

Exemples d'utilisation d'un modèle élastoplastique avec élasticité non linéaire pour la modélisation d'ouvrages géotechniques

Emmanuel BOURGEOIS
Sophie COQUILLAY
Philippe MESTAT

Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Institut Navier

RÉSUMÉ

L'utilisation des éléments finis pour la justification des ouvrages a montré que les modèles classiques (élasticité linéaire combinée avec une loi d'écoulement plastique avec ou sans écrouissage) sont adaptés aux vérifications de résistance vis-à-vis de la rupture, mais donnent des estimations peu réalistes des déplacements autour des ouvrages. Une solution consiste à adopter des modèles dont la partie élastique n'est pas linéaire. Des développements ont conduit à implanter dans CESAR-LCPC (version recherche) : d'une part, un modèle de comportement combinant une élasticité linéaire avec un critère de Mohr-Coulomb, mais avec des caractéristiques élastiques et plastiques variables avec la profondeur ; et, d'autre part, un modèle élastique-parfaitement plastique avec une élasticité non linéaire. Quelques exemples de mise en œuvre du deuxième modèle de comportement sont présentés ici.

DOMAINE : Sciences de l'ingénieur.

ABSTRACT

APPLICATION EXAMPLES OF AN ELASTOPLASTIC MODEL WITH NON-LINEAR ELASTICITY FOR MODELING GEOTECHNICAL STRUCTURES

The use of finite elements for the design of geotechnical structures has demonstrated that conventional models (linear elasticity combined with a plastic flow law either with or without strain hardening) are well-adapted to strength verification with respect to failure, yet yield somewhat unrealistic estimations of displacements around the structures. One solution consists of applying models whose elastic part is not linear. Recent developments have led to introducing into the CESAR-LCPC code (the "research" version) both: a constitutive law associating a Mohr-Coulomb criterion and a linear elastic law, with elastic and plastic characteristics that vary depending on depth; and an elastic-perfectly plastic model with non-linear elasticity. A few examples of simulations using the second constitutive law will be presented herein.

FIELD: Engineering sciences.

INTRODUCTION

Une évolution importante de la pratique du génie civil et de la géotechnique est le développement du calcul des déplacements induits par la construction des ouvrages : les règlements de calcul des ouvrages tendent à rendre obligatoire la vérification que ces déplacements restent dans des limites acceptables, de manière à limiter leurs impacts sur les structures environnantes, notamment dans un contexte urbain. Cette problématique constitue un enjeu fort pour les ouvrages souterrains : l'évaluation des tassements provoqués par le creusement d'un tunnel à faible profondeur, et des dommages qui peuvent en résulter fait l'objet d'une abondante littérature. En dehors du contexte des ouvrages souterrains, certains exploitants imposent de vérifier que les travaux prévus à proximité d'un ouvrage qu'ils exploitent ne va pas perturber son utilisation.

Les méthodes de calcul qui permettent d'évaluer les déplacements, non seulement de l'ouvrage étudié, mais aussi du terrain et des structures situées à proximité, ne sont pas nombreuses : c'est l'un des atouts de la méthode des éléments finis, qui permet *a priori* de traiter des configurations à peu près quelconques (sur le plan de la géométrie et du phasage de construction) et de calculer les déplacements de l'ensemble du domaine pris en compte dans la discrétisation.

Néanmoins, dans les conditions où elle est utilisée le plus fréquemment, la méthode reste insuffisante pour deux types de problèmes particuliers : le creusement des tunnels peu profonds et l'excavation d'une fouille soutenue par un écran. Dans les deux cas, l'opération réalisée se traduit par l'application au système matériel étudié d'une force verticale dirigée vers le haut, égale au poids du terrain

excavé. Cette force vers le haut se traduit par un déplacement vertical vers le haut, généralement très surestimé dans les calculs par éléments finis : on obtient un soulèvement de la surface du terrain dans le cas d'un tunnel, et un mouvement de l'écran de soutènement vers le terrain et non pas vers la fouille dans le cas d'un soutènement. Ces mouvements calculés sont en contradiction avec les cinématiques observées généralement, qui correspondent à un mouvement de tassement de la surface du sol au-dessus d'un tunnel, et un mouvement de l'écran de soutènement vers la fouille.

L'origine physique du mouvement prévu par le calcul est claire : il s'agit d'un déchargement, c'est-à-dire l'application d'une force vers le haut. En revanche, la réponse du sol à ce déchargement peut être mal reproduite par le calcul par éléments finis. La cause de ce problème est que l'on ne tient pas compte, lorsque l'on utilise les lois de comportement habituelles, du fait que le module du sol en déchargement est différent, en général nettement plus fort, que son module en chargement. Pour surmonter cette difficulté, on peut envisager d'adapter les paramètres de sol en fonction des zones que l'on présume en chargement ou en déchargement, mais cette approche n'est pas forcément facile à mettre en œuvre de manière systématique. Une autre possibilité à laquelle il est naturel de penser consiste à améliorer les lois de comportement utilisées dans les calculs pour améliorer les résultats qu'ils fournissent.

Contrairement à d'autres méthodes de calcul plus ou moins empiriques, la méthode des éléments finis nécessite de disposer d'une représentation explicite du comportement local du sol, c'est-à-dire de relations entre un incrément de déformations et l'incrément de contraintes qui le provoque. Une difficulté importante est que ce type de représentation est tridimensionnel : s'il est facile de distinguer un chargement d'un déchargement dans un cas unidimensionnel, la formulation tridimensionnelle d'un « critère » permettant de distinguer les situations de chargement et de déchargement constitue un problème délicat. Dans un premier temps, des modèles de comportement pour lesquels cette difficulté ne se pose pas ont été privilégiés.

La façon la plus simple d'aborder la question des soulèvements excessifs ou intempestifs dans les problèmes d'excavation consiste à faire varier les modules avec la profondeur, de telle sorte que les couches plus profondes soit plus raides. On introduit donc une hétérogénéité de comportement, en espérant qu'elle permette de corriger la réponse calculée, mais sur le plan mathématique le problème posé reste linéaire, au moins tant que le sol reste dans le domaine élastique. Cette approche a l'avantage de mettre en jeu des modules qui restent constants en un point donné au cours du calcul (mais dépendent du point considéré). Avec ce type de modèle, on peut obtenir une réponse globale à l'excavation plus satisfaisante qu'avec des modules identiques en tout point et constants. Il faut noter cependant que, tant que les déformations restent élastiques, il n'y a pas de distinction entre les modules en chargement et en déchargement.

L'autre approche consiste à tenir compte du fait, bien connu et mis en évidence expérimentalement, que les modules dépendent de l'histoire de chargement subie par un volume de sol. En particulier, on peut supposer que les modules élastiques dépendent de la valeur actuelle des contraintes : il est en général admis que le module de compression augmente avec la contrainte moyenne, tandis que le module de cisaillement a tendance à décroître au cours d'un essai de cisaillement.

On pourrait aussi utiliser une formulation dans laquelle les modules élastiques dépendent des déformations de l'échantillon, mais ce type de modèle conduit, pour le même état de contraintes, à des modules différents selon la configuration de référence par rapport à laquelle on calcule les déformations : il est utilisable pour un échantillon soumis à des sollicitations simples, mais s'avère difficile à mettre en œuvre pour le calcul d'un ouvrage réel. Dans la suite, on privilégie les modèles dans lesquels les modules élastiques dépendent seulement de l'état de contraintes actuel : on pourrait remettre en question ce choix sans modifier profondément la programmation dans CESAR-LCPC. On se trouve alors confronté à un problème non linéaire, même si les déformations restent élastiques. De plus, ce type de modèle peut donner des réponses élastiques différentes en chargement et en déchargement, même si à chaque instant le module tangent reste le même en chargement et en déchargement.

PRÉSENTATION DES MODÈLES RETENUS

Caractéristiques variables avec la profondeur

La première approche est très simple : elle consiste à gérer un comportement hétérogène d'un point à l'autre du maillage, mais associé à des modules et des caractéristiques de résistance fixés une fois pour toutes en fonction des coordonnées du point considéré. En pratique, on a choisi de

caractériser la résistance par le critère de Mohr-Coulomb, et de prendre en compte une variation linéaire du module d'Young, du coefficient de Poisson et des paramètres de résistance c et φ (cohésion et angle de frottement) en fonction de la coordonnée verticale (dans le cas non associé, on peut également faire varier l'angle de dilatance). On rappelle que, tant que l'on reste dans le domaine élastique, le problème reste linéaire : la seule particularité à gérer est donc le fait que les modules sont différents d'un point à l'autre du maillage, et donc d'un point d'intégration à l'autre du même élément.

Cette approche très simple a le mérite de laisser à l'utilisateur le contrôle des paramètres mécaniques du terrain, contrairement à ce qui se produit lorsque les modules sont susceptibles de varier en fonction de l'état de contraintes actuel. Elle présente l'inconvénient de ne pas tenir compte du fait que deux points situés à la même profondeur ne subissent pas nécessairement le même chemin de contraintes, et la variation correspondante des modules élastiques n'est donc pas prise en compte.

Modules variables avec l'état de contraintes : le modèle de Fahey et Carter

L'approche précédente ne tient pas compte du fait que les modules élastiques des géomatériaux varient en fonction du chargement qu'ils ont subi. Une façon simple de prendre en compte cette observation consiste à utiliser des modèles de comportement élastiques non linéaires parfaitement plastiques. De manière plus précise, on cherche un modèle qui permette de rendre compte d'une augmentation de la raideur lorsque la contrainte moyenne augmente, et d'une diminution du module de cisaillement au cours d'une expérience de cisaillement à l'appareil triaxial, par exemple. Par ailleurs, des considérations liées à l'implantation pratique du modèle conduisent à privilégier les modèles de comportement qui peuvent se formuler dans un cadre tridimensionnel sans faire d'hypothèse sur l'orientation des directions principales du tenseur des contraintes. En effet, contrairement à ce qui se produit lors d'un essai triaxial, les directions principales du tenseur des contraintes peuvent « tourner » dans la plupart des calculs de structures courants – fondations, tunnels, soutènements –, ce qui peut poser des problèmes sur le plan numérique.

