# GOUPEG : Application de la méthode « hybride » pour le calcul du comportement des groupes et des réseaux élémentaires de micropieux

Roger ESTEPHAN \* CERMES (ENPC-LCPC)

Roger FRANK \*\*

CERMES (ENPC-LCPC)

Eric DEGNY Ministère de l'Équipement

Sabrina PERLO CERMES (ENPC-LCPC)

#### Résumé

Le programme de calcul de groupe ou de réseaux de (micro)pieux GOUPEG est fondé sur la méthode de calcul en déplacement, utilisée pour le calcul des micropieux. L'interaction mécanique entre les micropieux est prise en compte par application de la théorie du continuum élastique. Cette méthode « hybride » est présentée. GOUPEG a été développé pour étudier la prise en compte de l'effet d'inclinaison des micropieux. L'approche présentée ici montre que les méthodes développées pour les pieux, qui reposent sur les résultats des essais pressiométriques, sont applicables également aux groupes de micropieux. Les résultats de GOUPEG montrent que l'inclinaison des micropieux, dans un réseau élémentaire chargé verticalement, implique une augmentation de la portance par la mise en butée du sol sous les micropieux. GOUPEG a également permis de déterminer la reprise du chargement horizontal en tête par réaction transversale et par mobilisation des efforts de frottement axiaux.

DOMAINE : Sciences pour le génie civil.

#### ABSTRACT

**GOUPEG** » : Application of the « Hybrid » method for COMPUTING THE BEHAVIOUR OF MICROPILE ELEMENT NETWORKS AND GROUPS

The (micro)pile group or network computation program "GOUPEG" is based on the displacement computation method used for computing micropiles. The mechanical interaction between micropiles is taken into account by applying elastic continuum theory. This "hybrid" method will be presented. "GOUPEG" was developed in order to study inclusion of the micropile inclination effect. The approach discussed herein reveals that the methods derived for piles, which rely upon pressuremeter test results, are applicable as well to micropile groups. GOU-PEG output indicates that micropile inclination, within a vertically-loaded element network, induces an increase in bearing capacity by the passive pressure of the ground below the micropiles. GOUPEG has also served to determine the behaviour under horizontal loading at the top of piles by virtue of both transverse reaction and mobilization of axial friction forces.

FIELD: Civil engineering sciences.

## **INTRODUCTION**

Cet article présente le programme de calcul des groupes de pieux et de micropieux GOUPEG, développé à partir du programme GOUPIL-LCPC fondé sur la méthode de calcul en déplacement [1]. Contrairement à GOUPIL, GOUPEG permet de prendre en compte automatiquement les interactions mécaniques entre les éléments.

\* Actuellement à DAR AL HANDASSAH (Shair and Partners), Liban.

\*\* CERMES (ENPC-LCPC), 6 et 8 avenue Blaise Pascal, Cité Descartes, Champs-sur-Marne, 77455 Marne-la-Vallée cedex 2, e-mail : frank@cermes.enpc.fr

Les méthodes de calcul en déplacement adoptées pour les micropieux sont souvent celles utilisées et reconnues pour les pieux (méthode des courbes de réaction, méthode du continuum élastique, méthode hybride courbes de réaction-continuum élastique et, enfin, méthode des éléments finis). Le comportement d'un groupe de micropieux est fonction du comportement élémentaire de chaque micropieu du groupe et de l'interaction mécanique entre eux. Par contre, le comportement d'un réseau (groupe de micropieux dont la majorité des éléments est inclinée d'une manière convergente) est fonction du comportement élémentaire des micropieux, de l'interaction mécanique entre ces micropieux ainsi que de l'éventuel effet d'enserrement du sol entre les micropieux enchevêtrés.

GOUPEG utilise une méthode de type hybride. Le calcul est fondé sur la méthode des courbes de réactions du sol dites « t-z » et « p-y » (fonctions de transfert de charge) avec évaluation des interactions entre les micropieux à partir de la théorie du continuum élastique [2]. Ces interactions sont prises en compte par application de facteurs correcteurs aux courbes de réactions valables pour des (micro)pieux isolés [3, 4].

Dans le présent article, on décrit en particulier :

- les équations tridimensionnelles de Mindlin ;
- l'insertion de facteurs rigidificateurs des courbes de réaction ;
- la stratégie de modification des courbes de transfert par les facteurs correcteurs ;
- la prise en compte de l'inclinaison des micropieux dans le calcul de l'interaction.

