{z}\phi''(z) + \psi'(z))e^{2i\theta} \end{cases} \quad (1)$$

avec

- $(u, v)$  : composantes cartésiennes du déplacement du point M,
- $(\sigma_{\theta\theta}, \sigma_{\rho\rho}, \sigma_{\rho\theta})$  : composantes du tenseur des contraintes en coordonnées polaires,

$$\chi = \begin{cases} \frac{3-\nu}{1+\nu} & \text{: état de contraintes planes,} \\ 3-4\nu & \text{: état de déformations planes,} \end{cases}$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \text{ : coefficient de Lamé.}$$

Le système d'équations peut être résolu par la méthode des intégrales de Cauchy. Le champ de contraintes solution prend alors la forme suivante :

$$\begin{cases} \sigma_{\rho\rho} = \frac{-f}{2\pi(\chi+1)\rho} \left[ \chi + 3 - 2 \frac{r^2}{\rho^2} \right] \sin \theta \\ \sigma_{\theta\theta} = \frac{-f}{2\pi(\chi+1)\rho} \left[ -\chi + 1 + 2 \frac{r^2}{\rho^2} \right] \sin \theta \\ \sigma_{\rho\theta} = \frac{-f}{2\pi(\chi+1)\rho} \left[ \chi - 1 + 2 \frac{r^2}{\rho^2} \right] \cos \theta \end{cases} \quad (2)$$

On considère  $\underline{s}$  le déviateur des contraintes et on pose  $\eta = \frac{\rho}{r} \geq 1$ . Dans le cas d'un état de contraintes planes, le champ de contraintes présenté par les équations (2) se met sous la forme :

$$\begin{cases} s_{\rho\rho} = \frac{-f}{4\pi(1-\nu)r} \cdot \frac{\sin \theta}{\eta} \left[ \frac{7-8\nu}{3} - \frac{1}{\eta^2} \right] \\ s_{\theta\theta} = \frac{-f}{4\pi(1-\nu)r} \cdot \frac{\sin \theta}{\eta} \left[ \frac{-5+4\nu}{3} + \frac{1}{\eta^2} \right] \\ s_{zz} = \frac{-f}{4\pi(1-\nu)r} \cdot \frac{\sin \theta}{\eta} \left[ \frac{-2+4\nu}{3} \right] \\ s_{\rho\theta} = \frac{-f}{4\pi(1-\nu)r} \cdot \frac{\cos \theta}{\eta} \left[ 1-2\nu + \frac{1}{\eta^2} \right] \end{cases} \quad (3)$$

### Calcul du critère de stabilité

Un critère de Von Mises peut être appliqué au champ de contraintes solution du problème donné par le système d'équations (3). On calcule donc :

$$\sqrt{\frac{1}{2} \text{tr}(s^2)} = \frac{f}{4\pi(1-\nu)r} \cdot \frac{1}{\eta} \left( \left[ \frac{10-16\nu+4\nu^2}{3} + (-6+8\nu) \frac{1}{\eta^2} \right] \sin^2 \theta + \left[ (1-2\nu) + \frac{1}{\eta^2} \right]^2 \right)^{1/2} \quad (4)$$

Le maximum est atteint en un point de la surface du cylindre (pour  $\theta = 0$  et  $\eta = 1$ ) et vaut :

$$\text{Max} \left( \sqrt{\frac{1}{2} \text{tr}(s^2)} \right) = \frac{f}{2\pi r} \quad (5)$$

La figure 5 présente la distribution des contraintes normalisées (contrainte de Von Mises/contrainte de Von Mises maximale) autour du cylindre immergé dans un milieu élastique incompressible ( $\nu = \frac{1}{2}$ ).

On cherche ensuite à définir un critère de stabilité dans le cas d'un fluide à seuil. En supposant que le comportement de ce type de fluide est élastique avant d'atteindre le seuil de contrainte, comme le suggère Liddell et Boger [4], on peut reprendre le calcul précédent en introduisant le seuil de cisaillement ( $\tau_0$ ). Le cylindre, de diamètre  $d$ , sera donc stable si :

$$f < \pi d \tau_0 \quad (6)$$

Dans le cas d'un cylindre soumis uniquement aux forces de pesanteur, l'expression de  $f$  est :

