

# Modélisation de la propagation d'ondes et de l'interaction sol-structure : approches par éléments finis et éléments de frontière

Jean-François SEMBLAT

Laboratoire Central des Ponts et Chaussées

Patrick DANGLA

LCPC/LMSGC, Institut Navier

## RÉSUMÉ

La modélisation numérique de la propagation d'ondes et de l'interaction dynamique sol-structure est abordée à travers deux méthodes différentes : la méthode des éléments finis et la méthode des éléments de frontière. L'influence de la discrétisation spatiale sur la simulation de propagation d'ondes (1D et 2D) est discutée en tenant compte du type d'éléments finis (triangles, quadrilatères, éléments de haut degré). La modélisation numérique de l'amortissement est également abordée (amortissement de Rayleigh). Un exemple de propagation d'ondes dues à la vibration d'une fondation est ensuite traité par la méthode des éléments finis. Pour la méthode des éléments de frontière, ses potentialités sont rappelées et des résultats obtenus avec des modèles 2D et 3D sont proposés. Plusieurs exemples d'interaction dynamique sol-structure (bâtiment, tunnel) sont ensuite traités.

DOMAINE : Sciences de l'ingénieur.

## ABSTRACT

MODELING WAVE PROPAGATION AND SOIL-STRUCTURE INTERACTION: FINITE ELEMENT AND BOUNDARY ELEMENT APPROACHES

The numerical modeling of both wave propagation and dynamic soil-structure interaction will be approached in this article by means of two distinct methods: the finite element method, and the boundary element method. The influence of spatial discretization on the simulation of wave propagation (both 1D and 2D) will be examined through incorporating the type of finite element (triangles, quadrilaterals, high-order elements). The numerical modeling of damping will also be introduced (Rayleigh damping). An example of wave propagation due to foundation vibration will also be analyzed by application of the finite element method. As for the boundary element method, the possibilities offered will be recalled, along with some results obtained from both 2D and 3D models. Several examples of dynamic soil-structure interaction (building, tunnel) will ultimately be discussed.

FIELD: Engineering sciences.

## INTRODUCTION

L'étude de la propagation d'ondes intéresse différents domaines liés au génie civil : génie parasismique, isolation vibratoire, contrôle non destructif, etc. Les problèmes de propagation d'ondes sont caractérisés par différents phénomènes [1, 2] : dispersion, diffraction, amortissement, conversions de type d'ondes, etc. Toutes ces caractéristiques sont rarement accessibles directement par l'expérience. Il est généralement nécessaire de recourir à des expérimentations modèles (matériaux modèles, essais à échelle réduite [3, 5], etc.) ou d'utiliser le calcul numérique et/ou des méthodes inverses [6, 7] afin de déterminer les paramètres caractérisant le matériau et les ondes qui s'y propagent.

La validation des calculs de propagation d'ondes peut être réalisée en confrontant les résultats numériques à des résultats expérimentaux, mais la détermination conjointe des paramètres de comportement du matériau et des caractéristiques de *propagation d'ondes* est souvent peu aisée. La validation des modèles numériques de propagation d'ondes d'après des solutions analytiques est aussi envisageable dans le cas de milieux de géométrie et à comportement simples. Plusieurs méthodes numériques permettent de simuler les phénomènes de propagation d'ondes : différences finies [8, 10], éléments finis [11, 12], éléments de frontière [13, 14], éléments spectraux [15, 16]. Ces méthodes numériques présentent des avantages et des inconvénients différents.

La méthode des éléments finis est très puissante car elle permet de modéliser des géométries et des comportements complexes. Pour les problèmes de propagation d'ondes, elle présente toutefois deux inconvénients principaux : la réflexion d'ondes parasites sur les frontières du domaine maillé et la dispersion numérique des ondes. La dispersion numérique provoque une variation artificielle de la vitesse de propagation des ondes en fonction des caractéristiques du modèle d'éléments finis. Ces deux aspects de la modélisation numérique par éléments finis de la propagation d'ondes seront abordés dans la suite.

La méthode des éléments de frontière présente l'avantage de permettre une modélisation aisée de la propagation d'ondes en milieu infini ou semi-infini. Les conditions de radiation des ondes à l'infini sont en effet directement incluses dans la formulation. Par ailleurs, la méthode des éléments de frontière résout le problème aux interfaces entre milieux de caractéristiques homogènes : elle est donc limitée à des milieux faiblement hétérogènes, mais permet un gain sensible pour la modélisation de la propagation bidimensionnelle (interfaces unidimensionnelles) ou tridimensionnelle (interfaces surfaciques). L'application de cette méthode à la propagation d'ondes sismiques dans des formations sédimentaires sera discutée dans cet article.

Afin de bénéficier des avantages de ces deux méthodes, il peut être intéressant de les combiner (couplage éléments finis-équations intégrales [14]).

## MODÉLISATION NUMÉRIQUE DE LA PROPAGATION D'ONDES PAR ÉLÉMENTS FINIS

### Propagation d'ondes

Dans un milieu viscoélastique linéaire, l'équation des ondes unidimensionnelle peut s'exprimer dans le domaine des fréquences de la manière suivante :

$$\frac{\partial^2 u(x, \omega)}{\partial x^2} + \frac{\rho \omega^2}{E^*(\omega)} u(x, \omega) = 0 \quad (1)$$

où  $u$  est le déplacement,  $x$  la distance,  $\omega$  la pulsation,  $\rho$  la masse volumique et  $E^*(\omega)$  le module complexe [1, 17]. La solution du problème peut alors prendre la forme suivante [12] :

$$u(x, \omega) = u(0, \omega) \cdot \exp(ik^*(\omega)x) \quad (2)$$

où  $k^*(\omega)$  est le nombre d'onde complexe tel que :  $k^*(\omega) = \frac{\omega}{c(\omega)} + i\alpha(\omega)$  (3)

Outre le premier terme classique de déphasage, ce nombre d'onde complexe comprend un terme imaginaire d'amortissement. Ces deux termes (déphasage, amortissement) dépendent *a priori* de la fréquence. La dépendance entre la vitesse de phase  $c(\omega)$  et la fréquence traduit la dispersion matérielle au sein du milieu [1, 12]. Du point de vue numérique, ces deux propriétés ont leurs équivalents souvent dénommés dispersion numérique et amortissement numérique. La dispersion numérique fait dépendre la vitesse de propagation de l'onde des caractéristiques du modèle (schéma d'intégration en temps, taille et type d'éléments, etc.). L'amortissement numérique correspond au même type de dépendance pour ce qui concerne l'amplitude de l'onde [18].

### Dispersion numérique

Dans le domaine de la dynamique des structures, deux types d'erreurs numériques peuvent être étudiés [18] : d'une part l'erreur relative de période liée à l'estimation de la période de vibration de la structure et, d'autre part, l'amortissement algorithmique correspondant à une réduction artificielle de l'amplitude due à un amortissement purement numérique. Il est possible d'étudier et de quantifier ces erreurs numériques. L'erreur relative de période varie suivant le schéma d'intégration en temps considéré [18]. Pour les problèmes de propagation d'ondes, l'erreur relative de période apparaît à travers l'estimation de la vitesse de propagation et est appelée *dispersion numérique*. La propagation d'une onde dans un schéma numérique donné dépend, par exemple, de la taille des éléments, du schéma d'intégration, du type d'élément, etc. Ce phénomène est appelé dispersion numérique en référence à la dispersion physique qui fait dépendre la vitesse de propagation de la fréquence [11, 12,

19-21]. Les phénomènes de propagation peuvent être délicats à modéliser par différences finies ou éléments finis car l'erreur numérique tend à augmenter au cours de la propagation de l'onde.

La solution numérique de l'équation (1) peut s'écrire sous une forme similaire à celle de la solution théorique (2) :

$$u_h(x, \omega) = u(0, \omega) \cdot \exp(ik_h(\omega)x) \quad (4)$$

où  $u_h$  et  $k_h$  sont respectivement le déplacement et le nombre d'onde approchés numériquement.

Plusieurs travaux théoriques concernent l'analyse de l'erreur faite dans l'estimation numérique de  $k_h$  par rapport au nombre d'onde théorique  $k$  [19, 20]. Ihlenburg et Babuška [20] proposent, dans le cas d'éléments finis à interpolation linéaire, la relation suivante :

$$\cos k_h h = \frac{1 - K^2 / 3}{1 + K^2 / 6} \quad (5)$$

où  $K$  est la fréquence normalisée dépendant du nombre d'onde théorique  $k$  sous la forme :  $K = k \times h = \omega h / c$ .

L'expression (5) montre que la solution numérique de l'équation (1) correspond à un phénomène de propagation seulement pour les fréquences normalisées inférieures à la fréquence de coupure  $K_0$  [20]. Pour ces valeurs de fréquence, l'onde numérique se propage cependant plus rapidement ou plus lentement que la solution théorique. Il est donc nécessaire d'analyser la dispersion numérique des ondes et de quantifier l'erreur numérique qui en résulte.

## Évaluation de la dispersion numérique : cas 1D et 2D

Pour analyser l'erreur numérique dans les problèmes de propagation d'onde, on considère tout d'abord un cas unidimensionnel où le milieu est homogène, élastique, linéaire et isotrope (pas de dispersion physique). Le tableau I indique le nombre d'éléments du modèle unidimensionnel dans chaque cas et la taille d'élément correspondante  $\Delta h$ . Dans la dernière colonne, le rapport  $\Delta h / \lambda$  caractérise la taille d'élément normalisée par rapport à la longueur d'onde  $\lambda$ .