Il existe une très grande variété de modèles développés par différents auteurs dans des contextes particuliers. Sur la base d'une analyse préliminaire due à Canépa, Borel et Deconinck [1], qui donnait des résultats encourageants, et compte tenu des critères récapitulés ci-dessus, on a retenu le modèle proposé par Fahey et Carter [2, 3], dont les principales caractéristiques sont présentées ci-dessous.

Le modèle caractérise la résistance du sol à l'aide du critère de Mohr-Coulomb, et adopte une loi d'écoulement associée ou non. La partie plastique du comportement est donc décrite à l'aide des trois paramètres habituels : la cohésion c' et les angles de frottement et de dilatance φ' et ψ . Le modèle décrit la partie élastique de la loi à l'aide d'un module de cisaillement tangent G_t et d'un module de compression tangent K_t qui dépendent de l'état de contraintes actuel. La relation entre les incréments des contraintes $d\sigma$ et des déformations élastiques $d\varepsilon^e$ s'écrit donc :

$$d\sigma_{ij} = K_t d\varepsilon_{kk}^e \delta_{ij} + 2 G_t (d\varepsilon_{ij}^e - 1/3 d\varepsilon_{kk}^e \delta_{ij}) \quad (1)$$

Le module de cisaillement tangent G_t est donné par :

$$\frac{G_t}{G_0} = \frac{[1 - f(t/t_{\max})^g]^2}{[1 - f(1-g)(t/t_{\max})^2]} \quad (2)$$

Dans cette expression, f et g sont des scalaires, et on a posé :

$$t_{\max} = \frac{3(p' \sin \varphi' + c' \cos \varphi')}{(3 - \sin \varphi')} \quad (3)$$

Et t désigne la demi-différence entre les contraintes principales extrêmes :

$$t = (\sigma_1 - \sigma_3)/2 \quad (4)$$

Le paramètre G_0 désigne une valeur de référence du module de cisaillement correspondant aux faibles niveaux de cisaillement. Pour tenir compte du raidissement du sol lorsque la contrainte (effective) moyenne p' augmente, les auteurs proposent l'expression suivante :

$$\frac{G_0}{P_{\text{ref}}} = C \left(\frac{p'}{P_{\text{ref}}} \right)^n \quad (5)$$

où p_{ref} désigne une valeur de pression de référence (par exemple la pression atmosphérique) et C une constante sans dimension. Les auteurs proposent pour l'exposant n la valeur 0,5. Il résulte des formules précédentes que le module G_t augmente avec la contrainte moyenne, mais diminue lorsque la contrainte de cisaillement augmente.

Enfin, la formule (2) fait intervenir deux autres paramètres sans dimension, f et g . Le paramètre f est compris entre 0 et 1 ; s'il vaut 1 le critère de plasticité n'est jamais atteint et l'on reste dans le domaine élastique. Le paramètre g fait varier de manière continue la relation déformation axiale-déviateur entre une relation linéaire et une relation hyperbolique. Les paramètres f et g ont pour but d'avoir une flexibilité suffisante pour reproduire les courbes issues d'essais triaxiaux ou pressiométriques, mais n'ont pas d'interprétation physique simple.

On complète la détermination de la loi élastique en donnant le module de compression tangent K_t ou le coefficient de Poisson tangent ν_t . Fahey et Carter [3] proposent de garder une valeur constante du rapport K_t/G_0 , ce qui conduit à :

$$\nu_t = \frac{(1+\nu_0) - (1-2\nu_0) G_t / G_0}{2(1+\nu_0) + (1-2\nu_0) G_t / G_0} \quad (6)$$

où ν_0 est une valeur de référence du coefficient de Poisson correspondant aux faibles niveaux de cisaillement, que les auteurs proposent de prendre par défaut égal à 0,1.

Si l'on conserve la valeur de 0,5 pour l'exposant n , le modèle comporte donc sept paramètres : ν_0 , les coefficients C , f et g , et les paramètres de résistance c' , ϕ' et ψ , soit deux paramètres de plus que le modèle de Mohr-Coulomb avec une élasticité linéaire isotrope.

Il s'agit d'un modèle d'origine phénoménologique, dérivé des modèles hyperboliques proposés notamment par Duncan et Chang [4], et qui ne s'appuie pas sur des considérations théoriques. En particulier, il ne s'agit pas d'un modèle hyperélastique, c'est-à-dire que, du point de vue thermodynamique, la dissipation n'est pas nulle dans les évolutions décrites par la partie élastique du modèle. L'interprétation des résultats des calculs faits avec ce type de modèle doit donc tenir compte du fait que les déformations « élastiques » calculées peuvent en fait inclure une partie irréversible.

Du point de vue numérique, la formulation assure l'unicité de l'incrément de contraintes associé à un incrément de déformations donné et inversement. Le modèle fournit donc une matrice élastique inversible (sauf si $p_{\text{ref}} = 0$).

Pour conclure cette présentation du modèle proposé par Fahey et Carter, il faut signaler que la détermination des paramètres ne va pas de soi. En effet, la forme des relations (1) à (4) ne permet pas de calculer analytiquement la déformation d'un échantillon de sol au cours d'un essai de cisaillement à l'appareil triaxial, et à plus forte raison au cours d'un essai pressiométrique, dans lequel l'état de contraintes n'est pas homogène. La détermination des paramètres ν_0 , C , f et g doit donc être discutée de manière précise, comme on le verra dans la suite, à l'occasion de la présentation de quelques exemples de mise en œuvre du modèle. Une autre conséquence fâcheuse est que l'on ne dispose pas de solution analytique permettant de valider la programmation.

Le parti pris adopté ici est donc de choisir un modèle établi sur des bases empiriques, donc susceptible de bien reproduire les essais à partir desquels il a été élaboré, notamment les essais triaxiaux. Il n'est cependant pas exempt de critiques : en particulier, la loi élastique n'est pas hyperélastique, et les déformations élastiques comportent donc une partie irréversible. À ce stade, on choisit d'implanter le modèle tel qu'il est décrit ci-dessus.

MODIFICATIONS APPORTÉES AU PROCESSUS DE RÉOLUTION

Les modèles choisis ont été implantés dans une version de CESAR-LCPC destinée à la recherche. L'introduction de nouvelles fonctionnalités dans un code de calcul très général pose des difficultés différentes de la mise au point d'un outil spécifique, destiné à mettre en œuvre un modèle particulier pour une gamme de problèmes bien précise (la modélisation d'essais triaxiaux par exemple). À titre d'illustration, on présente rapidement les modifications qui ont été nécessaires.

Organisation générale de la résolution des problèmes élastoplastiques

De manière générale, la méthode des éléments finis, appliquée à la résolution d'un problème de mécanique, s'appuie sur une formulation variationnelle consistant à rechercher le champ de déplacement u vérifiant, pour tout champ de déplacement virtuel \hat{u} cinématiquement admissible :

$$\int_{\Omega} (\operatorname{div} \sigma(u) + \rho F) \hat{u} d\Omega = 0 \quad (7)$$

où F désigne la densité massique de forces s'exerçant sur le solide étudié.

Dans le cas de l'élastoplasticité avec une élasticité linéaire, on peut expliciter la relation entre le champ de contraintes σ et le champ de déplacement :

$$\sigma - \sigma^o = C : (\varepsilon - \varepsilon^P) \quad (8)$$

où C désigne le tenseur des modules d'élasticité, et où ε et ε^P désignent respectivement les tenseurs de déformation totale et de déformation plastique ; l'évolution de ce dernier tenseur est décrite par la loi d'écoulement.

La discrétisation du problème consiste à découper le domaine étudié en éléments et à définir un procédé d'interpolation des déplacements en tout point des éléments à partir des valeurs des déplacements en un certain nombre de points particuliers appelés « nœuds ». Cette démarche aboutit à un problème matriciel du type :

$$KU = F + F_p \quad (9)$$

où U représente le vecteur des déplacements nodaux, K la matrice de rigidité globale, qui dépend de la géométrie et des modules élastiques, F la contribution des efforts extérieurs (surfaiques ou volumiques) et F_p celle des déformations plastiques (*a priori* inconnues et destinées à être estimées de manière itérative).

L'un des algorithmes de résolution les plus classiques pour ce type de problème consiste à effectuer les opérations suivantes :

- 0 – calcul de la contribution des efforts extérieurs F ; initialisation de F_p à 0 ;
- 1 – assemblage de la matrice de rigidité K ;
- 2 – résolution du problème (9) et première évaluation du déplacement U ;
- 3 – calcul de l'incrément de contraintes associé en chaque point d'intégration du maillage ;
- 4 – cumul de l'incrément de contraintes avec les contraintes initiales ;
- 5 – vérification que l'état de contraintes obtenu est compatible avec le critère de plasticité (à une tolérance près) :
 - si c'est le cas, le processus s'arrête ;
 - sinon, on calcule un état de contraintes corrigé et un incrément de déformation plastique, qui conduit à un déséquilibre mécanique et à une modification de F_p : on retourne alors à l'étape 2.

Prise en compte de modules élastiques variables avec le point d'intégration

Pour la prise en compte de modules variables avec la profondeur, il est nécessaire d'adapter les procédures effectuant l'assemblage de la matrice de rigidité (étape 1 de l'algorithme de résolution ci-dessus) et le calcul de l'incrément de contraintes associé à l'incrément de déplacement (étape 3). Dans l'architecture originale de CESAR-LCPC, pour des raisons historiques et d'optimisation du code, l'opération d'assemblage n'est pas *a priori* prévue pour prendre en compte des modules différents d'un point d'intégration à un autre au sein du même élément fini. L'adaptation à réaliser est très simple dans le cas bidimensionnel. Dans le cas tridimensionnel, le traitement est un peu différent, et demande une modification plus importante du code. On s'est contenté, pour la mise au point d'un prototype dans la version « recherche » du progiciel, de modifications mineures, gérées par des indicateurs *ad hoc*. Une refonte de la structure des routines assurant l'assemblage serait cependant utile pour rendre le code plus polyvalent.