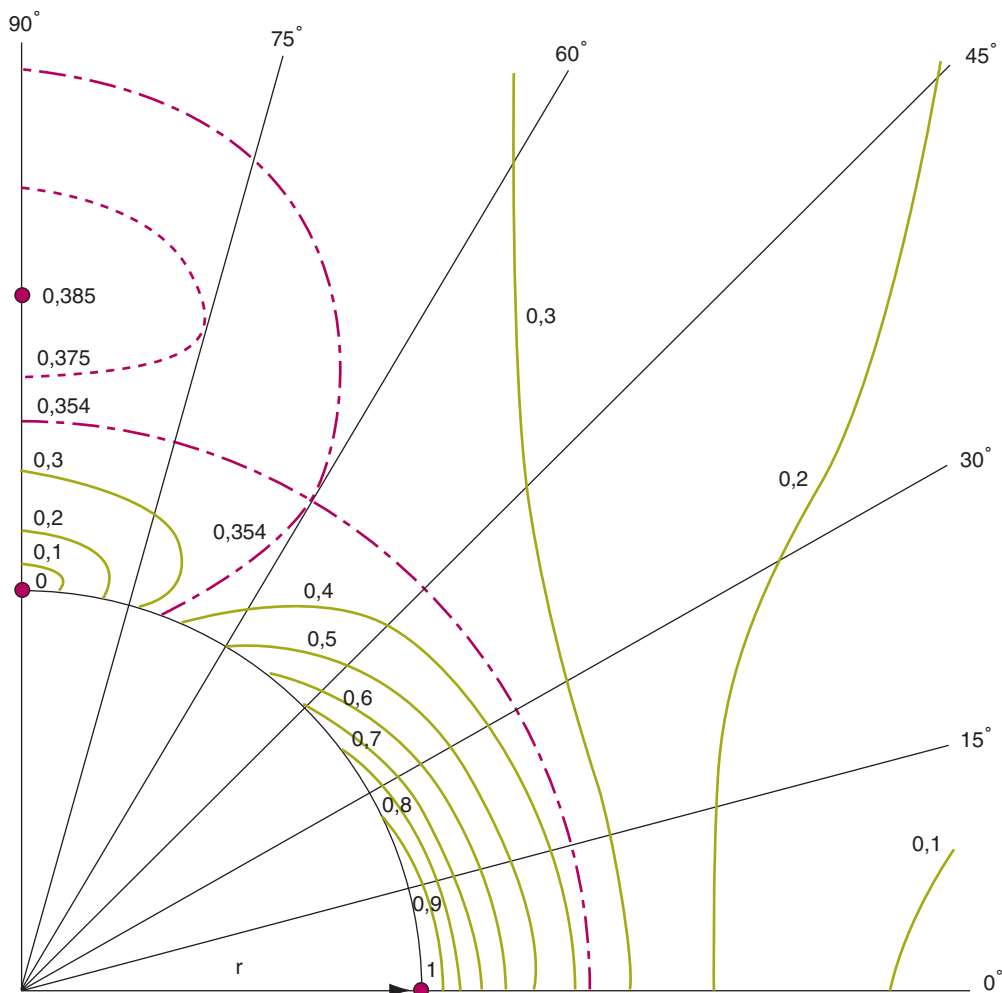
$$f = (\rho_c - \rho_f) g \pi \frac{d^2}{4} \quad (7)$$

avec

- $(\rho_c - \rho_f)$  : différence entre les masses volumiques du cylindre et du fluide,
- $g$  : accélération de la pesanteur.

En combinant les équations (6) et (7), on obtient donc la condition suffisante de stabilité :

$$d < 4 \frac{\tau_0}{(\rho_c - \rho_f) g} \quad (8)$$



□ **Figure 5**

Distribution des contraintes de Von Mises normalisées autour d'une inclusion cylindrique rigide soumise à une densité linéique de force et immergée dans un milieu élastique incompressible.