**TABLEAU I**  
Finesse du maillage et rapport taille/longueur d'ondes pour les différents cas étudiés

Nombre d'éléments	50	100	200	300	400	800
Taille d'éléments $\Delta h$	2 m	1 m	0,5 m	0,333 m	0,25 m	0,125 m
Rapport $\Delta h / \lambda$	2/5	1/5	1/10	1/15	1/20	1/40

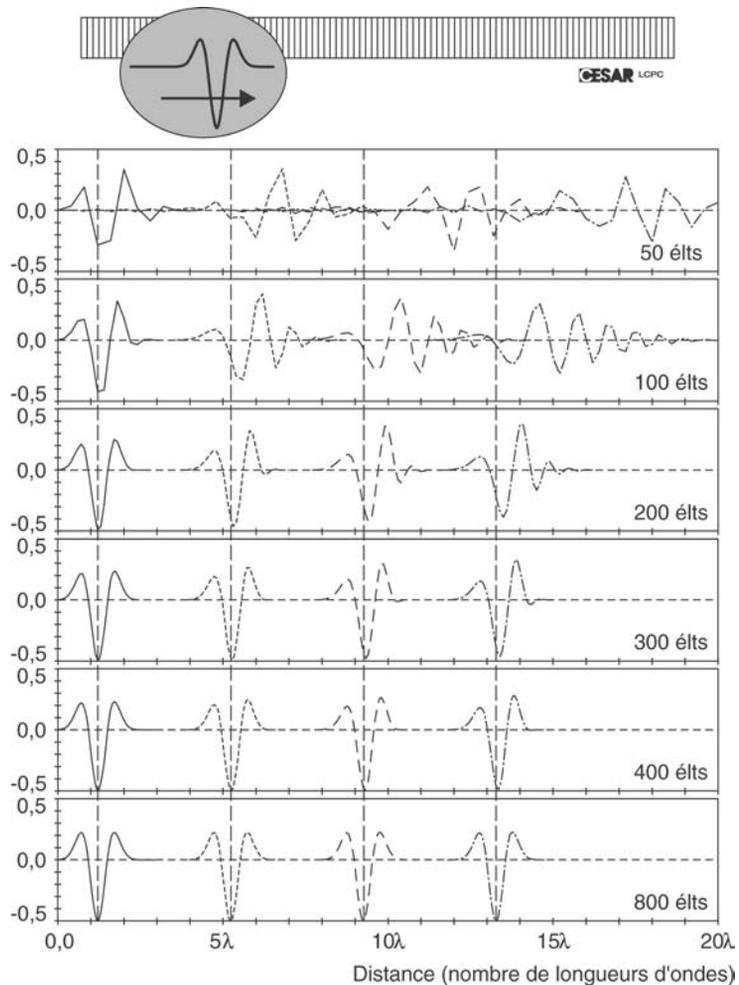
La figure 1 donne la forme de l'onde à différents instants au cours de la propagation dans chacun des cas présentés dans le tableau I. Ces courbes montrent clairement que la taille des éléments influence considérablement l'erreur numérique. Les maillages grossiers conduisent à des résultats numériques sous-estimant les amplitudes, mais surestimant les vitesses (de groupe et de phase). C'est la conséquence pratique de la dispersion numérique qui peut être limitée en choisissant une taille d'élément adaptée à la longueur d'onde du problème. La taille des éléments est classiquement prise égale au dixième ou au vingtième de la longueur d'onde. Cependant, comme le montre la figure 1 dans les cas 3 (200 éléments,  $\Delta h / \lambda = 1/10$ ) et 5 (400 éléments,  $\Delta h / \lambda = 1/20$ ), l'erreur numérique redevient significative au-delà d'une distance de propagation d'environ  $5\lambda$  à  $10\lambda$ . En revanche, pour le cas 6 (800 éléments,  $\Delta h / \lambda = 1/40$ ), l'erreur numérique est pratiquement nulle.

L'appréciation des phénomènes de dispersion numérique est assez simple dans le cas unidimensionnel. En deux dimensions, ces phénomènes sont plus délicats à analyser. Comme l'indique Bamberger [19], outre les caractéristiques mécaniques du milieu de propagation, il est nécessaire de prendre en compte le type d'onde, l'angle d'incidence, le type de maillage (triangles, quadrilatères). Des relations de dispersion sont proposées par Bamberger [19] et Ihlenburg [20] pour différents types de discrétisation. Les expressions analytiques des vitesses de phase et de groupe des ondes numériques sont données pour plusieurs types d'ondes [19]. Ces relations de dispersion permettent de construire les courbes de la figure 2 qui donnent les vitesses de phase adimensionnelles des ondes P et des ondes S dans un maillage bidimensionnel. La vitesse de phase adimensionnelle est le rapport

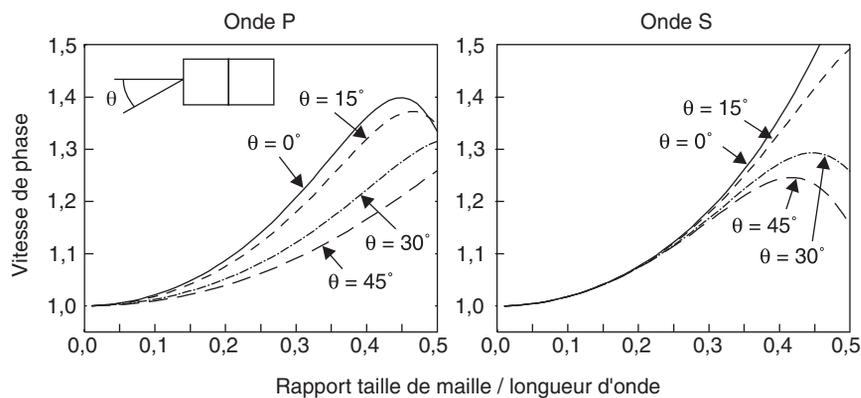
entre la vitesse des ondes numériques et la vitesse de phase théorique. La figure 2 correspond à des éléments quadrilatères à interpolation linéaire. Après l'exemple essentiellement qualitatif du paragraphe précédent, ces résultats permettent de quantifier l'erreur numérique en fonction du rapport taille de maille sur longueur d'onde pour différentes valeurs d'angle d'incidence.

D'après les courbes de la figure 2, il est possible d'établir quelques conclusions simples pour les maillages à éléments quadrilatères :

- la dispersion numérique (et donc l'erreur numérique) est d'autant plus importante que la taille de maille est grande (par rapport à la longueur d'onde) ;



**Figure 1**  
Analyse de la dispersion numérique unidimensionnelle pour les problèmes de propagation d'ondes (profil à différents instants).



**Figure 2**  
Dispersion numérique d'ondes P et S (maillage 2D quadrilatères), d'après Bamberger [19].

- l'erreur est maximale pour une incidence nulle (jusqu'à 40 % en onde P et 50 % en onde S) et minimale pour une incidence à 45 degrés (pour ce schéma numérique particulier) ;
- pour les faibles valeurs de taille de maille, les ondes P sont plus sensibles à l'angle d'incidence que les ondes S.

L'ensemble de ces résultats est donné pour un coefficient de Poisson  $\nu = 0,25$  et pour une valeur donnée du rapport  $\gamma = \Delta t / \Delta t^* = 1$  avec  $\Delta t^* = \Delta h / \sqrt{V_P^2 + V_S^2}$  ( $\Delta t$  est le pas de temps utilisé pour le calcul ;  $V_P$  et  $V_S$  sont respectivement les célérités des ondes P et S).

Pour un maillage en éléments triangulaires (triangles rectangles), l'influence de l'incidence est différente suivant que l'angle est positif ou négatif (il n'y a pas de symétrie). Dans le cas des ondes P, il n'y a aucune dispersion numérique pour une incidence  $\theta = 45$  degrés (vitesse de phase constante). Les angles d'incidence donnant la dispersion numérique la plus faible sont différents pour les ondes P et les ondes S [12, 19].

## Efficacité d'éléments finis de haute précision

La dispersion numérique est également influencée par le degré d'interpolation polynomiale des éléments finis considérés. Les éléments finis de degré d'interpolation élevé sont connus pour leur très bonne précision dans les calculs d'élastoplasticité. En propagation d'ondes, plusieurs travaux théoriques proposent des expressions analytiques de l'erreur numérique exprimée en termes de dispersion [11, 19, 20]. Les éléments finis de degré d'interpolation plus élevé conduisent généralement à une dispersion numérique plus faible [22].