La gestion des déformations plastiques se place, par nature, au niveau du point d'intégration : il n'y a donc pas de difficulté particulière à attendre, et l'architecture du code existant a permis la prise en compte des variations locales des caractéristiques de résistance de façon extrêmement simple.

Prise en compte des variations de modules avec l'état de contraintes actuel

Dans une première étape, on s'est intéressé aux possibilités du modèle de Fahey et Carter, sans rechercher particulièrement à optimiser la méthode de résolution. La gestion des deux types de non-linéarités associés à l'élasticité non linéaire, d'une part, et aux déformations plastiques, d'autre part, se fait en décomposant le chargement appliqué en incréments successifs, les modules élastiques étant actualisés au début de chaque incrément, mais restant constants au cours des itérations de plasticité correspondant à cet incrément.

L'avantage de cette technique est sa robustesse du point de vue numérique. Le principal inconvénient est qu'elle conduit à décomposer le chargement en incréments : avec cette technique, la solution calculée est sans doute plus sensible au nombre d'incrément défini par l'utilisateur que si l'on mettait en œuvre un algorithme tenant compte de la correction des modules élastiques au cours d'un incrément. L'autre inconvénient est une relative inefficacité de l'algorithme, puisque l'on actualise les modules dans l'ensemble du maillage, alors que la variation de modules liée à la variation de contraintes due au chargement n'est sans doute significative que dans une partie limitée du domaine d'étude (au voisinage immédiat du tunnel ou de la fondation étudiés par exemple). Ces deux aspects pourront être améliorés dans l'avenir.

En pratique, le code doit être adapté pour prendre en compte des modules différents d'un point à l'autre d'un élément (ce qui a déjà été mis en place pour le modèle précédent), avec des valeurs qui dépendent de l'état de contraintes au début de l'incrément et non pas de la profondeur. Par ailleurs, il convient de faire le nécessaire pour initialiser les contraintes avant de procéder à l'assemblage. Ces deux modifications sont également relativement simples dans leur principe, mais leur introduction dans un code complexe s'est avérée délicate à mettre au point.

En dernier lieu, il convient de signaler que l'expression de G_0 en fonction de la contrainte moyenne conduit à des modules (de compression et de cisaillement) nuls pour $p' = 0$. Cette caractéristique est inadaptée au calcul des ouvrages, dans la mesure où l'on initialise très souvent les contraintes dans le massif de sol étudié en faisant l'hypothèse qu'elles sont géostatiques, c'est-à-dire proportionnelles à la profondeur : en particulier la contrainte moyenne est nulle en surface du massif. Pour éviter les problèmes que peut poser l'introduction de modules nuls ou très faibles en surface, qui ne correspond pas à la réalité physique que l'on veut prendre en compte, on a programmé une formulation légèrement différente, dans laquelle le module de cisaillement de référence G_0 est donné par :

$$\frac{G_0}{P_{\text{ref}}} = C \left(1 + \frac{\langle p' \rangle}{P_{\text{ref}}} \right)^n \quad (10)$$

où $\langle p' \rangle$ désigne la partie positive de p' , définie par : $\langle p' \rangle = (p' + |p'|)/2$.

Ce procédé permet d'assurer que la valeur de G_0 reste supérieure à une valeur minimale, égale à $C P_{\text{ref}}$. D'autres procédés peuvent être imaginés pour surmonter la difficulté liée à l'annulation des modules. On pourrait par exemple faire en sorte que les modules ne s'annulent pas à l'intérieur du domaine où le critère de plasticité est négatif.

MODÉLISATION DES FONDATIONS DU SITE DE LABENNE

Le modèle précédent a été implanté dans le module MCNL de CESAR-LCPC et mis en œuvre pour modéliser des essais de chargement réalisés par les Laboratoires des Ponts et Chaussées sur des fondations superficielles à Labenne, près de Bayonne, entre 1982 et 1989. Le sol du site est constitué d'une couche homogène de sable de dune d'une dizaine de mètres d'épaisseur, baignée par une nappe dont le toit se situe à environ 4 m de profondeur. Les informations concernant le site de Labenne ont été rassemblées par Canépa et Despresles [5, 6], et les conditions expérimentales ont été présentées par Mestat et Berthelon [7] : les fondations testées sont en acier et ont une section carrée de côté B. Elles sont posées au fond d'une fouille dont les parois sont soutenues par un coffrage métallique (Fig. 1).

Des essais ont été réalisés pour étudier l'effet de la géométrie du dispositif. Les courbes charge-tassement ont été enregistrées pour chaque essai. Par ailleurs, des essais de cisaillement triaxial sur le sable de Labenne ont été réalisés au Laboratoire Régional des Ponts et Chaussées de Rouen.

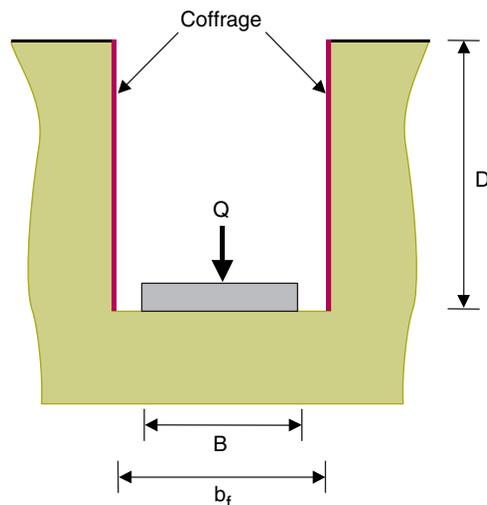


Figure 1
Fondation en fond de fouille.

Mestat et Berthelon [7] ont modélisé les essais en utilisant pour le sable le modèle de Mohr-Coulomb et le modèle élastoplastique avec écrouissage proposé par Nova, avec toutefois une élasticité linéarisée. Ils ont en particulier vérifié que les essais de chargement peuvent être représentés de manière satisfaisante en condition axisymétrique, en assimilant les fondations carrées à des fondations circulaires, de diamètre $D = 2B/\sqrt{\pi}$. Les déplacements obtenus dans [7] sont en assez bon accord avec les mesures, mais la réponse calculée du massif de sol est globalement trop raide. Une communication antérieure [8] a présenté des résultats partiels de comparaison entre les résultats donnés par le modèle de Fahey et Carter et ceux donnés par le modèle de Mohr-Coulomb. On présente ici une comparaison plus complète des résultats.

Détermination des paramètres du modèle pour le sable de Labenne

Onze essais triaxiaux drainés ont été réalisés par le Laboratoire Régional de Rouen sur des éprouvettes de sable de Labenne à trois densités différentes, dont les résultats ont été rassemblés par Mestat [9]. Mestat et Berthelon [7] en ont déduit les valeurs suivantes des paramètres du modèle de Mohr-Coulomb : $E = 96 \text{ MPa}$; $\nu = 0,28$; $c' = 1 \text{ kPa}$; $\varphi' = 36,5 \text{ degrés}$ et $\psi = 10 \text{ degrés}$. Ils ont également réalisé des calculs avec un module d'Young plus faible, égal à $33,6 \text{ MPa}$, afin d'obtenir un meilleur accord entre les calculs et les mesures. Cette deuxième valeur provient de l'exploitation d'essais pressiométriques (et de l'utilisation de corrélations adaptées pour un sable).

On a retenu, pour identifier les paramètres du modèle de Fahey et Carter, les sept essais triaxiaux utilisés dans [7] pour déterminer les paramètres du modèle de Mohr-Coulomb. Ces essais sont réalisés à contrainte de confinement constante, pour différentes valeurs : $\sigma_3 = 50, 100, 150, 200, \text{ et } 300 \text{ kPa}$. Les résultats sont donnés sous la forme de courbes donnant l'évolution du rapport de contraintes q/p' (avec les notations habituelles $q = \sigma_1 - \sigma_3$ et $p' = [\sigma'_1 + 2\sigma'_3]/3$) et de la déformation volumique ε_v en fonction de la déformation axiale ε_1 .

La détermination des paramètres du modèle de Fahey et Carter a été réalisée par approximations successives, en modélisant numériquement les sept essais de cisaillement retenus par Mestat et Berthelon [7]. Ces simulations ont été conduites avec l'état de contraintes initial enregistré au début de la phase de cisaillement, et l'on a cherché les valeurs des paramètres du modèle qui offrent la meilleure concordance avec les courbes expérimentales.

De manière plus précise, on rappelle que les paramètres élastiques G et ν dépendent des caractéristiques de résistance. On a donc déterminé de manière préalable les paramètres de résistance c' et φ' , à partir de la valeur limite du rapport q/p' , puis l'angle de dilatance ψ , à l'aide de la pente limite de la courbe donnant la déformation volumique en fonction de la déformation axiale. La détermination des paramètres f et C , puis g et ν_0 , se fait dans un deuxième temps en cherchant à reproduire au mieux la forme des courbes expérimentales au début de l'essai.

La procédure de détermination des paramètres à partir d'essais triaxiaux est donc complexe et devra être améliorée.