Tant que cette inégalité est vérifiée, le cylindre est stable. Mais, dès qu'un des points du fluide entre dans le domaine plastique, le calcul analytique n'est plus valable. On peut néanmoins supposer qu'il y a alors une nouvelle répartition des contraintes autour du cylindre, mais pas nécessairement mouvement de l'inclusion. Il existe donc une constante  $K$  supérieure à 4 telle qu'un cylindre immergé dans un fluide élastique est stable si et seulement si :

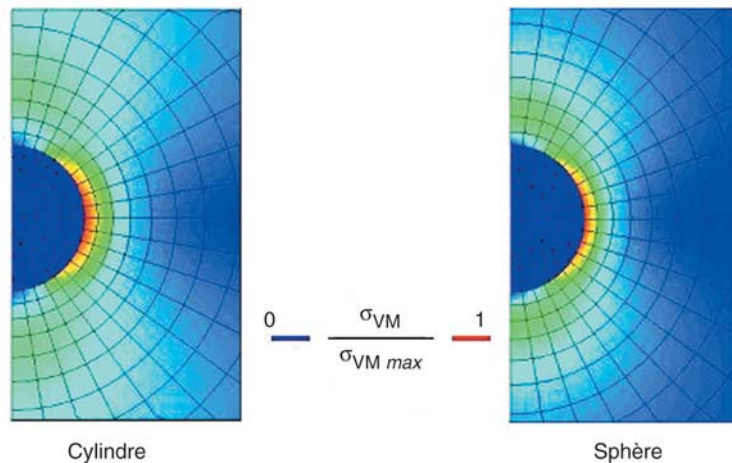
$$d < K \frac{\tau_0}{(\rho_c - \rho_f)g} \quad (9)$$

## Simulations numériques 2D et 3D

On s'intéresse maintenant aux différences induites par le passage du problème 2D (cas d'un cylindre) au problème 3D (cas d'une sphère).

Un calcul analytique en élasticité menant à un critère de stabilité pour un cylindre a été présenté. Le problème analytique n'est pas résolu pour une inclusion sphérique (3D). Des simulations numériques ont donc été réalisées avec le logiciel CASTEM 2000 [5]. Ces simulations permettent de visualiser l'allure du champ de contraintes autour d'un cylindre et autour d'une sphère. Les hypothèses de calcul sont les mêmes que celles utilisées dans le calcul analytique (milieu élastique, particule rigide).

La figure 6 présente les résultats des calculs des champs de contraintes obtenus autour des deux types d'inclusion.



□ **Figure 6**  
Champs de contraintes calculés autour d'un cylindre et d'une sphère immergés dans un milieu élastique.

Différentes zones apparaissent sur cette figure. On peut remarquer :

- une zone de contrainte maximale au voisinage des inclusions (zone rouge),
- la présence de zones peu sollicitées au-dessous et au-dessus des inclusions (en bleu), ce qui est en accord avec les résultats de la littérature [6].

Dans le cas de l'inclusion cylindrique les résultats numériques concordent bien évidemment avec ceux du calcul analytique (cf. Fig. 5). La comparaison des deux simulations numériques montre que le passage de 2D à 3D induit de légères différences dans les extensions des différentes zones de contraintes bien que l'emplacement des contraintes maximales reste le même.

## Analyse dimensionnelle du problème 3D

Les forces agissant sur une sphère immergée dans un fluide à seuil sont les suivantes :

- une force motrice ( $f_m$ ) qui correspond à la différence entre la force de pesanteur et la poussée d'Archimède ;
- une force de résistance ( $f_{res}$ ) liée aux caractéristiques rhéologiques du milieu suspendant et plus particulièrement au seuil de cisaillement  $\tau_0$ , puisque l'on cherche une situation d'équilibre. La viscosité n'intervient que lorsque le mouvement a été amorcé.

Les paramètres du problème sont donc :

- $D$  : diamètre de la sphère,
- $f_m$  : force motrice agissant sur la sphère,
- $\tau_0$  : seuil de contrainte du fluide.

La matrice paramètres/unités (masse, longueur, temps) est alors :

	M	L	T
D	0	1	0
$f_m$	1	1	-2
$\tau_0$	1	-1	-2

Cette matrice est de rang 2. Donc, le nombre de variables adimensionnelles et indépendantes décrivant le problème est :  $3 - 2 = 1$ . Une telle variable est :  $\frac{\tau_0 D^2}{f_m}$ .

D'où :

$$\frac{\tau_0 D^2}{f_m} = \text{constante à l'état critique} \quad (10)$$

Sachant que l'inclusion n'est soumise qu'aux efforts de pesanteur, la force motrice  $f_m$  correspond à son poids déjaugé. Soit :

$$f_m = (\rho_s - \rho_f)g\pi \frac{D^3}{6} \quad (11)$$

avec

- $\rho_s$  : masse volumique de la sphère,
- $\rho_f$  : masse volumique du fluide,
- $g$  : accélération de la pesanteur.