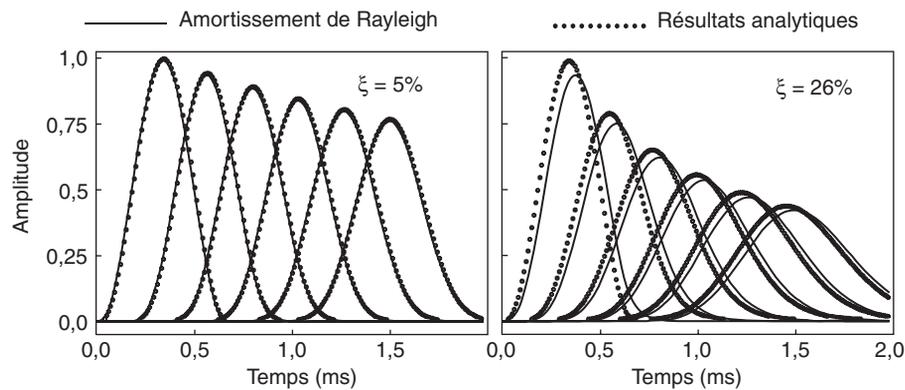
Afin de comparer l'efficacité d'éléments finis de différents degrés d'interpolation, un cas de propagation d'onde unidimensionnelle est étudié en détail dans [21]. Trois types d'éléments (triangulaires) différents sont considérés : des éléments linéaires à trois nœuds, des éléments quadratiques à six nœuds et des éléments à quinze nœuds de degré d'interpolation égal à quatre [18]. Pour que la comparaison soit représentative, le nombre d'éléments de chacun des maillages par éléments finis correspondant est choisi de telle sorte que le nombre de nœuds total dans la direction de propagation soit le même pour les trois types d'éléments [21]. Il s'avère ainsi que la proportionnalité du nombre d'éléments correspond au rapport entre les degrés d'interpolation des trois types d'éléments. Les trois maillages sont en effet constitués de 80 éléments linéaires pour le premier (degré d'interpolation : 1), 40 éléments pour le deuxième (degré d'interpolation : 2), et 20 éléments pour le troisième (degré d'interpolation : 4). Ainsi un maillage constitué d'éléments de degré d'interpolation deux fois supérieur comportera deux fois moins d'éléments pour un nombre de nœuds total dans la direction de propagation identique.

Les résultats obtenus [21] montrent que, pour les éléments linéaires (T3), la dispersion numérique est très forte. Pour les éléments quadratiques (T6), les résultats sont bien meilleurs, mais au-delà d'une certaine distance le cumul d'erreur devient significatif. Dans le cas des éléments à degré d'interpolation élevé (T15), la dispersion numérique est pratiquement nulle. À nombre de nœuds identiques dans la direction de propagation, la simulation utilisant ces éléments donne donc de très bons résultats. L'efficacité d'éléments finis de degré d'interpolation élevé vis-à-vis des phénomènes de dispersion numérique semble donc excellente.

## Validation des calculs en milieu amortissant

L'analyse des phénomènes de propagation en milieu amortissant nécessite la mise en œuvre d'un modèle d'amortissement adapté. Un des modèles d'amortissement très usité en dynamique est le modèle dû à Rayleigh qui consiste à construire une matrice d'amortissement comme la combinaison linéaire des matrices de masse et de rigidité [18, 23]. Le principal intérêt de cette formulation est de conduire à une matrice d'amortissement diagonale dans la base des modes propres réels [24]. En propagation d'ondes, ce modèle d'amortissement de Rayleigh correspond à un modèle rhéologique de Maxwell généralisé [25]. Cette équivalence permet de valider les calculs de propagations d'ondes par éléments finis à l'aide de résultats analytiques ou semi-analytiques obtenus avec ce modèle rhéologique. Cette validation n'est toutefois possible que pour des valeurs d'amortissement faibles à modérées [25]. Des validations analytiques semblables peuvent être réalisées lorsque les caractéristiques d'amortissement correspondent à celles d'un modèle rhéologique connu.

Les courbes de la figure 3 proposent une comparaison des résultats analytiques obtenus à partir d'un modèle de Maxwell généralisé avec les résultats issus de calculs par éléments finis



□ **Figure 3**  
*Comparaison amortissement de Rayleigh/modèle de Maxwell généralisé (d'après [25]).*

incluant de l'amortissement de Rayleigh. La coïncidence entre les deux approches est bonne lorsque le coefficient d'amortissement ne dépasse pas 20 %. Cette interprétation rhéologique de l'amortissement de Rayleigh permet en outre une détermination aisée des deux coefficients utilisés dans la formulation à partir de paramètres de comportement déterminés expérimentalement [25].

Dans le cas des milieux amortissants, la dispersion des ondes est à la fois d'origine physique (du fait de l'amortissement) et d'origine numérique (du fait de la discrétisation). La validation des calculs de propagation d'ondes doit donc tenir compte de ces deux aspects. L'amortissement des ondes peut en outre masquer l'erreur due à la dispersion numérique [12].

## Traitement des réflexions aux bords du modèle

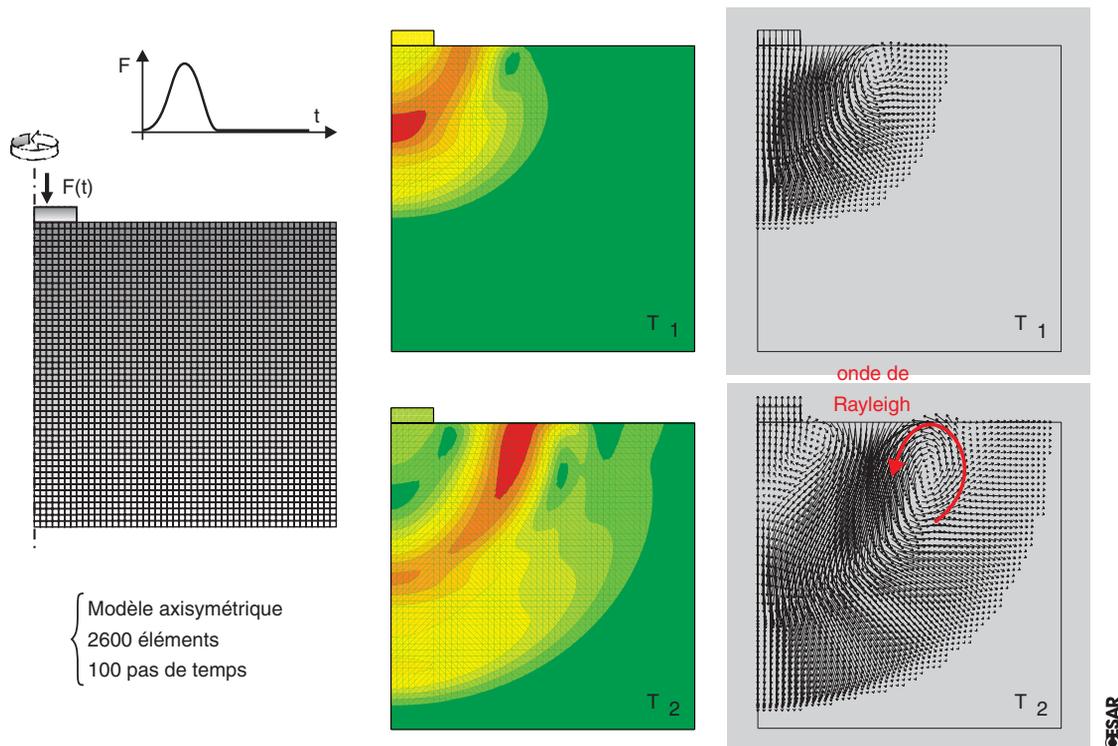
La modélisation de la propagation d'ondes par éléments finis nécessite par ailleurs de tenir compte des conditions aux limites du problème. Dans la réalité, la propagation d'ondes sismiques se produit dans des milieux d'extension pratiquement infinie (par rapport à l'échelle d'analyse du problème) et il est donc nécessaire de tenir compte des conditions de radiation des ondes qui en résultent. Dans un modèle par éléments finis, il faut alors mettre en œuvre des traitements particuliers sur les limites du modèle (frontières absorbantes, éléments infinis) afin de réduire les réflexions d'ondes parasites sur les frontières du domaine discrétisé [24, 26-28].

## EXEMPLE : PROPAGATION D'ONDES DUES À LA VIBRATION D'UNE FONDATION

L'exemple de la figure 4 présente les résultats de la modélisation par éléments finis de la propagation d'ondes dues à la vibration d'une fondation (module DYN1 de CESAR-LCPC [29]). Le modèle par éléments finis est axisymétrique ; il comprend 2 600 éléments quadrilatères et la résolution est faite par intégration directe dans le temps.

Sur la figure 4, les résultats obtenus à deux instants différents sont représentés sous deux formes : diagrammes d'isovaleurs de déplacement (centre) et champ de déplacement sous forme de vecteurs (droite). À l'instant  $T_2$ , les diagrammes d'isovaleurs montrent clairement les ondes de compression, qui se propagent plus rapidement, et les ondes de cisaillement, de célérité plus faible. Sur la figure 4, les résultats en champ de déplacement (droite) indiquent que, dans une zone située près de la surface, le mouvement décrit une ellipse. Ce type de mouvement traduit la présence d'ondes de Rayleigh dont l'amplitude décroît rapidement avec la profondeur [30].

Un exemple de modélisation par éléments finis de la propagation d'ondes tridimensionnelle est proposé dans [31] mais, comme les éléments doivent être petits pour limiter la dispersion numérique, ce type de simulation s'avère extrêmement coûteux en volume de calcul.



□ **Figure 4**

Modélisation par éléments finis de la propagation d'ondes dues à la vibration d'une fondation (modèle (gauche), isovaleurs de déplacement (centre) et champ de déplacement (droite)).