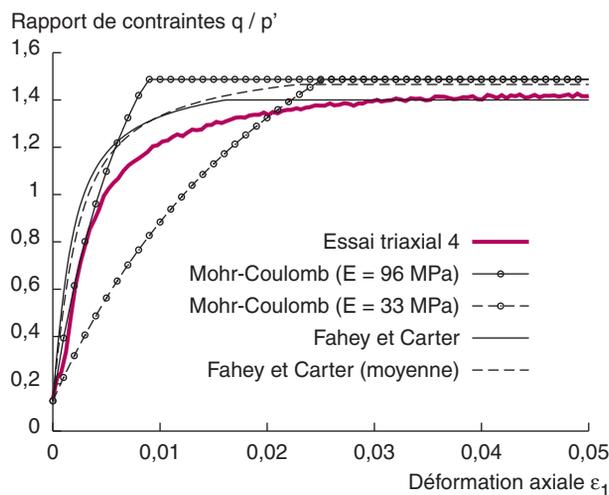
Après ajustement des paramètres pour chaque essai, on a adopté un jeu de paramètres unique en faisant la moyenne arithmétique des paramètres obtenus pour les sept essais triaxiaux. On trouve :

$$v_0 = 0,22 ; f = 0,75 ; g = 3 ; C = 300 ; p_{ref} = 100 \text{ kPa} ; c' = 1 \text{ kPa} ; \varphi' = 36 \text{ degrés} ; \psi = 10 \text{ degrés}.$$

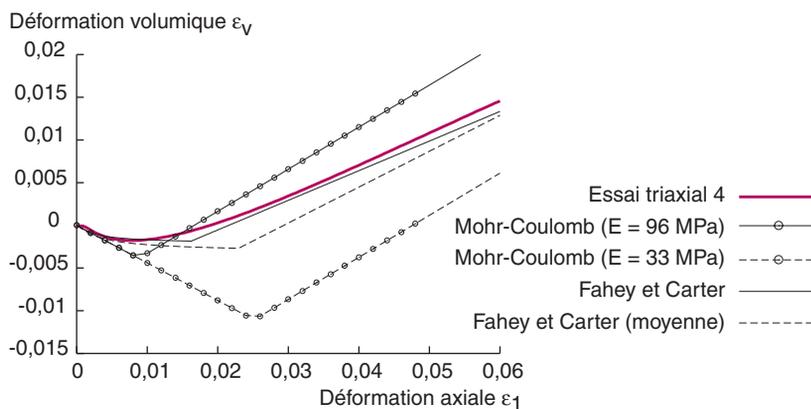
Les résultats de la simulation de l'un des essais considérés (essai triaxial n° 4) sont présentés sur la figure 2, sur laquelle on a reporté la courbe expérimentale et le résultat de quatre simulations réalisées :

- avec le modèle de Mohr-Coulomb pour $E = 96 \text{ MPa}$;
- avec le modèle de Mohr-Coulomb pour $E = 33,6 \text{ MPa}$;
- avec le modèle de Fahey et Carter pour le jeu de paramètres donnant le meilleur accord avec la courbe expérimentale issue de l'essai triaxial n° 4 ;
- avec le modèle de Fahey et Carter pour les paramètres résultants de la moyenne des sept essais.

Sur le plan qualitatif, on reproduit mieux le comportement observé avec le modèle de Fahey et Carter qu'avec le modèle de Mohr-Coulomb, en particulier l'allure des courbes donnant le rapport q/p' et la déformation volumique ε_v en fonction de la déformation axiale ε_1 .



a. Évolution du rapport de contraintes q/p' avec la déformation axiale ε_1 .



b. Évolution de la déformation volumique ε_v avec la déformation axiale ε_1 .

□ **Figure 2**

Calage des paramètres du modèle de Fahey et Carter sur les résultats d'essais triaxiaux.

Calcul des fondations de Labenne

De nombreux essais de chargement ont été réalisés sur les fondations expérimentales de Labenne, correspondant à différentes configurations. Pour les simulations présentées ici, on a retenu six essais réalisés sur une même zone au cours d'une période d'une dizaine de jours. Les caractéristiques géométriques des fondations testées sont récapitulées dans le tableau I. Pour tous ces essais, la fondation expérimentale est en acier.

TABLEAU I
Configurations des différentes fondations expérimentales étudiées

	B (m)	D (m)	b _f (m)
Essai n° 4	0,71	0,2	0,9
Essai n° 5	0,71	0,8	0,9
Essai n° 6	0,71	1,1	0,9
Essai n° 7	0,71	1,6	0,9
Essais n° 8 et 13	1	0,2	1,2

Les calculs dont les résultats sont présentés (Fig. 2a, 2b) ont été réalisés en condition axisymétrique, en assimilant les fondations carrées de côté B à des fondations circulaires de rayon $R = B/\sqrt{\pi}$. Les conditions aux limites sont identiques à celles adoptées dans [7] : les déplacements verticaux sont nuls à la base du massif (à 10 m de profondeur) et les déplacements horizontaux sont nuls sur l'axe de symétrie et sur la frontière latérale, située à 10 m de l'axe. Le coffrage métallique soutenant la fouille est pris en compte par une condition de déplacement horizontal nul sur le côté vertical correspondant.

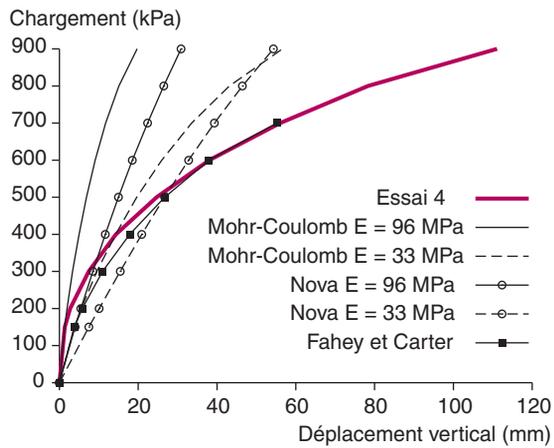
On suppose que le champ de contraintes initial est peu perturbé par l'excavation de la fouille et la mise en place du coffrage et de la fondation. On a ainsi adopté un champ de contraintes initial géo-statique caractérisé par un poids volumique du sol de 16 kN/m^3 et un coefficient de poussée des terres au repos de $K_0 = 0,5$ (ce choix *a priori* de la valeur de K_0 sera discuté plus loin). Au-dessous du niveau de la nappe, situé à 4 m de profondeur, on a adopté un poids volumique déjaugé de 11 kN/m^3 . Le chargement est une pression uniforme s'exerçant sur la face supérieure de la fondation, appliquée par incréments de 10 kPa.

Comme l'ont signalé Mestat et Berthelon dans [7], les calculs avec le modèle de Mohr-Coulomb conduisent dès les premiers incréments de chargement à effectuer un grand nombre d'itérations pour obtenir la convergence du processus de détermination des déplacements et des déformations plastiques, et donc à des temps de calcul importants. Le type de chargement imposé induit des états de contraintes complexes au coin de la fondation et du blindage de la fouille, peu favorables numériquement. Les temps de calculs sont très longs, notamment lorsque le chargement s'approche de la charge maximale obtenue lors de l'essai. Par ailleurs, les calculs conduits avec un module d'Young égal à 96 MPa, déterminé à partir des essais triaxiaux, sous-estiment largement les déplacements. Les calculs effectués avec un module d'Young égal à 33,6 MPa (déterminé à partir d'essais pressiométriques) donnent des résultats plus conformes aux déplacements mesurés, mais le modèle ne rend plus compte des résultats des essais triaxiaux (cf. Fig. 2).

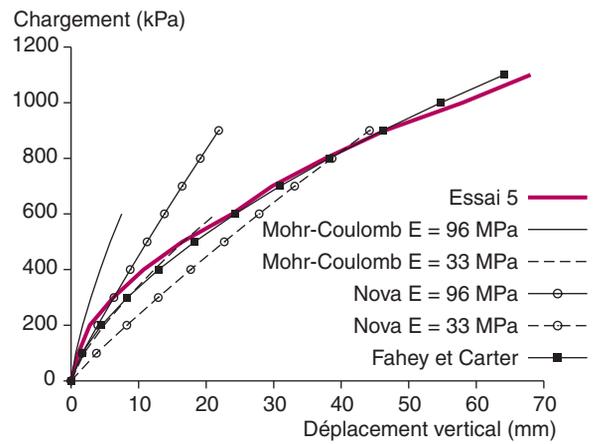
Avec le modèle de Fahey et Carter, la variation des modules en fonction des contraintes conduit à assembler une nouvelle matrice de rigidité à chaque incrément de chargement, ce qui tend à augmenter les temps de calcul. Les calculs réalisés avec le modèle de Fahey et Carter prennent néanmoins un peu moins de temps que ceux réalisés avec le modèle de Mohr-Coulomb, mais cette conclusion ne peut pas être généralisée : elle dépend des incréments de chargement appliqués.

On présente ci-dessous les résultats de la modélisation pour les essais de chargement numérotés 4, 5, 6, 7, 8 et 13 réalisés sur le site de Labenne. La figure 3 représente le déplacement vertical en fonction de la charge appliquée, pour les différents calculs. La courbe en trait épais correspond aux mesures expérimentales, les autres courbes aux valeurs calculées avec le modèle de Mohr-Coulomb et de Nova ($E = 33,6 \text{ MPa}$ et $E = 96 \text{ MPa}$) et le modèle de Fahey et Carter. On peut apprécier l'efficacité du modèle à élasticité non linéaire pour le calcul des tassements sous une fondation superficielle, qui rend assez bien compte de la variation de la pente de la courbe charge-déplacement, et cela pour l'ensemble des essais modélisés. Pour les faibles valeurs de la charge, les déplacements semblent toutefois légèrement surestimés.

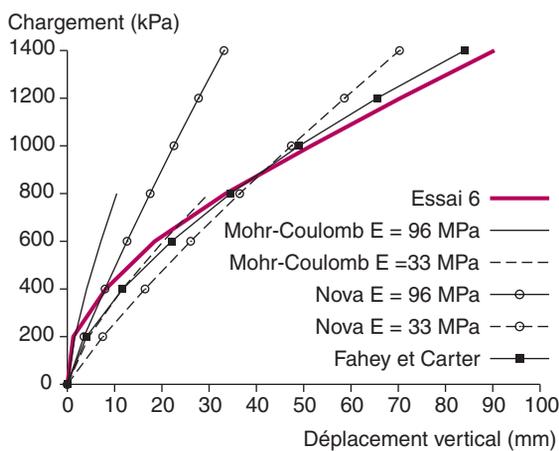
La figure 4 montre le résultat d'une petite étude paramétrique pour justifier la valeur retenue pour le coefficient de poussée des terres au repos, pris dans les calculs précédents égal à $K_0 = 0,5$. Afin de juger de l'influence de ce paramètre, et pour confirmer la valeur que l'on a adoptée, on a effectué deux autres simulations de l'essai n° 5, avec $K_0 = 0,3$ et $K_0 = 0,7$. Les résultats semblent indiquer que le choix fait *a priori* était correct.