Le problème conduit donc à une forme unique :

$$\frac{\tau_0}{(\rho_s - \rho_f)gD} = \text{constante} \quad (12)$$

Le critère de stabilité d'une sphère dans un fluide à seuil peut donc être défini de la manière suivante :

$$D < K_0 \frac{\tau_0}{(\rho_s - \rho_f)g} = D_c \quad (13)$$

où

- $K_0$  : constante,
- $D_c$  : diamètre critique de la sphère.

L'analyse dimensionnelle ne permet pas de donner une valeur de  $K_0$ . Une étude des données de la littérature a donc été nécessaire. On peut cependant noter que la relation (13) confirme la forme de l'expression (9) définie dans le cas d'un cylindre.

## Comparaison des critères de stabilité issus de la littérature

Chhabra [7] a effectué une synthèse des études, parues avant 1993, qui mènent à un critère de stabilité pour une sphère immergée dans un fluide à seuil. D'autres études ont été publiées depuis et on constate que tous les critères proposés peuvent s'exprimer sous la forme donnée par la relation (13).

La plupart des données de la littérature sont le résultat de simulations numériques de chute de sphère(s) dans des fluides modèles de type Bingham ou Hershel-Bulkley [6, 8, 9]. Quelques articles présentent des résultats expérimentaux obtenus sur des fluides modèles de type gel ou sur pâtes de ciment [10-12].

Les modèles rhéologiques de Bingham ou d'Hershel-Bulkley, présentés ci-dessous, sont également utilisés en génie civil pour décrire le comportement des matériaux cimentaires mais ils prêtent encore à discussion.

Certains auteurs [13] utilisent le modèle de Bingham dont la loi est la suivante :

$$\tau = \tau_B + \eta\dot{\gamma} \quad (14)$$

avec

- $\tau$  : contrainte de cisaillement (Pa),
- $\tau_B$  : seuil de contrainte (Pa),
- $\eta$  : viscosité (Pa.s),
- $\dot{\gamma}$  : taux de cisaillement ( $s^{-1}$ ).

C'est un modèle qui permet une description physique simple puisque seuls deux paramètres sont à ajuster.

Cependant, d'autres auteurs [14] considèrent que cette modélisation n'est pas suffisante et qu'un modèle d'Hershel-Bulkley est plus adapté pour caractériser les matériaux cimentaires :

$$\tau = \tau_{HB} + K\dot{\gamma}^n \quad (15)$$

avec

- $K$  : facteur de viscosité,
- $\tau_{HB}$  : seuil de contrainte (Pa).

Ce modèle donne une description plus précise du comportement du matériau avec, notamment, la prise en compte de son caractère généralement rhéofluidifiant par l'indice  $n < 1$ . Dans le cas particulier où  $n = 1$ , on retrouve le modèle de Bingham.



Ces deux modèles permettent de déterminer le seuil de contrainte du fluide suspendant. Or, le modèle de Bingham en donne généralement une valeur plus élevée que le modèle de Hershel-Bulkley. Cela peut donc expliquer en partie le fait que la valeur de  $K_0$  diffère selon les auteurs. Cependant, la fourchette des valeurs est assez étroite à une exception près comme le montre le tableau I.

L'étude bibliographique a donc permis de dégager différentes valeurs de la constante  $K_0$  pour une sphère immergée dans un fluide à seuil de contrainte, sans toutefois en associer une au problème posé. En effet, seule l'étude de Saak et al. [10] portait sur une pâte de ciment. Or, leur critère est très inférieur à ceux trouvés par les approches numériques ou expérimentales sur matériau modèle. On peut remarquer que Saak et al. n'ont pas défini le critère de manière expérimentale, mais de manière théorique. Puisqu'il semble être vérifié par leurs essais, on peut alors penser qu'il s'agit d'un critère « sécuritaire » trop restrictif. Plus précisément, pour un certain seuil de cisaillement, ils définissent un diamètre critique 10 à 12 fois plus petit que celui défini par les autres auteurs.

Par ailleurs, ils considèrent que la contrainte maximale est atteinte au même moment tout autour de l'inclusion alors que le calcul analytique et les simulations numériques présentés précédemment montrent qu'elle est atteinte en un point et qu'il y a ensuite une nouvelle répartition des contraintes autour de l'inclusion.

Il a donc semblé nécessaire de vérifier l'ordre de grandeur de la constante dans le cas des matériaux cimentaires. C'est pourquoi une étude expérimentale a été conduite sur des pâtes de ciment issues de la composition d'un BAP type.