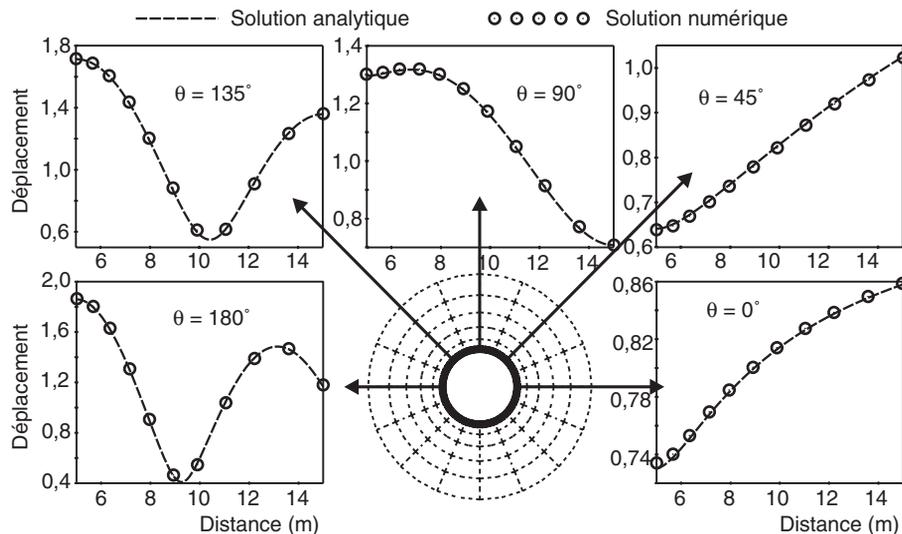
## MODÉLISATION NUMÉRIQUE DE LA PROPAGATION D'ONDES PAR ÉQUATIONS INTÉGRALES DE FRONTIÈRE

Outre la méthode des éléments finis, la méthode des éléments de frontière est particulièrement intéressante pour modéliser les problèmes de propagation d'ondes [13, 32-34]. Cette méthode repose sur la connaissance de solutions élémentaires des équations de l'élastodynamique dans des domaines infinis (solutions connues sous le nom de fonctions de Green). Elle permet de s'affranchir, totalement ou partiellement, des phénomènes de réflexion parasite sur les frontières du domaine discrétisé. En revanche, elle nécessite la mise en œuvre de méthodes de régularisation d'intégrales singulières [13, 35] et est essentiellement adaptée aux milieux à comportement linéaire. Pour les applications pratiques, cette méthode permet par exemple de modéliser de façon plus rigoureuse la propagation d'ondes sismiques dans les sols ou même à l'échelle d'un bassin sédimentaire.

Ces méthodes sont développées dans CESAR-LCPC depuis maintenant plusieurs années et permettent de résoudre des problèmes difficiles à traiter rigoureusement avec la méthode des éléments finis. Plus généralement, la méthode des éléments finis et la méthode des équations intégrales de frontière ont des spécificités très complémentaires. Ainsi, il est possible de les combiner afin de bénéficier de leurs avantages respectifs [14].

### Validation d'après une solution analytique

La diffraction d'une onde plane par une cavité cylindrique peut par exemple être totalement caractérisée de façon analytique. Dans le cas d'une onde SH plane se propageant de gauche à droite, la figure 5 donne, en trait pointillé, le déplacement calculé analytiquement [2] suivant plusieurs directions autour de la cavité. Quant à la résolution numérique du problème (symboles), elle est réalisée par la méthode des éléments de frontière dans le domaine des fréquences à l'aide du module DYNF de CESAR-LCPC [29]. Comme la méthode des éléments de frontière permet de modéliser de façon rigoureuse les milieux d'extension infinie, les résultats analytiques et numériques coïncident parfaitement.



□ **Figure 5**

Diffraction d'une onde plane SH par une cavité cylindrique : comparaison analytique/numérique (les valeurs de déplacement sont rapportées à l'amplitude de l'onde incidente et donc adimensionnelles).

Une telle comparaison serait plus difficilement envisageable avec la méthode des éléments finis car cela nécessiterait la mise en œuvre de techniques particulières comme les frontières absorbantes [24, 27, 28]. La validation dans des cas plus généraux (géométrie complexe, milieux hétérogènes, caractéristiques de la sollicitation, etc.) peut s'avérer extrêmement délicate. Des validations pour des problèmes de propagation d'ondes en milieu hétérogène [7], pour la méthode des éléments finis, ou en trois dimensions [13], pour la méthode des éléments de frontière, sont par exemple disponibles. Une analyse réaliste de propagation d'ondes sismiques est par ailleurs proposée plus loin.

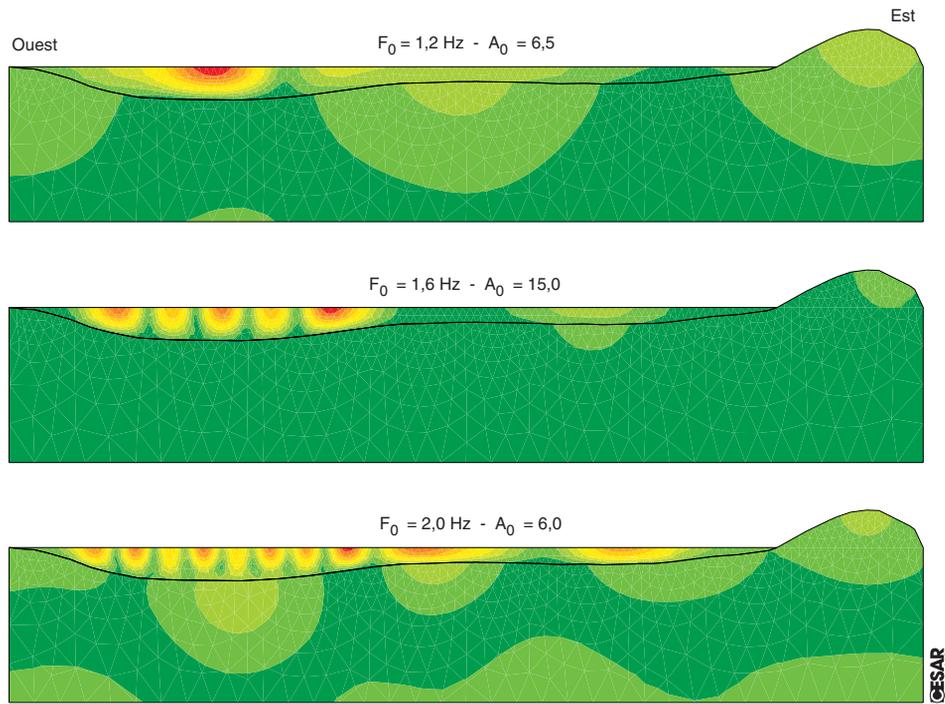
## Propagation d'ondes sismiques dans un bassin sédimentaire 2D

À l'aide de la méthode des éléments de frontière, l'amplification des ondes sismiques (ou « effets de site ») peut être étudiée numériquement en tenant compte de l'extension infinie du milieu de propagation. Pour ce type de problèmes, il est pratiquement indispensable de recourir à de telles méthodes. La pertinence des résultats numériques obtenus pourra alors être analysée à partir d'enregistrements sismiques réalisés *in situ*.

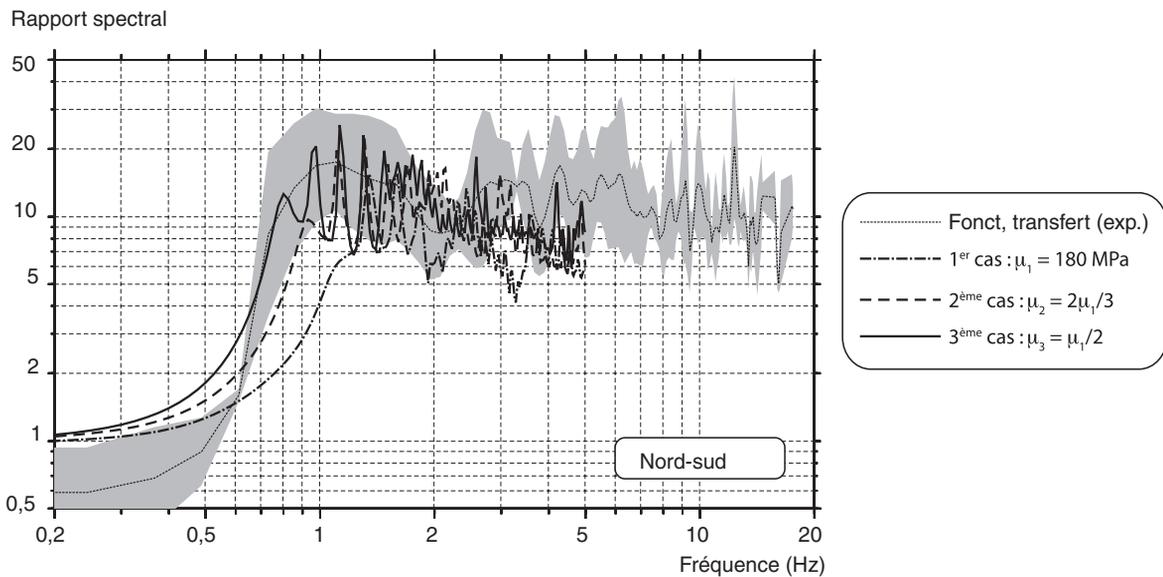
Les effets de sites sismiques conduisent à une amplification locale importante du mouvement sismique [37-44]. Cette amplification du mouvement se produit essentiellement dans des zones de remplissage alluvionnaire dont les caractéristiques (géométrie, propriétés mécaniques) régissent l'ampleur du phénomène [45-53].