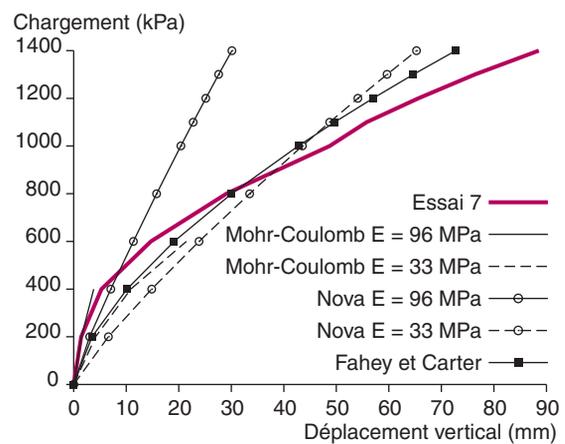
a. Essai 4.



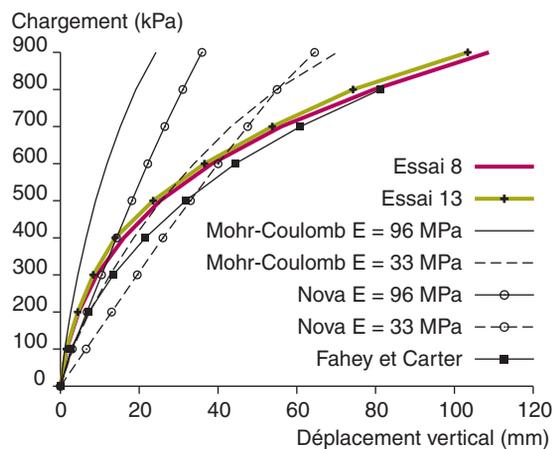
b. Essai 5.



c. Essai 6.



d. Essai 7.

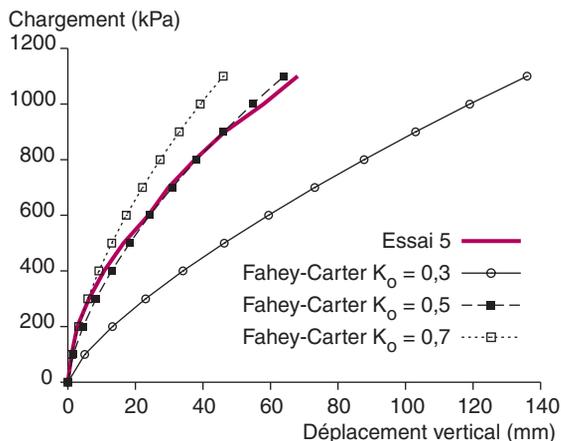


e. Essais 8 et 13.

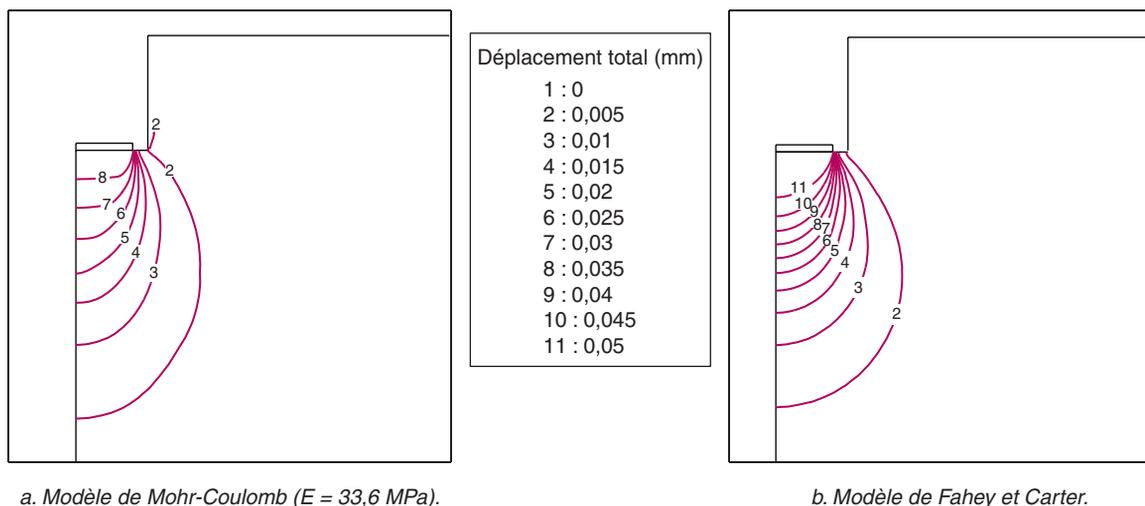
□ **Figure 3**

Résultats de la modélisation des essais de chargement sur fondation superficielle.

La figure 5 représente, sous forme de lignes d'isovaleurs, les déplacements totaux calculés autour de la fondation pour l'essai n° 5 et pour une pression appliquée de 1 000 kPa. Les tassements calculés avec le modèle de Fahey et Carter sont plus élevés (jusqu'à 15 mm d'écart) que ceux fournis par le modèle de Mohr-Coulomb. Par ailleurs, les lignes d'isovaleur sont plus resserrées avec le modèle de Fahey et Carter, ce qui traduit une concentration des déformations autour de la fondation. Cette



□ **Figure 4**
 Comparaison des simulations numériques de l'essai n° 5 avec le modèle de Fahey et Carter pour trois valeurs différentes de K_0 .



□ **Figure 5**
 Isovaleurs des déplacements autour de la fondation pour une pression de 1 000 kPa (essai n° 5).

concentration des déformations est conforme à l'expérience courante, qui indique que les zones très déformées au voisinage des ouvrages sont généralement moins étendues que ne le prévoit la théorie élastique linéaire : elle manifeste l'influence de la non-linéarité du module de cisaillement au sein du massif de sol.

Conclusion

La modélisation des essais de chargement sur les fondations superficielles expérimentales de Labenne, pour des configurations variées, donne des résultats nettement plus satisfaisants avec le modèle élastique non linéaire parfaitement plastique de Fahey et Carter qu'avec les autres modèles étudiés dans [7]. Par ailleurs, il faut souligner que l'on a utilisé les paramètres identifiés à partir des essais triaxiaux, sans calage ultérieur.

Néanmoins, la procédure adoptée pour déterminer les paramètres du modèle élastique non linéaire à l'aide de courbes issues d'essais triaxiaux n'est pas systématique, et donc peu satisfaisante : elle reste à améliorer. La procédure adoptée donne des plages de variation (non données ici) relativement faibles pour des échantillons de même densité, ce qui est plutôt encourageant. Néanmoins, il est nécessaire de proposer une démarche de détermination des paramètres à partir des résultats d'essais

courants (comme l'essai pressiométrique par exemple). Ce point est évidemment délicat : l'utilité d'un modèle de comportement est limitée si la détermination des paramètres requiert des moyens inaccessibles dans la pratique courante. Toutefois, il n'est pas cohérent de chercher à utiliser des modèles de comportement ayant une plus grande capacité prédictive que les modèles usuels si l'on refuse de consacrer les moyens nécessaires à la détermination des paramètres, et à des reconnaissances de qualité de manière plus générale : il y a donc un compromis à trouver.

Du point de vue numérique, les temps de calcul avec le modèle élastique non linéaire plastique sont du même ordre qu'avec le modèle de Mohr-Coulomb (et plus faibles qu'avec le modèle de Nova avec une élasticité linéarisée utilisé ici), bien qu'il impose d'assembler et de factoriser la matrice de rigidité à chaque incrément de chargement. Cette conclusion n'a cependant pas une portée générale.

APPLICATION À L'ÉTUDE DU BOULONNAGE DES TUNNELS

On s'intéresse maintenant à la mise en œuvre du modèle élastique non linéaire parfaitement plastique pour la modélisation du boulonnage des tunnels. Le dimensionnement du renforcement par boulonnage des parois d'un tunnel, et la prévision de la réduction des convergences que cette technique permet d'obtenir, sont des questions d'une grande importance pratique dans le domaine des travaux souterrains. Elles ont fait l'objet de très nombreux travaux de recherche au cours des dernières années, et différentes méthodes ont été proposées pour modéliser ce procédé de construction. Toutefois, dans certains cas, elles ne parviennent pas à rendre compte de l'efficacité indiscutable de cette technique : l'influence des boulons sur le comportement global de l'ouvrage est le plus souvent presque négligeable dans les calculs pour les tunnels profonds ou les tunnels creusés dans des terrains relativement raides. Parmi les hypothèses qui peuvent expliquer ces mauvaises performances, on peut suggérer que le comportement du terrain entourant l'excavation est mal représenté par une loi de comportement élastoplastique dont la partie élastique est linéaire. On propose ici d'étudier l'effet du modèle de comportement sur la réduction de convergence due aux boulons, pour un tunnel qui serait creusé dans les marnes de Las Planas, pour lesquelles on dispose de résultats d'essais triaxiaux.

Le renforcement par boulonnage du terrain dans lequel est creusé un tunnel s'est développé de manière considérable au cours des dernières décennies. Le terme de boulonnage désigne une assez grande variété de techniques, qui peuvent avoir des objectifs différents selon le type de terrain rencontré. Dans un massif rocheux, l'utilisation d'inclusions a fréquemment pour but d'empêcher la chute de blocs de la voûte du tunnel, par un effet de clouage des blocs potentiellement instables. En revanche, dans des roches tendres ou des sols, l'utilisation de boulons a plutôt pour objectif de limiter les déformations du terrain autour du tunnel. Il y a également une grande différence entre le fonctionnement mécanique d'un boulon passif scellé au terrain sur toute sa longueur et celui d'un ancrage uniquement fixé au terrain à ses deux extrémités. Par ailleurs, selon les situations, les inclusions peuvent être soumises seulement à des efforts de traction ou à des tractions combinées à des efforts de flexion.