**TABLEAU I**  
Synthèse des critères de stabilité issus de la littérature

Auteurs	Approche	Étude	Modèle rhéologique	Matériau d'étude	État de surface	Valeur de la constante
Saak et al. [10]	Statique	Expérimentale	Fluide à seuil	Pâtes de ciment	-	1,5
Mekhatria [11]	Statique	Expérimentale	Hershel-Bulkley	Carbopol	Rugueux	30
					Lisse	25
Jossic et Magnin [12]	Quasi-statique	Expérimentale	Hershel-Bulkley	Carbopol	Rugueux	17,2
					Lisse	10
He et al. [8]	Quasi-statique	Théorique	Fluide de Bingham	-	-	18
Atapattu [9]	Quasi-statique	Numérique	Hershel-Bulkley	-	-	16,4
Beris et al. [6]	Quasi-statique	Numérique	Fluide de Bingham	-	-	21

## Étude expérimentale sur pâtes de ciment

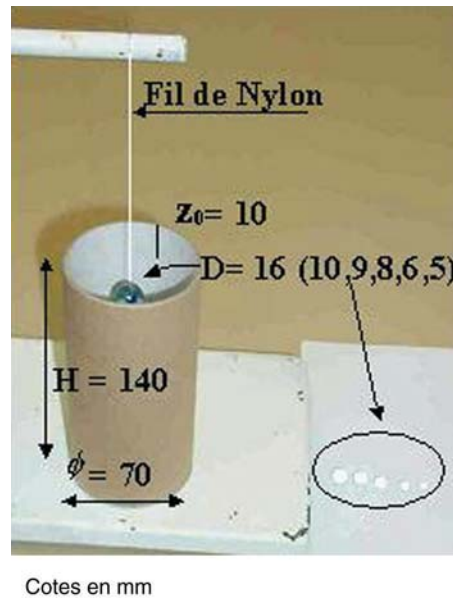
Il s'agit d'un essai simple faisant intervenir des billes de verre de différents diamètres ainsi que des pâtes de ciment formulées de telle sorte que leurs seuils de cisaillement couvrent une gamme allant de 0 à 100 Pa.

### Principe de l'essai

Une bille, suspendue au moyen d'un fil de Nylon, est placée sur l'axe d'un moule en carton cylindrique et à 1cm sous le plan supérieur (Fig. 7). Le récipient est ensuite entièrement rempli de pâte. La bille se trouve donc complètement immergée avant l'essai, ce qui permet d'éviter les problèmes liés à la pénétration de la bille dans le milieu et d'assurer une vitesse nulle à l'instant initial. Une fois le fil sectionné, la bille peut se déplacer librement dans la pâte.

Les éprouvettes de matériau durci sont sciées afin de repérer la position finale de la bille. On peut ainsi mesurer la distance parcourue par la bille et la rapporter au déplacement maximal possible.

□ **Figure 7**  
 Principe de l'essai de chute de bille. La bille, fixée à un fil de Nylon, est placée à 1 cm du bord supérieur du moule en carton. Celui-ci est ensuite rempli de pâte de ciment. Le fil est alors coupé afin de laisser la bille se déplacer librement dans la pâte. Les différents diamètres de billes utilisés dans cet essai vont de 5 à 16 mm.



Connaissant les caractéristiques rhéologiques de chacune des pâtes et le diamètre de la bille utilisée, il est possible de vérifier la relation (13) et d'approcher la valeur de la constante  $K_0$  définie précédemment.

### Matériaux

Les matériaux utilisés dans cette étude sont des pâtes de ciment dont la composition est issue d'une formule de BAP type comprenant : du ciment CEMI 52,5, du filler calcaire, du superplastifiant et un agent viscosant. Leur formulation et leur caractérisation ont été réalisées lors d'une étude précédente [15]. L'objectif était d'obtenir des pâtes de ciment ayant des caractéristiques rhéologiques couvrant une large gamme, et plus particulièrement des seuils de contrainte, déterminés à partir du modèle d'Herschel-Bulkley, allant de 0 à 100 Pa. Nous présentons ici les résultats des essais réalisés sur cinq pâtes, nommées F0 à F4. Elles contiennent le même dosage en agent viscosant et des dosages en superplastifiant décroissant de F0 jusqu'à F4. La masse volumique des pâtes est de l'ordre de  $1\,900\text{ kg/m}^3$ .