Dans le cas de Nice, la figure 6 donne les isovaleurs du facteur d'amplification dans le remplissage et le substratum pour différentes valeurs de fréquence en considérant une onde SH à incidence verticale (mouvements faibles). L'amplification apparaît clairement à la surface du remplissage et elle prend une valeur maximale de 15,0 pour une fréquence de 1,6 Hz. C'est dans la partie la plus épaisse du remplissage que l'amplification est la plus forte. Toutefois, pour la fréquence la plus élevée ( $f = 2,0$  Hz), le facteur d'amplification dans la zone de remplissage la plus mince augmente sensiblement (longueurs d'onde plus faibles à fréquence plus élevée).

Les courbes amplification-fréquence mesurées sur le site de Nice sont présentées sur la figure 7 (fuseau des mesures expérimentales en gris, valeur moyenne en trait fin). Pour un remplissage homogène, les résultats numériques obtenus par la méthode des éléments de frontière à l'aide d'un modèle bidimensionnel [36] correspondent à trois valeurs différentes de module de cisaillement ( $\mu_1$ ,  $\mu_2$  et  $\mu_3$ ) de la couche de surface. La relation amplification-fréquence est bien restituée par les simulations numériques et le niveau d'amplification maximal est bien estimé pour le module de cisaillement le plus faible ( $\mu_3$ ). À partir de ce modèle bidimensionnel, il est même possible, en considérant diffé-



□ **Figure 6**  
Modélisation par éléments de frontière de l'amplification des ondes sismiques dans le centre de Nice : facteur d'amplification  $A_0$  à différentes fréquences  $F_0$  (d'après [36]).



□ **Figure 7**  
Amplification locale des ondes sismiques dans le centre de Nice : comparaison entre mesures et modélisation par éléments de frontière (d'après [36]).

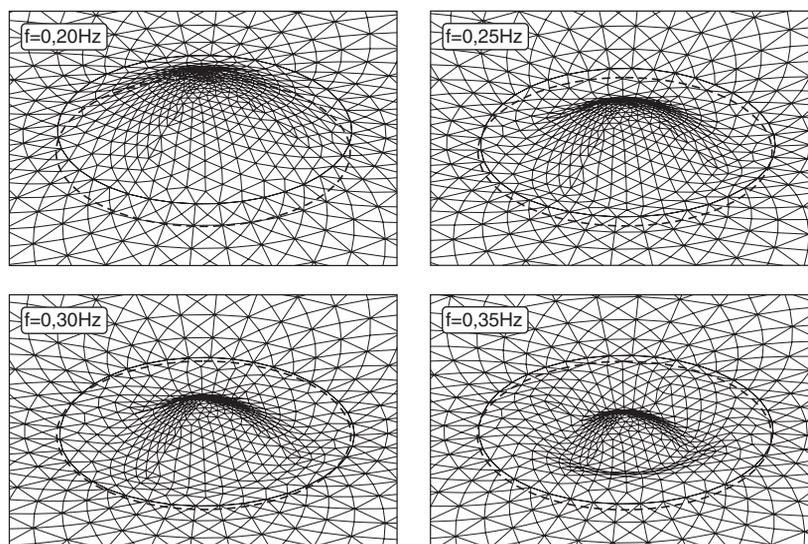
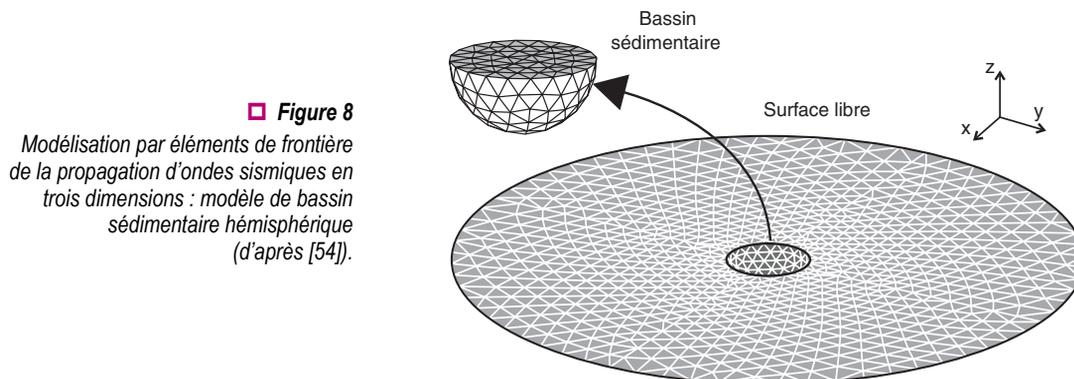
rents types d'onde sismique, d'analyser la propagation des ondes sismiques suivant les trois directions de l'espace : deux mouvements plans et un mouvement antiplan. Les résultats obtenus dans le cas de Nice sont très intéressants de ce point de vue [36].

## Modélisation de la propagation d'ondes tridimensionnelle

À l'aide de la méthode des éléments de frontière, il est également possible de simuler la propagation d'ondes sismiques en trois dimensions [13, 35, 54]. L'exemple de la figure 8 correspond au cas d'un

bassin sédimentaire hémisphérique reposant sur un substratum rocheux plus rigide. Les éléments de frontière sont des éléments surfaciques disposés à l'interface entre les différents milieux tridimensionnels. Dans le cas d'une onde P plane à incidence verticale, les résultats obtenus à différentes fréquences sont représentés sur la figure 9.

On constate que l'amplitude des ondes sismiques est plus grande à l'intérieur du bassin sédimentaire. Cela est dû au contraste de caractéristiques mécaniques entre le bassin et le substratum rocheux, qui conduit à une amplification des ondes à la surface du bassin. De plus, la géométrie du bassin influence également l'amplitude des ondes en surface puisqu'elle peut occasionner une focalisation des ondes dans le bassin [37, 55, 56].



**Figure 9**  
Modélisation par éléments de frontière de la propagation d'ondes sismiques en trois dimensions : déformée du bassin sédimentaire à différentes fréquences (voir validation de ce résultat dans [54]).

## INTERACTION SOL-STRUCTURE

Au-delà de la propagation d'ondes sismiques dans les formations sédimentaires, l'interaction dynamique sol-structure est également abordée. Les problèmes d'interaction sol-structure se rencontrent en calcul des structures aux séismes et dans tous les problèmes de transmission des vibrations par les sols. La prise en compte de l'interaction sol-structure est très importante pour calculer la réponse des structures aux séismes [31, 33, 57-59]. Cette dernière est en effet fortement influencée par le couplage mécanique entre la structure et le sol qui la supporte. Lorsque la structure vibre sous l'effet du séisme, le mouvement à sa base dépend des caractéristiques du sol support : modification de la raideur au niveau de la fondation, d'une part, et rayonnement d'éner-

gie dans le sol, d'autre part. Par ailleurs, la structure émet des ondes qui peuvent ainsi perturber le mouvement qu'aurait le sol en champ libre (c'est-à-dire sans la structure). Dans la gamme de fréquence des séismes, cette perturbation peut être négligée pour les structures légères, mais pas pour les structures massives.

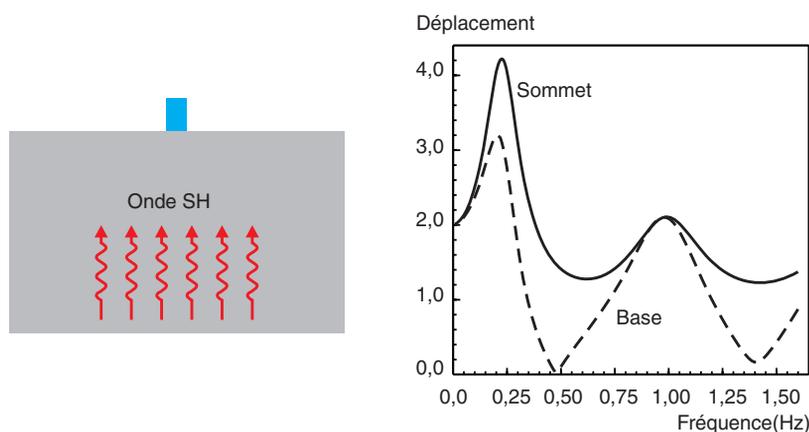
Pour calculer la réponse des structures massives aux séismes, il faut donc modéliser l'ensemble sol-structure. Le sol étant semi-infini, la méthode des éléments finis n'est pas réellement adaptée à ce type de calcul. Certaines méthodes permettent d'atténuer les ondes sur les frontières du maillage, de manière à rendre compte de l'amortissement géométrique, mais on connaît très rarement (sauf pour des géométries très particulières) l'impact exact de ces méthodes sur l'erreur commise. Il est souvent préférable d'avoir recours à la méthode des équations intégrales de frontière (module DYNF de CESAR-LCPC).