Il est donc nécessaire de préciser le type de dispositif de boulonnage qu'une méthode de calcul cherche à prendre en compte. Dans ce qui suit, nous nous intéressons au boulonnage radial par inclusions passives scellées au terrain sur toute leur longueur, et destinées à renforcer un terrain qui peut être considéré comme un milieu continu : autrement dit, l'analyse qui suit n'est pas adaptée au cas d'un massif rocheux, dans lequel la distribution spatiale des fractures est directement responsable des mouvements induits par le creusement du tunnel. De plus, on s'intéresse plus particulièrement aux tunnels profonds, pour lesquels le but du boulonnage est d'empêcher une trop grande convergence des parois du tunnel et d'améliorer la stabilité d'ensemble de l'ouvrage (et non de limiter les tassements de surface). Dans le cadre ainsi défini, et malgré de nombreux travaux de recherche, différents auteurs (par exemple, Charmetton [10]) ont constaté qu'il reste difficile de donner une prévision quantitative de la réduction des convergences que le boulonnage permet d'obtenir et que, par conséquent, le dimensionnement du dispositif de boulonnage reste largement empirique.

Une revue rapide des modélisations du boulonnage

Les boulons sont censés diminuer la convergence de la paroi du tunnel. Différentes modélisations ont été proposées pour simuler le rôle joué par les boulons. On en propose ici une revue sommaire, qui repose en partie sur la synthèse due à Charmetton [10].

Certains auteurs (par exemple [11, 12]) proposent de prendre en compte les boulons en appliquant sur la paroi du tunnel une pression fictive, de manière à reproduire le rôle de confinement du boulon : du fait de la mise en traction des boulons, le terrain subit un déconfinement moins important que s'il n'y avait pas de boulons. La pression fictive à appliquer dépend dans ce type d'approche de la fraction volumique des boulons et de leur résistance à la traction.

Un autre point de vue consiste à remplacer, pour la modélisation, la zone de terrain boulonnée par un milieu équivalent présentant des caractéristiques mécaniques améliorées, en termes de résistance ([13-15]) ou en termes à la fois de raideur et de résistance, avec une analyse plus ou moins détaillée de l'interaction entre le terrain et le boulon. Le premier à avoir formalisé cette approche est Greuell [16] ; elle a été également suivie par d'autres [17, 18]. Dans tous les cas, l'amélioration des propriétés du terrain dépend, à nouveau, de la fraction volumique des boulons, et de leurs caractéristiques mécaniques.

En dernier lieu, la plupart des codes de calcul par éléments finis ou par différences finies permettent d'introduire dans la zone de terrain renforcée des éléments particuliers (de type barre ou poutre) pour représenter les boulons. Dans cette approche, la préparation du maillage peut être un peu délicate, en particulier pour des analyses tridimensionnelles (comme celle effectuée par Laigle [19] par exemple), mais comme pour les approches précédentes, la prise en compte du rôle des boulons fait intervenir les paramètres géométriques et mécaniques du boulonnage : on peut donc s'attendre à ce que les résultats soient comparables à ceux des approches précédentes.

Si l'efficacité réelle du procédé de boulonnage est incontestable, elle est toutefois difficile à mesurer, surtout pour des tunnels profonds, en raison du fait qu'il n'est pas envisageable, dans un projet réel, de creuser un tronçon de tunnel sans boulons et un tronçon avec boulons dans le même terrain. Néanmoins, toutes les méthodes de calcul tendent à indiquer que la réduction de convergence procurée par les boulons est pratiquement négligeable, sauf pour des tunnels peu profonds en terrain meuble.

Malgré les propriétés mécaniques très élevées des boulons, leur faible fraction volumique fait que l'augmentation du module apparent du terrain prise en compte par les méthodes de calcul représente quelques pour-cent du module d'une roche tendre située à une centaine de mètres de profondeur ou plus. L'amélioration relative des caractéristiques de résistance, quelle que soit la méthode adoptée pour la calculer, est aussi assez faible.

Cela dit, il convient de rappeler que les boulons sont mis en place dans le terrain alors que l'état de contraintes est nettement différent de l'état initial, et que la raideur apparente du terrain est alors sensiblement plus faible à proximité de l'excavation qu'à une distance de quelques diamètres. On peut donc espérer améliorer les résultats du calcul en utilisant, pour le terrain encaissant, un modèle de comportement qui prenne en compte le fait que la raideur diminue lorsque l'état de contraintes est perturbé par une excavation. Deux possibilités se présentent : on peut recourir à un modèle élastique parfaitement plastique avec une élasticité non linéaire, ou à un modèle élastoplastique avec un écrouissage adéquat. Dans ce qui suit, on présente le résultat de la mise en œuvre de la première approche, avec le modèle présenté précédemment, pour le calcul des convergences d'un tunnel (fictif) creusé dans les marnes de Las Planas.

Détermination des paramètres pour les marnes de Las Planas

Le tunnel de Las Planas est situé près de Nice. On ne dispose pas pour cet ouvrage de mesures de convergences qui permettraient de valider les simulations numériques présentées ci-dessous. Cependant, la description des marnes de Las Planas due à Lee et *al.* [20] et, notamment, les essais triaxiaux réalisés à l'occasion de sa construction, permettent d'identifier les paramètres des modèles de Fahey et Carter et de Mohr-Coulomb. On se propose de comparer l'efficacité des boulons dans des simulations numériques réalisées pour les deux lois de comportement, avec les paramètres identifiés à l'aide de ces essais triaxiaux.

De manière plus précise, on dispose des résultats de six essais triaxiaux réalisés avec un état de contrainte initial correspondant à une compression isotrope σ_0 variant entre 3,6 MPa et 12 MPa.

Pour le modèle de Fahey et Carter, on a suivi la même procédure que dans l'exemple précédent : les paramètres de résistance c' , ϕ' , ψ sont déterminés avant les paramètres élastiques ν_0 , f , g et C . On s'appuie à nouveau sur les courbes donnant le rapport des contraintes q/p' en fonction de la déformation axiale et la déformation volumique en fonction de la déformation axiale. Cette identification a été plus difficile que dans le cas du sable de Labenne, car les courbes expérimentales ne présen-

taient pas d'asymptotes aussi claires. En particulier, la déformation volumique diminue de manière monotone, ce qui a conduit à choisir un angle de dilatance nul.

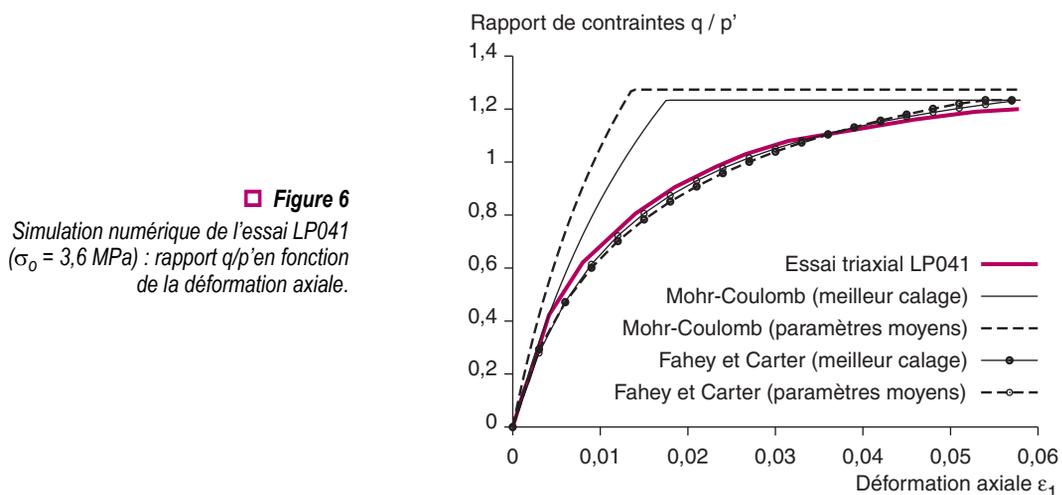
Dans un deuxième temps, on détermine les paramètres C et f à l'aide de la pente initiale de la courbe ($\varepsilon_1, q/p'$) et de la valeur pour laquelle la courbe expérimentale devient non linéaire. En dernier lieu, on ajuste les paramètres les moins sensibles, ν_0 à l'aide de la pente initiale de la courbe (ε_1, ν_v) et enfin g, en cherchant à reproduire l'allure des courbes. Après avoir effectué cette détermination pour chaque essai, on a pris la moyenne arithmétique sur les six essais triaxiaux des différents paramètres. Les valeurs obtenues sont indiquées dans le tableau II.

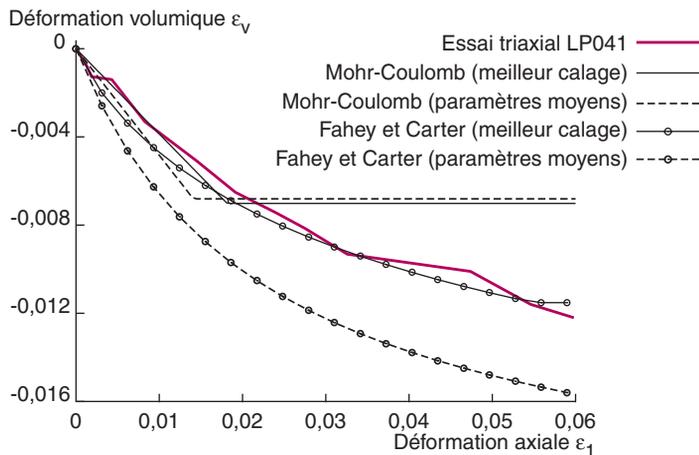
TABLEAU II
Moyenne des paramètres du modèle de Fahey et Carter pour la marne de Las Planas

Paramètres élastiques				Paramètres de résistance		
ν_0	f	g	C	c' (kPa)	φ' (°)	ψ (°)
0,023	0,79	1	320	695	26,3	0

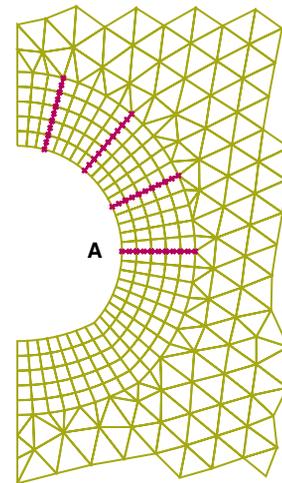
Pour le modèle de Mohr-Coulomb, on a adopté les mêmes valeurs des paramètres de résistance que pour le modèle de Fahey et Carter, et on a ajusté la valeur du module d'Young et du coefficient de Poisson pour reproduire la pente initiale des deux courbes ($\varepsilon_1, q/p'$) et ($\varepsilon_1, \varepsilon_v$). Le module d'Young que l'on détermine par cette procédure dépend fortement de la contrainte initiale de l'essai triaxial étudié, et il est donc difficile de choisir une valeur qui convienne pour l'ensemble des essais : selon les essais, la meilleure valeur varie de 430 à 800 MPa. Les simulations présentées dans la suite sont réalisées avec les valeurs moyennes du coefficient de Poisson et du module d'Young ($E = 585$ MPa et $\nu = 0,25$).