Les billes sont en verre de masse volumique proche de celle des granulats (soit  $2\,500\text{ kg/m}^3$  environ). Leurs diamètres vont de 5 à 16 mm, ce qui est représentatif de la taille des gros granulats utilisés dans les BAP.

### Résultats

La figure 8 montre l'évolution du rapport déplacement effectif sur déplacement maximal possible pour les différents diamètres de bille et les différents seuils de cisaillement.

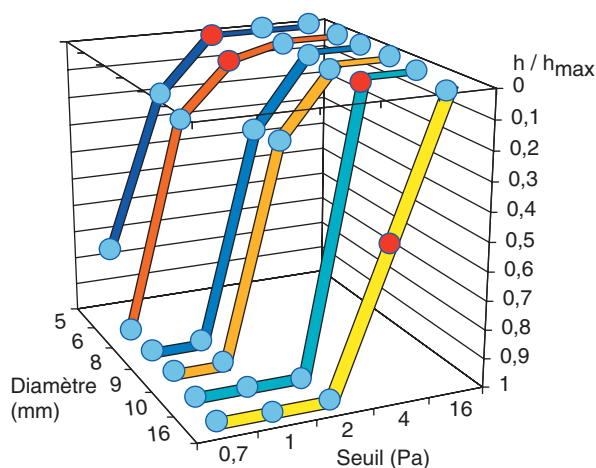
On constate que :

- certaines billes atteignent le fond du récipient ( $h/h_{\max} = 1$ ),
- certaines billes chutent, mais s'arrêtent avant d'atteindre le fond du récipient,
- certaines billes ne se déplacent pas ( $h/h_{\max} = 0$ ).

Cela permet tout d'abord de vérifier que le seuil de cisaillement de la pâte et le diamètre de la bille sont bien deux paramètres clés du problème. En effet, plus le diamètre de la bille augmente, plus le seuil de contrainte doit être élevé pour assurer la stabilité.

Les résultats de cet essai ne permettent de donner qu'un encadrement assez large de la valeur de  $K_0$ . La précision est néanmoins suffisante pour déterminer si la constante est plus proche de celle définie par Saak et *al.* [10] ou de celle définie par les autres auteurs [6, 8, 9, 11, 12].

En effet, si l'on utilise les résultats repérés en rouge sur la figure précédente, on voit que pour le seuil de contrainte de 2 Pa, la bille de 5 mm est restée en position alors que la bille de 6 mm s'est déplacée. Le calcul de la constante de stabilité est effectué à partir de ces deux diamètres. On obtient dans ce cas :  $14,71 < K_0 < 17,65$ .



□ **Figure 8**  
 Résultats de l'essai à la bille. Évolution du rapport déplacement final / déplacement possible ( $h/h_{max}$ ) en fonction du diamètre de la bille et du seuil de contrainte de la pâte de ciment.

Pour le seuil de 4 Pa, le même calcul est effectué en utilisant les billes de 10 et 16 mm de diamètre. On obtient alors moins de précision vu l'écart entre les diamètres :  $14,71 < K_0 < 23,54$ .

Les résultats expérimentaux sont donc en accord avec la majorité des critères de stabilité de particule sphérique rigide immergée dans un fluide à seuil cités précédemment. Le tableau II donne les valeurs du diamètre critique calculées pour les différentes constantes issues de la littérature et pour les seuils de cisaillement en fin de malaxage des pâtes de ciment utilisées dans l'essai à la bille.

Les résultats expérimentaux sont proches des valeurs calculées à partir des critères issus de l'approche quasi-statique. Comme il a été fait remarquer précédemment, le critère issu de l'approche statique (constante = 3/2) proposé par Saak *et al.* [10] est vraisemblablement trop sécuritaire. On peut aussi constater que la bille a été immergée dans la pâte avant l'essai alors que ces auteurs plaçaient la bille à la surface du matériau, ce qui n'assure pas les mêmes conditions initiales.

L'arrêt du déplacement de certaines billes en cours d'essai apporte un élément de réflexion supplémentaire. En effet, même si le critère de stabilité dépendant du seuil de cisaillement n'est pas respecté, une modification des propriétés du milieu peut ralentir, voire arrêter, la chute de la particule. Des informations sur la vitesse de cheminement des billes sont cependant nécessaires pour décrire complètement ce phénomène qui n'est pas uniquement lié au temps de prise du matériau. En effet, puisqu'il y a mouvement de la bille, l'influence de la viscosité du matériau est à prendre en compte. D'autre part, la thixotropie des pâtes de ciment issues des BAP est généralement suffisamment marquée pour jouer un rôle et limiter les effets de ségrégation.