## Réponse sismique de bâtiments

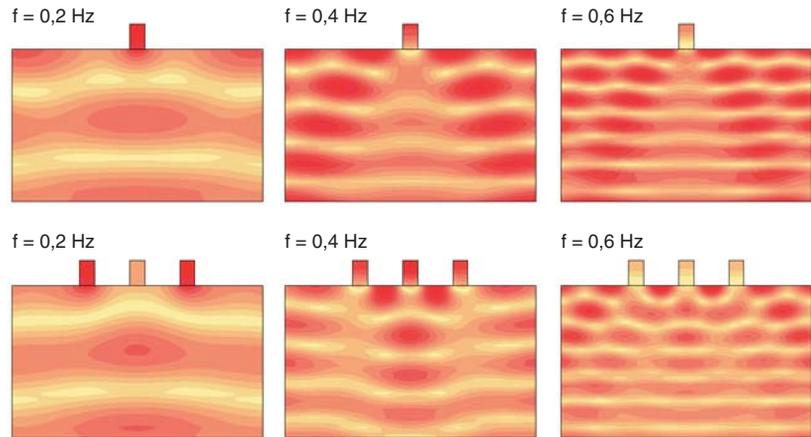
Le premier exemple proposé pour illustrer la problématique de l'interaction sol-structure est représenté sur la figure 10. Un bâtiment de 50 m de hauteur et de 30 m de largeur repose sur la surface du sol. Le sol et le bâtiment sont soumis à une onde harmonique incidente SH (c'est-à-dire polarisée dans la direction perpendiculaire au plan de la figure). Le bâtiment et le sol sont supposés élastiques, homogènes et isotropes. La figure 10 représente le déplacement de la base et du sommet du bâtiment calculés en fonction de la fréquence pour une onde SH d'incidence verticale et d'amplitude unité. Pour les très basses fréquences (grandes longueurs d'ondes), les ondes ne perçoivent pas la présence du bâtiment et on obtient ainsi l'amplitude du champ libre (somme de l'onde incidente et de l'onde réfléchie) soit 2. On remarque des fréquences caractéristiques pour lesquelles le déplacement de la base s'annule. Elles correspondent aux fréquences de résonance du bâtiment avec sa base encastree. À ces fréquences, le déplacement de la base ne peut qu'être nul car s'il ne l'était pas, l'énergie absorbée dans le bâtiment serait infinie, ce qui est absurde. Ce résultat est caractéristique du phénomène de l'interaction sol-structure et il est fondamental de le prendre en compte au voisinage de ces fréquences de résonance si l'on veut obtenir des résultats pertinents.

La prise en compte de l'interaction sol-structure permet d'estimer avec justesse les fréquences pour lesquelles le mouvement du bâtiment est maximum. La figure 10 montre que ces fréquences ne sont pas les fréquences de résonance du bâtiment reposant sur le sol, l'amplitude maximale du sommet étant obtenue pour 0,25 Hz. En modifiant les caractéristiques mécaniques du sol, les résultats seraient différents, ce qui montre qu'il y a bien interaction entre le sol et la structure.

La figure 11 (en haut) montre les zones d'iso-déplacement dans le sol et permet d'apprécier qualitativement les zones de renforcement du mouvement par interférence. Du fait de l'interaction sol-structure, on obtient ainsi des zones de forte ou de faible amplitude à la fois dans le sol et dans la structure. Sur la même figure (en bas), le cas de trois bâtiments distants de 100 m est aussi traité. On peut ainsi visualiser les bâtiments les plus sollicités en fonction de la fréquence et les interactions mutuelles entre bâtiments via le sol. Des résultats détaillés en dimensions 2 et 3 sont proposés dans les références [31, 33, 55, 57, 58, 60, 61].



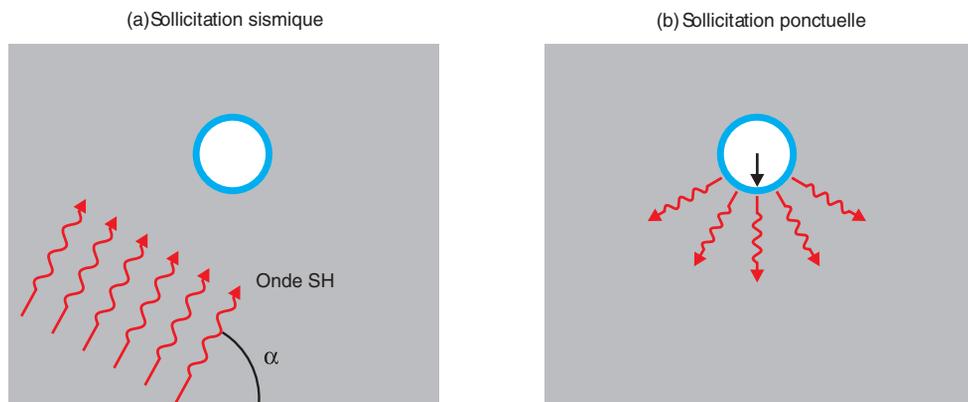
□ **Figure 10**  
Modèle d'interaction sol-structure considéré (gauche) ; déplacements adimensionnels à la base et au sommet de la structure en fonction de la fréquence (droite).



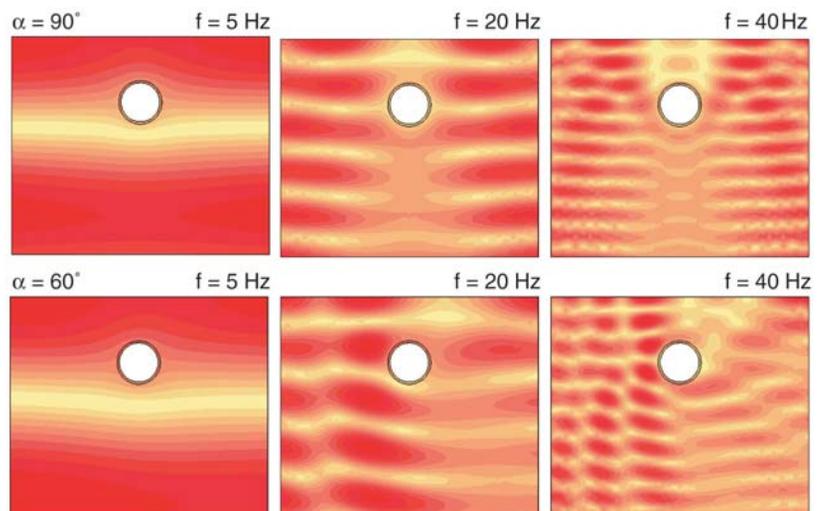
□ **Figure 11**  
Mouvement du sol  
et des structures  
à différentes fréquences.

## Vibrations d'un tunnel ferroviaire

Le deuxième exemple concerne un tunnel ferroviaire de 10 m de diamètre sous une couverture de 10 m (Fig. 12). Le revêtement en béton a une épaisseur de 50 cm. Le tunnel est tout d'abord soumis à une sollicitation sismique en onde SH (Fig. 12, gauche). La figure 13 montre les zones d'iso-déplacement



□ **Figure 12**  
Tunnel soumis à une onde sismique SH (a) ou à une excitation ponctuelle (b).



□ **Figure 13**  
Zones d'iso-déplacement  
pour une onde SH  
d'incidence verticale et inclinée.

pour une incidence verticale et une incidence de 60 degrés par rapport à l'horizontale et pour trois fréquences différentes. Les figures d'interférence, dues à la diffraction de l'onde par le tunnel, permettent de localiser les mouvements les plus forts du sol et notamment ceux de la surface. Par ailleurs, des zones de faible amplitude (zones d'ombre) peuvent être remarquées en aval du tunnel (par rapport à la direction de propagation). Les interactions entre l'onde sismique et le tunnel dépendent des dimensions du tunnel, de sa profondeur, de la longueur d'onde de la sollicitation, etc. Une analyse détaillée de l'influence de ces différents paramètres a été proposée à l'aide de méthodes numériques [55, 62, 63] ou d'une approche analytique [64].

Le tunnel est soumis aussi à une sollicitation vibratoire due par exemple au passage d'un train (cf. Fig. 12, droite). La figure 14 montre les zones d'iso-déplacement obtenues. Par ailleurs, les valeurs de contrainte en paroi sont également influencées par les caractéristiques du problème [55, 64]. Ce type de calcul a fait l'objet d'une comparaison avec les résultats d'une expérience de vibration en vraie grandeur sur un tunnel de la ligne Paris-Strasbourg [14]. Les mouvements du sol ont été enregistrés à la surface et à la verticale du tunnel. La figure 15 montre les résultats de la comparaison calcul-expérience. Le modèle 2 se distingue du modèle 1 par la prise en compte de l'hétérogénéité du sol grâce à une modélisation couplant la méthode des éléments finis et celle des équations intégrales de frontière. Les calculs bidimensionnels ont été corrigés par un facteur théorique tenant compte de la géométrie hors plan du tunnel, ce qui permet d'inclure de façon approchée l'effet tridimensionnel. Ces résultats sont dans l'ensemble assez satisfaisants puisque les amplitudes obtenues sont assez comparables. On doit tout de même observer un décalage en fréquence, au voisinage de 5 Hz, entre les courbes calculées et les résultats expérimentaux.