Les figures 6 et 7 présentent les résultats de l'un des essais triaxiaux utilisés pour déterminer les paramètres (essai LP041). Cet essai a été réalisé avec une contrainte initiale isotrope de 3,6 MPa, qui correspond à la valeur la plus basse de la contrainte initiale pour les six essais triaxiaux étudiés. Les courbes expérimentales sont en trait fort. Les courbes portant des symboles ronds représentent les résultats des simulations réalisées avec le modèle de Fahey et Carter pour le meilleur jeu de paramètres pour cet essai (trait plein) et pour le jeu de paramètres obtenu en faisant la moyenne arithmétique pour les six essais disponibles (trait pointillé). Elles montrent que le modèle reproduit relativement bien le comportement de la marne. Les deux autres courbes (sans symboles) représentent les résultats des simulations réalisées avec le modèle de Mohr-Coulomb pour le meilleur jeu de paramètres pour cet essai (trait plein) et pour le jeu de paramètres obtenu en faisant la moyenne arithmétique pour les six essais disponibles (trait pointillé). On remarque que le modèle de Mohr-Coulomb ne permet pas de reproduire l'allure de la courbe donnant le rapport de contraintes en fonction de la déformation axiale.





□ **Figure 7**
Simulation numérique de l'essai LP041 ($\sigma_0 = 3,6$ MPa) : déformation volumique en fonction de la déformation axiale.



□ **Figure 8**
Vue du maillage utilisé pour comparer les convergences calculées avec et sans boulons.

Modélisation numérique du rôle des boulons

On a ensuite simulé la construction d'un tunnel dans les marnes de Las Planas, avec les paramètres obtenus par la procédure décrite ci-dessus. Le maillage utilisé compte 4 800 nœuds et 2 300 éléments. Les dimensions du maillage complet sont égales à 50 m dans la direction horizontale et 100 m dans la direction verticale. Une vue agrandie de la partie centrale du maillage est représentée sur la figure 8. Le diamètre du tunnel est de 10 m, et l'axe se trouve à une profondeur fixée à 200 m, ce qui correspond aux conditions d'un tunnel profond.

Des éléments de type « barre » sont introduits pour représenter les boulons : ils apportent simplement une raideur supplémentaire dans la direction des inclusions. Leur longueur est de 3,5 m. Leur module d'Young est pris égal à celui de l'acier (200 000 MPa). La section des boulons ($4,8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$) est corrigée dans le calcul pour tenir compte de l'intervalle entre deux auréoles de boulons dans la direction de l'axe du tunnel (prise égale à 3 m).

L'état de contraintes initial est défini par la profondeur de l'axe du tunnel, le poids volumique du terrain ($21,2 \text{ kN/m}^3$ dans les simulations) et le coefficient de poussée des terres au repos K_0 , pris égal à 0,7. La simulation de l'excavation est effectuée en deux étapes :

- 1 l'application de forces de déconfinement avec un taux de déconfinement $\lambda = 0,3$;
- 2 l'activation des boulons et l'application du reste des forces de déconfinement. Pour que la simulation reste aussi simple que possible et pour limiter le nombre de paramètres, on ne prend pas en compte dans les simulations l'effet du béton projeté qui, dans la pratique, accompagne de manière quasi-systématique la mise en place de boulons.

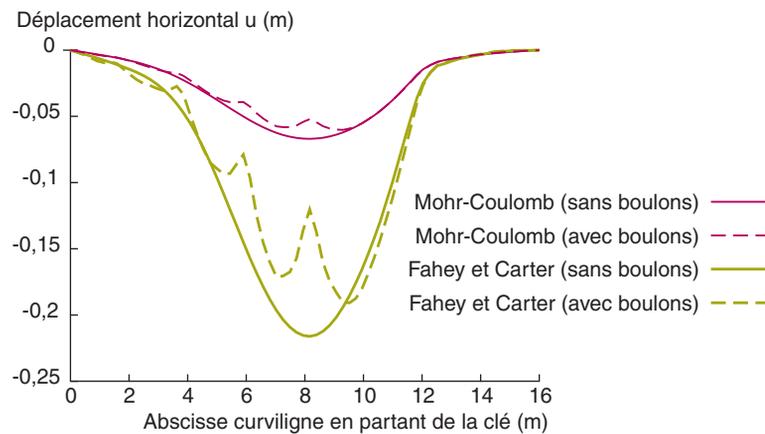
Résultats

Pour mettre en évidence le rôle des boulons, on s'est intéressé au déplacement horizontal de la paroi du tunnel. La figure 9 montre le déplacement horizontal calculé sur le contour de la zone excavée, l'abscisse étant l'abscisse curviligne le long du contour, de la clé au radier. Les traits pleins correspondent aux calculs sans boulons, les pointillés aux calculs avec boulons. Les traits fins sont associés aux calculs réalisés avec le modèle combinant une élasticité linéaire et le modèle de Mohr-Coulomb, et les traits gras aux calculs réalisés avec le modèle de Fahey et Carter. En dépit du fait que les paramètres ont été déterminés à l'aide des mêmes essais triaxiaux, les déplacements sont nettement plus grands pour les calculs effectués avec une élasticité non linéaire. La réponse obtenue avec une élasticité linéaire est plus raide, ce qui n'est pas surprenant, compte tenu du fait que les modules choisis pour ce modèle rendent compte de la partie initiale des courbes expérimentales.

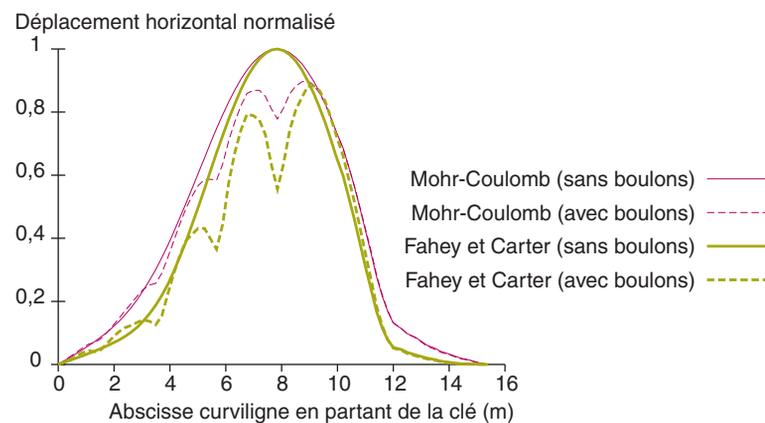
On constate que la réduction des déplacements n'est significative qu'à proximité immédiate des boulons : la position des inclusions serait sans doute moins visible si l'on incluait dans la modélisa-

tion une couche de béton projeté. Pour mieux apprécier la réduction de convergence apportée par les boulons, on a normalisé le déplacement horizontal calculé par la valeur maximale obtenue dans le calcul sans boulons (Fig. 10). La différence relative entre les déplacements calculés avec et sans boulons est de l'ordre de 20 % pour le modèle de Mohr-Coulomb, et de 45 % pour le modèle de Fahey et Carter. Le rôle joué par l'élasticité non linéaire est donc relativement clair, mais le choix du module pour les calculs avec le modèle de Mohr-Coulomb a probablement une forte influence sur le résultat. En dernier lieu, on présente l'influence des boulons sur la courbe de convergence du massif (Fig. 11) : il est habituel de porter sur l'axe vertical la contrainte appliquée sur la paroi du tunnel divisée par la contrainte initiale, et sur l'axe horizontal le déplacement de la paroi : on représente ici le déplacement

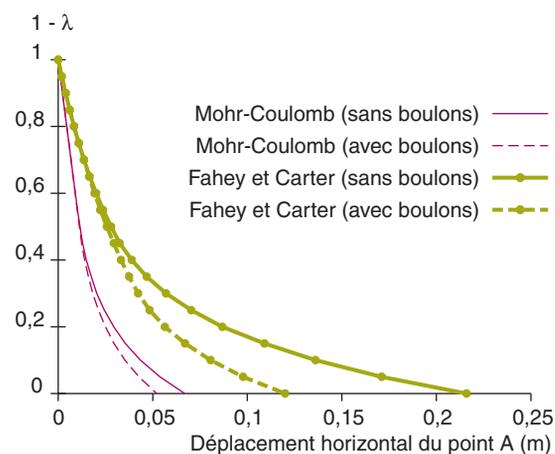
□ **Figure 9**
Déplacement horizontal de la paroi du tunnel.



□ **Figure 10**
Déplacement horizontal normalisé.



□ **Figure 11**
Déplacement horizontal du point A en fonction du taux de déconfinement λ .



calculé au point A de la figure 8. Comme les boulons ne sont activés que dans la deuxième phase du calcul, les courbes avec et sans boulons sont superposées pour les valeurs de $1-\lambda$ supérieures à 0,7. On observe à nouveau, d'une part, que le déplacement calculé avec le modèle de Fahey et Carter est plus grand et, d'autre part, que la réduction du déplacement due aux boulons est plus importante.