**TABLEAU II**  
 Diamètre critique  $D_c$  (en mm) calculé en fonction de la constante proposée par chacun des auteurs et comparaison avec les résultats de cette étude obtenus pour chaque pâte de ciment

Seuil (Pa)		0,7	1	2	4	16
Auteurs	État de surface					
Saak <i>et al.</i> [10]	-	0,18	0,25	0,51	1,02	4,08
Mekhatria [11]	Rugueux	3,57	5,10	10,19	20,39	81,55
	Lisse	2,5	3,57	7,14	14,27	57,08
Jossic et Magnin [12]	Rugueux	2,05	2,92	5,84	11,69	46,76
	Lisse	1,19	1,7	3,4	6,8	27,18
He <i>et al.</i> [8]	-	1,95	2,79	5,57	11,15	44,58
Atapattu <i>et al.</i> [9]	-	2,14	3,06	6,12	12,23	48,93
Beris <i>et al.</i> [6]	-	2,5	3,57	7,14	14,27	57,08
Bethmont <i>et al.</i> [16]	Lisse	< 5	< 5	5 << 6	10 << 16	> 16

## CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Différentes approches permettant d'appréhender la stabilité d'une seule particule dans un fluide suspendant ont été présentées. Le calcul analytique de ce problème ne peut être résolu qu'en 2D, c'est-à-dire pour une inclusion cylindrique. Le calcul ayant été conduit pour un milieu élastique, le critère obtenu a été étendu et un critère de stabilité a été défini dans le cas d'un fluide à seuil. L'analyse dimensionnelle a par ailleurs confirmé la forme de ce critère faisant intervenir une constante. Des simulations numériques ont ensuite été réalisées afin de comparer les champs de contraintes produits par le déplacement d'un cylindre et celui d'une sphère. Les différentes zones de cisaillement autour des inclusions ont une localisation analogue, mais leurs proportions diffèrent légèrement.

Par ailleurs, la synthèse des données bibliographiques indique une dispersion dans les critères de stabilité proposés par les différents auteurs. Ces variations peuvent s'expliquer par le fait que les résultats sont obtenus par le biais de simulations numériques ou d'expériences, mais aussi par le choix du modèle rhéologique permettant de déterminer le seuil de cisaillement. Des essais de chute de bille ont donc été menés afin de situer le critère dans le cas de pâtes de ciment. Les résultats montrent que la constante de stabilité  $K_0$  est vraisemblablement proche de 18 dans le cas d'une sphère immergée dans un fluide à seuil. Cette valeur dépend de la forme et de l'état de surface de la particule, comme le montrent notamment Jossic et Magnin [12].

Cependant, les essais ont montré que l'étude de la ségrégation dans les matériaux cimentaires ne se limitait pas aux seuls effets de stabilité liés au seuil de contrainte. En effet, il existe une possibilité de réduire, voire d'arrêter les déplacements, en prenant en compte la structuration du matériau et sa viscosité. Toutefois les modèles rhéologiques cités précédemment ne rendent pas compte du caractère thixotrope des matériaux cimentaires. Des études sont en cours afin de développer un modèle de comportement plus complet [17]. De plus, l'étendue de la taille des particules du matériau (d'une fraction de micromètre à plusieurs millimètres) complique très fortement la mise en équation de son comportement. La distinction entre la phase suspendante et les gros granulats n'est pas clairement établie.

Il existe également un autre phénomène non étudié à l'heure actuelle permettant vraisemblablement d'agir sur la stabilité des BAP. On remarque en effet que les caractéristiques que l'on vient de citer (seuil, viscosité, voire thixotropie) sont très faibles dans le cas des bétons fluides, mais que certains BAP semblent néanmoins stables. Il y a donc une influence du réseau granulaire lui-même. Certains auteurs, tels que Wallevik [13], Powers [18] et de Larrard [19] mentionnent ce phénomène sans apporter d'éléments de réponse.