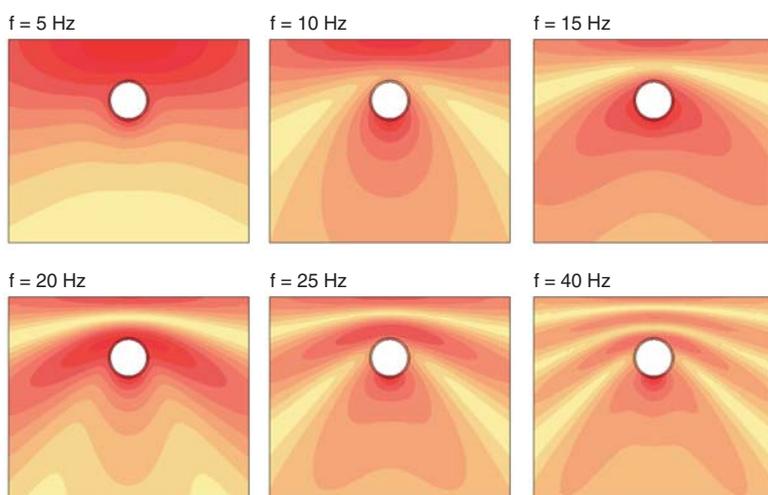


Figure 14  
Zones d'iso-déplacement pour une excitation ponctuelle.

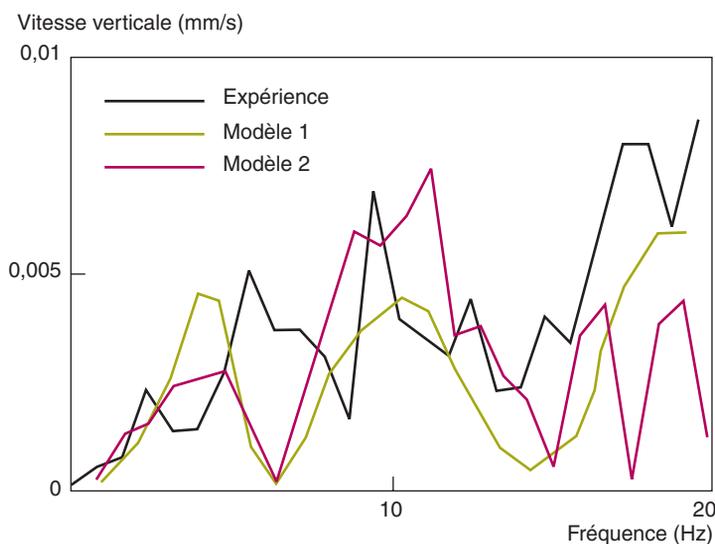


Figure 15  
Comparaison entre le calcul et l'expérience sur un tunnel réel.

## CONCLUSION

La modélisation numérique par éléments finis des problèmes de propagation d'ondes peut s'avérer assez délicate. Il est en effet nécessaire de contrôler des aspects particuliers des phénomènes de propagation : dispersion, diffraction, amortissement, etc. Dans le cas linéaire, la validation des résultats peut être réalisée à l'aide de résultats analytiques ou expérimentaux. Pour les comportements complexes, les résultats analytiques de propagation d'ondes sont peu nombreux et les expérimentations de ce type sont particulièrement délicates. Dans le cas linéaire, la modélisation numérique par éléments finis des problèmes de propagation d'ondes doit tenir compte des principales sources d'erreur numérique : dispersion numérique, amortissement numérique et réflexions d'ondes parasites. La dispersion numérique, qui traduit l'erreur numérique sur la vitesse de propagation des ondes, est influencée par de nombreux facteurs : taille des éléments, degré d'interpolation, schéma d'intégration dans le temps, incidence, etc.

Une autre spécificité importante des modèles éléments finis de propagation d'ondes concerne les réflexions parasites des ondes sur les frontières du domaine discrétisé. Certaines méthodes numériques (frontières absorbantes, éléments infinis) permettent de s'affranchir de ce problème, mais cela rend délicate la validation des résultats numériques dans les cas les plus complexes. La modélisation de l'amortissement est particulièrement importante pour les problèmes de propagation. Il est toutefois nécessaire de disposer de modèles simples à interpréter et à relier aux valeurs des paramètres déterminées expérimentalement.

Les principaux avantages de la méthode des éléments finis sont de permettre la modélisation de la propagation dans des milieux à géométrie et à comportement complexes, et présentant de fortes hétérogénéités. En revanche, il est nécessaire de discrétiser finement le modèle afin de limiter l'erreur numérique (dispersion numérique). Cela conduit à des volumes de calcul très importants notamment en trois dimensions.

La méthode des éléments de frontière est très efficace pour modéliser les problèmes de propagation d'ondes en domaine non borné. En revanche, elle n'est pas adaptée à la modélisation de milieux très hétérogènes ou à comportement complexe. La validation de calculs réalisés avec cette méthode peut s'appuyer sur des solutions analytiques de propagation en milieu infini assez facilement accessibles. Elle constitue une bonne méthode d'analyse des phénomènes sismiques tels que les effets de site ou l'interaction sol-structure.

Les exemples présentés (fondation, amplification des ondes sismiques, interaction sol-structure) montrent la variété des problèmes de propagation d'ondes qu'il est possible de modéliser numériquement. Comme ces méthodes présentent des avantages et inconvénients différents, il peut être nécessaire de les coupler afin d'adapter le choix de la méthode aux diverses composantes du problème (champ proche, champ lointain, type de comportement, hétérogénéités, gamme de fréquence, etc.).

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] BOURBIÉ T., COUSSY O., ZINSNER B., *Acoustique des milieux poreux*, Technip-IFP, 1986.
- [2] ERINGEN A.C., SUHUBI E.S., *Elastodynamics*, Academic press, 1975.
- [3] CHAZELAS J.-L., GUÉGUEN P., BARD P.-Y., SEMBLAT J.-F., Modélisation de l'effet site-ville en modèle réduit centrifugé. Validation des techniques expérimentales, 6<sup>e</sup> Colloque national de génie parasismique, École Polytechnique, Palaiseau, 2003, pp. 245-252.
- [4] LUONG M.P., Mesure des propriétés dynamiques des sols, *Revue française de géotechnique*, 37, 1986, pp. 17-28.
- [5] SEMBLAT J.-F., LUONG M.P., Wave propagation through soils in centrifuge experiments, *Journal of Earthquake Engineering*, vol. 2, 1, 1998, pp. 147-171.
- [6] BUI H.D., *Introduction aux problèmes inverses en mécanique des matériaux*, Eyrolles, Paris, 1993.
- [7] CHAMMAS R., ABRAHAM O., CÔTE P., PEDERSEN H., SEMBLAT J.-F., Characterization of heterogeneous soils using surface waves : homogenization and numerical modeling, *International Journal of Geomechanics (ASCE)*, vol. 3, 1, 2003, pp. 55-63.
- [8] MOCZO P., BARD P.-Y., Wave diffraction, amplification and differential motion near strong lateral discontinuities, *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 83, 1993, pp. 85-106.