Discussion

L'utilisation de lois de comportement simples, comme la combinaison d'une élasticité linéaire avec un critère de Mohr-Coulomb, conduit souvent à des estimations peu réalistes des déplacements provoqués par le creusement d'un tunnel, aussi bien à proximité du tunnel qu'à une plus grande distance. Bien que l'on n'ait pas exploré de manière complète les possibilités du modèle de Nova avec une élasticité linéaire, il semble qu'un modèle élastoplastique avec écrouissage et élasticité linéaire conduise également à des estimations peu réalistes. Cette remarque justifie que l'on cherche à proposer des lois plus complexes. Pour le problème de la modélisation du boulonnage, les résultats des simulations numériques montrent que les convergences calculées avec le modèle de Mohr-Coulomb dépendent directement du module d'Young adopté. Pour un tunnel (fictif) creusé dans les marnes de Las Planas, et avec les paramètres retenus ici, la diminution de convergence due aux boulons est de l'ordre de 20 % pour le modèle de Mohr-Coulomb et de 45 % pour le modèle de Fahey et Carter.

La détermination des paramètres a cependant une influence prépondérante sur le résultat. En particulier, si le modèle de Fahey et Carter permet de rendre compte de l'ensemble des essais triaxiaux réalisés avec un jeu de paramètres moyen, il n'en va pas de même pour le modèle de Mohr-Coulomb : le module d'Young donnant le meilleur accord varie sensiblement d'un essai triaxial à l'autre. On a donc réalisé une nouvelle simulation en retenant le module qui donne le meilleur calage pour l'essai triaxial réalisé avec une contrainte initiale de 3,6 MPa, soit 430 MPa. Parmi les différents essais disponibles, ce module correspond à la contrainte initiale la plus proche de la contrainte en place à 200 m de profondeur. Les déplacements horizontaux calculés pour le point A avec et sans boulons sont donnés dans le tableau III, pour les trois simulations réalisées.

La différence entre les modèles de Mohr-Coulomb et de Fahey et Carter est moins importante, mais persiste, ce qui confirme la validité de l'approche proposée : la dégradation progressive des modules à mesure que l'on cisaille le sol se traduit par une influence plus marquée des boulons sur les convergences de la paroi du tunnel. Cette conclusion reste cependant qualitative : il reste à effectuer de nouvelles simulations concernant des ouvrages pour lesquels on dispose à la fois d'une bonne caractérisation des terrains encaissants et de mesures de convergence.

TABLEAU III
Déplacement horizontal du point A suivant le modèle de comportement utilisé, avec et sans boulons

Modèle et paramètres utilisés pour le massif	Déplacement horizontal en A sans boulons (cm)	Déplacement horizontal en A avec boulons (cm)	Diminution relative due aux boulons (%)
Mohr-Coulomb / paramètres moyens sur les 6 essais triaxiaux	6,7	5,2	20
Mohr-Coulomb / paramètres donnant le meilleur calage pour l'essai LP041 ($\sigma_0 = 3,6$ MPa)	9,1	6,7	26
Fahey et Carter (paramètres moyens sur les 6 essais triaxiaux)	21,6	12,0	45

CONCLUSION

Les modèles de comportement qui ont fait leurs preuves en géotechnique, pour calculer les charges limites que les ouvrages peuvent supporter, s'avèrent insuffisants pour prévoir les déplacements qu'ils subissent au cours de leur construction et en service. Pour améliorer les résultats, on a entrepris d'introduire dans CESAR-LCPC de nouveaux modèles de comportement. Ces modèles ont été introduits dans une version « recherche » du code, mais ont vocation à être mis à la disposition des utilisateurs. Le prototype existant permet d'utiliser, d'une part, un modèle de type élasticité linéaire combinée au modèle de Mohr-Coulomb, avec des modules et des résistances variant avec la profondeur et, d'autre part, un modèle de comportement élastique parfaitement plastique avec une élasticité non linéaire. Le traitement des non-linéarités élastiques est sommaire, mais robuste, et pourra faire l'objet d'améliorations.

Les résultats des premiers exemples de mise en œuvre du code, en condition axisymétrique pour le calcul des fondations superficielles de Labenne et en déformation plane pour discuter l'efficacité du

boulonnage radial pour limiter les convergences en tunnel, montrent l'intérêt pratique de l'enrichissement des modèles utilisés et, aussi, la difficulté de déterminer les paramètres supplémentaires.

Sur le plan de l'évolution du module MCNL de CESAR-LCPC, il est intéressant de noter qu'il est désormais assez simple d'introduire de nouveaux modèles avec une élasticité non linéaire du même genre que celle du modèle de Fahey et Carter, c'est-à-dire dans lequel les modules élastiques dépendent de l'état de contraintes actuel. Cette remarque ouvre des perspectives pour discuter de manière plus détaillée les avantages et les inconvénients respectifs des modèles élastoplastiques avec une élasticité linéaire ou non (de type hyperélastique ou non), avec ou sans écrouissage.

Il reste à valider le prototype, à refondre l'architecture du code pour la simplifier et faciliter l'ajout de fonctionnalités nouvelles. Ce travail prend place dans une nouvelle opération de recherche du LCPC, consacrée à l'amélioration des performances du solveur de CESAR-LCPC, et qui va se dérouler sur la période 2005-2008. Cette opération comprend également de nombreux autres aspects et, en particulier, l'introduction de nouvelles méthodes de factorisation qui devraient améliorer sensiblement les temps de calcul, ainsi que la mise en service de nouvelles fonctionnalités.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] CANÉPA Y., BOREL S., DECONINCK J., Détermination de la courbe d'évolution du module de cisaillement d'un sol en fonction de sa déformation à partir d'essais en place, *Symp. Int. PARAM 2002*, Magnan (ed), Presses de l'ENPC, **2002**, pp. 25-32.
- [2] FAHEY M., Shear modulus of cohesionless soil : variation with stress and strain level, *Canadian Geotechnical Journal*, **29**, **1992**, pp. 157-161.
- [3] FAHEY M. et CARTER J., A finite element study of the pressuremeter test in sand using a nonlinear elastic plastic model, *Canadian Geotechnical Journal*, **30**, **1993**, pp. 348-362.
- [4] DUNCAN J.M., CHANG C.Y., Non-linear analysis of stress and strain in soils, *ASCE, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, vol. 96, **SM5**, **1970**, pp. 1629-1653.
- [5] CANÉPA Y., DESPRESLES D., *Catalogue des essais de chargement de fondations superficielles réalisés sur sites par les LPC*, FAER 1.17.02.0, dossier 8622, Laboratoire Régional de l'Est Parisien, **1990**.
- [6] CANÉPA Y., DESPRESLES D., *Fondations superficielles. Essais de chargement de semelles établies sur une couverture de sable en place, station expérimentale de Labenne. Influence des conditions d'exécution ; Compte-rendu d'essais*, FAER 1.17.02.09, Laboratoire Régional de l'Est Parisien, **1990**.
- [7] MESTAT Ph., BERTHELON J.-P., Modélisation par éléments finis des essais sur fondations superficielles à Labenne, *Bulletin des laboratoires des Ponts et Chaussées*, **234**, **2001**, pp. 57-78.
- [8] COQUILLAY S., BOURGEOIS E., MESTAT Ph., Couplage élasticité non linéaire – plasticité pour le calcul des fondations superficielles expérimentales de Labenne, *Symposium International sur les fondations superficielles FONDSUP 2003*, Magnan et Droniuc (eds), Presses de l'ENPC/LCPC, **2003**, pp. 163-170.
- [9] MESTAT Ph., *Sable de Labenne : dépouillement des essais triaxiaux de compression drainés : exemple d'application du logiciel DOCSOL*, Rapport de recherche du thème GE0 07, LCPC, **1991**.
- [10] CHARMETTON S., *Renforcement des parois d'un tunnel par des boulons expansifs : retour d'expérience et étude numérique*, Thèse de l'École Centrale de Lyon, **2001**, 249 pages.
- [11] STILLE H., HOLMBERG M. et NORD G., Support of weak rock with grouted bolts and shotcrete, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech.*, vol. 26, **1**, **1989**, pp. 99-113.
- [12] PEILA D., A theoretical study of reinforcement influence on the stability of a tunnel face, *Geotechnical and Geological Engineering*, **12**, **1994**, pp. 145-168.
- [13] INDRARATNA B. et KAISER P.K., Analytical model for the design of grouted rock bolts, *Int. J. for Num. and Analytical Meth. in Geomechanics*, vol. 14, **1990**, pp. 227-251.
- [14] GRASSO P., MAHTAB A., FERRERO A.M. et PELIZZA S., The role of cable bolting in ground reinforcement. *Soil and Rock Improvement in Underground Works*, Milan, march, vol. 1, **1991**, pp. 127-128.
- [15] ORESTE P.P. et PEILA D., Radial passive rockbolting in tunnelling design with a new convergence-confinement model, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, vol. 33, **5**, **1996**, pp. 443-454.
- [16] GREUILL E., *Étude du soutènement des tunnels par boulons passifs dans les sols et les roches tendres, par une méthode d'homogénéisation*, Thèse de l'École Polytechnique, **1993**.
- [17] WONG H. et LARUE E., Modeling of bolting support in tunnels taking account of non-simultaneous yielding of bolts and ground, *Int. Conf. Geo.Eng. of Hard Soils – Soft Rocks*, Napoli, Italy, **1998**, pp. 1027-1038.
- [18] SUDRET B. et DE BUHAN P., Modélisation multiphasique de matériaux renforcés par inclusions linéaires, *CR Acad. Sci. Paris*, t. 327, série IIb, **1999**, pp. 7-12.
- [19] LAIGLE F., Conception des grandes cavernes souterraines : apport des modélisations numériques pour le projet CERN-LHC1, *Conf. int. Albert Caquot*, Presses de l'ENPC, actes sur cédérom, **2001**, 8 pages.
- [20] LEE Y.L., ARAFATI N., LECA E., MAGNAN J.-P., MESTAT Ph., SERRATRICE J.-F., Comportement et modélisation des marnes de Las Planas, *Int. Conf. Geo. Eng. of hard Soils – Soft Rocks*, Balkema, **1993**, pp. 1479-1486.