L'étude de la ségrégation des bétons autoplaçants sera donc poursuivie en l'orientant vers la caractérisation des effets de groupe. À cette fin, un nouveau moyen expérimental a été mis au point. Sa description a fait l'objet d'une note technique [20] dans cette même revue.

### REMERCIEMENTS

*Les auteurs remercient Jean-Louis Tailhan de la section « Comportement mécanique et modélisation » de la division « Bétons et composites cimentaires » du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées pour son aide dans la partie modélisation numérique.*

*Par ailleurs, cette étude a été réalisée avec le soutien financier du ministère de la Recherche dans le cadre d'une Action concertée incitative (ACI) « Ville ».*

### RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] *Bétons Auto-Plaçants*, Recommandations provisoires de l'Association Française de Génie Civil (AFGG), juillet 2000, 63 pages.
- [2] *Workability and Rheology of Fresh Concrete: Compendium of Tests*, Rilem Report, Report of Technical Committee TC 145 WSM, 2001, 107 pages.
- [3] MUSKHELISHVILI, *Some basic problems of the mathematical theory of elasticity*, N.V. Noordhoff, Groningen, 1963, 718 pages.

- [4] LIDDELL P., BOGER D., Yield stress measurements with the vane, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, **63**, 1996, pp. 235-261.
- [5] CASTEM 2000, logiciel développé par le Commissariat à l'Energie Atomique (CEA).
- [6] BERIS A.N. et al., Creeping Motion of a sphere through a Bingham plastic, *Journal of Fluid Mechanics*, **158**, 1985, pp. 219-244.
- [7] CHHABRA R.P., *Bubbles, Drops, and Particles in Non-Newtonian Fluids*, CRC Press, 1993, 417 pages.
- [8] HE Y.B., LASKOWSKI J.S., KLEIN B., Particle movement in non-Newtonian slurries : the effect of yield stress on dense medium separation, *Chemical Engineering Science*, **56**, 2001, pp. 2991-2998.
- [9] ATAPATTU D.D. et al., Creeping sphere motion in Hershel-Bulkley fluids : flow field and drag, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, **59**, 1995, pp. 245-265.
- [10] SAAK A.W., JENNING H., SHAH S., New Methodology for Designing Self-Compacting Concrete, *ACI Materials Journal*, **98**, novembre-décembre 2001, pp. 429-439.
- [11] MEKHATRIA A., *Stabilité et sédimentation de sphères dans un fluide à seuil*, thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2001, 220 pages.
- [12] JOSSIC L., MAGNIN A., Trainée et stabilité d'objet en fluide à seuil, *Les Cahiers de Rhéologie*, **18**, juin 2001, pp. 55-64.
- [13] WALLEVIK O., Rheology-A scientific approach to develop Self-Compacting Concrete, Reykjavik, 3<sup>rd</sup> International Symposium on Self-Compacting concrete, Islande, 17-20 août 2003, pp. 23-31.
- [14] De LARRARD F. et al., Fresh Concrete : A Hershel-Bulkley Material, *Materials and Structures*, **31**, 1998, pp. 494-498.
- [15] CORDIN J., *Ségrégation des Bétons Auto-Plaçants (BAP) : Etude de l'influence des paramètres de Formulation sur la rhéologie des pâtes issues de BAP*, Travail de fin d'études de l'ENTPE, LCPC, Paris, juin 2002, 71 pages.
- [16] BETHMONT S., D'ALOIA SCHWARTZENTRUBER L., STÉFANI C., LE ROY R., Defining the Stability criterion of a sphere suspended in a cement paste : a way to study the segregation risk in Self-Compacting Concrete (SCC), Reykjavik, 3<sup>rd</sup> International RILEM Symposium on Self-Compacting Concrete, Islande, 17-20 août 2003, pp. 94-105.
- [17] JARNY S., *Thixotropie des pâtes cimentaires*, Thèse de doctorat, École Nationale des Ponts et Chaussées, 2004.
- [18] POWERS T. C., *The Properties of Fresh Concrete*, John Wiley and Sons, Inc., 1968, 664 pages.
- [19] De LARRARD F., *Structures granulaires et formulation des bétons*, Études et Recherches des laboratoires des Ponts et Chaussées, 2000, Ouvrages d'art, OA 34, 414 pages.
- [20] BETHMONT S., Nouveau dispositif d'essai de stabilité d'un réseau granulaire, *Bulletin des laboratoires des Ponts et Chaussées*, **252-253**, septembre-décembre 2004, pp. 189-195.