- [9] MOCZO P., KRISTEK J., VAVRYCUK V., ARCHULETA R.J., HALADA L., 3D heterogeneous staggered-grid finite-difference modeling of seismic motion with volume harmonic and arithmetic averaging of elastic moduli and densities, *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 92, 8, 2002, pp. 3042-3066.
- [10] VIRIEUX J., P-SV Wave propagation in heterogeneous media : velocity-stress finite-difference Method, *Geophysics*, vol. 51, 1986, pp. 889-901.
- [11] JOLY P., *Les ondes de Rayleigh numériques*, Rapport de Recherche INRIA, 107, 1982.
- [12] SEMBLAT J.-F., Amortissement et dispersion des ondes : points de vue physique et numérique, *Revue française de génie civil*, 2 (1), 1998, pp. 91-111.
- [13] BONNET M., *Boundary integral equation methods for solids and fluids*, Wiley, Chichester, UK, 1999.
- [14] DANGLA P., *Couplage éléments finis-équations intégrales en élastodynamique et interaction sol-structure*, Thèse de doctorat de l'ENPC, 1989.
- [15] FACCIOLI E., MAGGIO F., PAOLUCCI R., QUARTERONI A., 2D and 3D elastic wave propagation by a pseudo-spectral domain decomposition method, *Journal of Seismology*, 1, 1997, pp. 237-251.
- [16] KOMATITSCH D., VILOTTE J.P., VAI R., CASTILLO-COVARRUBIAS J.M., SANCHEZ-SESMA F.J., The spectral element method for elastic wave equations - Application to 2D and 3D seismic problems, *Int. Journal for Numerical Methods in Eng.*, 45, 1999, pp. 1139-1164.
- [17] AKI K., RICHARDS P.G., *Quantitative seismology*, Freeman éd., San Francisco, 1980.
- [18] HUGHES T.J.R., *Linear static and dynamic finite element analysis*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N-J, 1987.
- [19] BAMBERGER A., CHAVENT G., LAILLY P., *Étude de schémas numériques pour les équations de l'élastodynamique linéaire*, Rapport de Recherche INRIA, 41, 1980.
- [20] IHLENBURG F., BABUŠKA I., Dispersion analysis and error estimation of Galerkin finite element methods for the Helmholtz equation, *Int. J. for Num. Meth. in Eng.*, 38, 1995, pp. 3745-3774.
- [21] SEMBLAT J.-F., BRIOIST J.J., Efficiency of higher order finite elements for the analysis of seismic wave propagation, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 231, 2, 2000, pp. 460-467.
- [22] COHEN G., *Éléments finis d'ordre élevé avec condensation de masse pour l'équation des ondes en dimension 1*, Rapport de Recherche INRIA, 2323, 1994.
- [23] IMBERT J.-F., *Analyse des structures par éléments finis*, Cépadués, Toulouse, 1979.
- [24] BISCH PH., LANGELOIRE A., PRAT M., SEMBLAT J.-F., *Ouvrages en interaction (emploi des éléments finis en génie civil)*, Chap. 7 : Modélisation des ouvrages en zone sismique – propagation d'ondes, pp. 467-562, Hermès, Paris, 1999.
- [25] SEMBLAT J.-F., Rheological interpretation of Rayleigh damping, *Journal of Sound and Vibration*, 206 (5), 1997, pp. 741-744.
- [26] CHADWICK E., BETTESS P., LAGHROUCHE O., Diffraction of short waves modelled using new mapped wave envelope finite and infinite elements, *Int. J. for Num. Meth. in Eng.*, 45, 1999, pp. 335-354.
- [27] COLLINO F., *Conditions aux limites absorbantes d'ordre élevé pour l'équation des ondes 3D*, Rapport de Recherche INRIA, 2932, 1996.
- [28] MODARESSI H., BENZENATI I., An absorbing boundary element for dynamic analysis of two-phase media, *10th World Conf. on Earthquake Engineering*, Madrid, 1992, pp. 1157-1163.
- [29] HUMBERT P., FEZANS G., DUBOUCHET A., REMAUD D., CESAR-LCPC, un progiciel de calcul dédié au génie civil, *Bulletin des laboratoires des Ponts et Chaussées*, 256-257, 2005.
- [30] PECKER A., *Dynamique des sols*, Presses de ENPC, 1984.
- [31] GUÉGUEN P., BARD P.-Y., SEMBLAT J.-F., L'interaction site-ville : un nouvel aspect de l'aléa sismique, *Bulletin des laboratoires des Ponts et Chaussées*, 236, 2002, pp. 17-36.
- [32] BONNET M., *Équations intégrales et éléments de frontière*, CNRS Editions/Editions Eyrolles, Collection Sciences et techniques de l'ingénieur, 1995.
- [33] CLOUTEAU D., AUBRY D., Modifications of the ground motion in dense urban areas, *Journal of Computational Acoustics*, 9, 2001, pp. 1659-1675.
- [34] DANGLA P., A plane strain soil-structure interaction model, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 16, 1988, pp. 1115-1128.
- [35] XIAO H.H., DANGLA P., SEMBLAT J.-F., KHAM M., Modelling seismic wave propagation in the frequency domain with analytically regularized boundary integral equations, *5th European Conf. on Numerical Methods in Geotechnical Eng.*, Paris, 4-6 septembre 2002.
- [36] SEMBLAT J.-F., DUVAL A.-M., DANGLA P., Numerical analysis of seismic wave amplification in Nice and comparisons with experiments, *Soil Dynamics and Earthquake Eng.*, vol. 19, 5, 2000, pp. 347-362.
- [37] BARD P.-Y., BOUCHON M., The two dimensional resonance of sediment filled valleys, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 75, 1985, pp. 519-541.
- [38] BARD P.-Y., RIEPL-THOMAS J., Wave propagation in complex geological structures and their effects on strong ground motion, *Wave motion in earthquake engineering*, Kausel & Manolis eds, WIT Press, Southampton, Boston, pp. 37-95, 2000.

- [39] BIELAK J., XU J., GHATTAS O., Earthquake ground motion and structural response in alluvial valleys, *J. of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, **125**, 1999, pp. 413-423.
- [40] BOUCHON M., Effects of topography on surface motion, *Bull. Seismological Society of America*, **63**, 1973, pp. 615-622.
- [41] CHÁVEZ-GARCÍA F.J., Stephenson W.R., Rodríguez M., Lateral propagation effects observed at Parkway, New Zealand. A case history to compare 1D vs 2D effects, *Bull. Seismological Society of America*, **89**, 1999, pp. 718-732.
- [42] CHÁVEZ-GARCÍA F.J., RAPTAKIS D.G., MAKRA K., PITILAKIS K.D., Site effects at Euroseistest-II. Results from 2D numerical modelling and comparison with observations, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **19(1)**, 2000, pp. 23-39.
- [43] MOEEN-VAZIRI N., TRIFUNAC M.D., Scattering and diffraction of plane SH-waves by two-dimensional inhomogeneities, *Soil Dynamics and Earthquake Eng.*, **7 (4)**, 1988, pp. 179-200.
- [44] PITILAKIS K.D., RAPTAKIS D.G., MAKRA K.A., Site effects : recent considerations and design provisions, *2nd Int. Conf. on Earthquake Geotechnical Engineering*, Lisbon, Balkema ed, 1999, pp. 901-912.
- [45] DOBRY R., OWEIS I., URZUA A., Simplified procedures for estimating the fundamental period of a soil profile, *Bulletin of the Seismological Society of America*, **66**, 1976, pp. 1293-1321.
- [46] DUVAL A.-M., MÉNEROUD J.-P., VIDAL S. AND BARD P.-Y., Relation between curves obtained from microtremor and site effects observed after Caracas 1967 earthquake, *11th European Conf. on Earthquake Engineering*, Paris, France, 1998.
- [47] MAKRA K., RAPTAKIS D., CHAVEZ-GARCIA F.J., PITILAKIS K., How important is the detailed knowledge of a 2D soil structure for site response evaluation ? *12th European Conf. on Earthquake Eng.*, London, UK, septembre 2002.
- [48] PAOLUCCI R., Shear resonance frequencies of alluvial valleys by Rayleigh's method, *Earthquake Spectra*, **15**, 1999, pp. 503-521.
- [49] SÁNCHEZ-SESMA F.J., Diffraction of elastic waves by three-dimensional surface irregularities, *Bull. Seismological Society of America*, **73(6)**, 1983, pp. 1621-1636.
- [50] SÁNCHEZ-SESMA F.J., VAI R., DRETTA E., PALENCIA V.J., Fundamentals of elastic wave propagation for site amplification studies, *Wave Motion in Earthquake Engineering*, E. Kausel, G. Manolis (Editors), WIT Press, Southampton, UK, 2000, pp. 1-36.
- [51] SEMBLAT J.-F., PAOLUCCI R., DUVAL A.-M., Simplified vibratory characterization of alluvial basins, *Comptes-Rendus Geosciences*, vol. 335, **4**, 2003, pp. 365-370.
- [52] SEMBLAT J.-F., DUVAL A.-M., DANGLA P., Modal superposition method for the analysis of seismic wave amplification, *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 93, **3**, 2003, pp. 1144-1153.
- [53] SEMBLAT J.-F., KHAM M., PARARA E., BARD P.-Y., PITILAKIS K., MAKRA K., RAPTAKIS D., Seismic wave amplification : Basin geometry vs soil layering, *Soil Dynamics and Earthquake Eng.*, vol. 25, **2005**, pp. 529-538.
- [54] DANGLA P., SEMBLAT J.-F., XIAO H.H., DELÉPINE N., A simple and efficient regularization method for 3D BEM : application to frequency-domain elastodynamics, *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 95, **5**, 2005, pp. 1916-1927.
- [55] KHAM M., *Propagation d'ondes sismiques dans les bassins sédimentaires : des effets de site à l'interaction site-ville*, Thèse de doctorat de l'ENPC, 2004.
- [56] LOKMANE N., BONNET G., SEMBLAT J.-F., DRIAD-LEBEAU L., Sollicitations sismiques dues aux exploitations minières : amplification des ondes et vibrations des structures de surface, *Journées nationales de géotechnique et de géologie*, Lille, 2004.
- [57] GUÉGUEN P., BARD P.-Y., CHAZELAS J.-L., SEMBLAT J.-F., Séismes dans la ville, *Pour la science*, **310**, 2003, pp. 56-61.
- [58] TSOGKA C., WIRGIN A., Seismic response of a set of blocks partially embedded in soft soil, *Comptes-rendus Mécanique*, **331 (3)**, 2003, pp. 217-224.
- [59] Wolf J.P., *Foundation vibration analysis using simple physical models*, Prentice-Hall, NJ, 1994.
- [60] LOMBAERT G., CLOUTEAU D., ISHIZAWA O., MEZHER N., The city-site effect : a fuzzy substructure approach and numerical simulations, *11th Int. Conf. on Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, University of California at Berkeley, January 7-9, 2004, pp. 68-75.
- [61] SEMBLAT J.-F., KHAM M., BARD P.-Y., Could Site-City Interaction modify site effects in urban areas ? *13th World Conf. on Earthquake Engineering*, Vancouver, 2004.
- [62] LUCO J.E., DE BARROS F.C.P., Dynamic displacements and stresses in the vicinity of a cylindrical cavity embedded in a half-space, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 23, 1994, pp. 321-340.
- [63] SEMBLAT J.-F., KHAM M., KUROSE A., XIAO H.H., DANGLA P., Wave/cavity interaction : analytical and BEM approaches, *12th European Conf. on Earthquake Engineering*, London, 9-13 septembre 2002.
- [64] KUROSE A., *Effets de séismes sur les ouvrages souterrains*, Thèse de doctorat de l'École polytechnique, 2000.