Le programme GOUPEG est ensuite appliqué au cas du réseau élémentaire de quatre micropieux en double chevalet du site du CEBTP à Saint-Rémy-lès-Chevreuse, chargé verticalement et horizontalement en tête (essais réalisés dans le cadre du projet national de recherche sur les micropieux FOREVER [7, 8]). Les résultats des calculs sont comparés à ceux des mesures.

# **GOUPIL** : CALCUL DES GROUPES SANS PRISE EN COMPTE DE L'INTERACTION PIEU-SOL-PIEU

GOUPIL considère le comportement d'un groupe de pieux, liés en tête par un chevêtre rigide et soumis, en un point de son chevêtre, à des sollicitations tridimensionnelles ou à des déplacements imposés, ainsi qu'à des déplacements du sol le long des fûts [1]. Le calcul du comportement de chaque pieu d'un groupe est réalisé par GOUPIL en tenant compte de l'hypothèse du découplage entre les différents types de chargement (compression/traction et flexion). Les équations d'équilibre d'un tronçon élémentaire d'un pieu du groupe sont les suivantes.

• Compression/traction :

$$\frac{\mathrm{dN}}{\mathrm{dz}} = -\mathrm{R} \tag{1}$$

• Flexion dans le plan x-z :

$$\frac{dM_y}{dz} = -T_x \tag{2}$$

$$\frac{\mathrm{d}\mathrm{T}_{\mathrm{x}}}{\mathrm{d}\mathrm{z}} = -\mathrm{P} \tag{3}$$

• Flexion dans le plan y-z :

$$\frac{dM_x}{dz} = T_y \tag{4}$$

$$\frac{\mathrm{d}\mathrm{T}_{\mathrm{y}}}{\mathrm{d}z} = -\mathrm{Q} \tag{5}$$

où

- N = effort normal à la section droite ;
- M<sub>x</sub> = moment fléchissant autour de l'axe des x ;
- M<sub>v</sub> = moment fléchissant autour de l'axe des y ;
- >  $T_x$  = effort tranchant selon x ;
- > T<sub>v</sub> = effort tranchant selon y ;
- P = densité de charge répartie selon x (transversale) ;
- Q = densité de charge répartie selon y (transversale);
- R = densité de charge répartie selon z (axiale).

Le comportement élastique du pieu se traduit par les équations suivantes.

• Compression/traction :

$$\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}z} = \frac{\mathrm{N}(z)}{\mathrm{ES}} \tag{6}$$

• Flexion dans le plan x-z :

$$M_{y} = EI_{y} \frac{d\theta_{y}}{dz} = EI_{y} \frac{d^{2}u}{dz^{2}}$$
(7)

• Flexion dans le plan y-z :

$$M_{x} = EI_{x} \frac{d\theta_{x}}{dz} = EI_{x} \frac{d^{2}\nu}{dz^{2}}$$
(8)

avec

- u = flèche dans la direction x ;
- v = flèche dans la direction y ;
- w = allongement de la fibre neutre dans la direction z ;
- $\geq \theta_x$  = rotation de la section autour de l'axe des x ;
- $\geq \theta_{\rm v}$  = rotation de la section autour de l'axe des y ;
- E = module d'Young ;
- S = aire de la section droite ;
- I<sub>x</sub> = inertie autour de l'axe des x ;
- ightarrow I<sub>v</sub> = inertie autour de l'axe des y.

La dérivée des équations de comportement et leur combinaison aux équations d'équilibre donnent les équations différentielles de la ligne élastique du pieu.

• Compression/traction :

$$\mathrm{ES}\frac{\mathrm{d}^2 \mathrm{w}}{\mathrm{d}z^2} + \mathrm{R} = 0 \tag{9}$$

• Flexion x-z :

$$EI_y \frac{d^4 u}{dz^4} - P = 0 \tag{10}$$

• Flexion y-z :

$$\mathrm{EI}_{\mathrm{x}}\frac{\mathrm{d}^{4}\mathrm{v}}{\mathrm{d}z^{4}} - \mathrm{Q} = 0 \tag{11}$$

Les densités de charge P, Q et R (ou les pressions de réaction p, q, r) sont supposées, dans leur forme la plus générale, être fonctions du déplacement relatif sol-pieu. Les courbes de réaction (interaction sol-pieu) sont donc données par les expressions suivantes :

$$P = f_1 (u-f) \quad Q = f_2 (v-g) \quad R = f_3 (w-h)$$
 (12)

avec f, g et h les trois composantes du déplacement propre du sol. Les fonctions f<sub>i</sub> sont linéarisées par morceaux :

$$\mathbf{f}_{i}\left(\boldsymbol{\xi}\right) = \mathbf{a}_{i}^{j} + \mathbf{b}_{i}^{j} \cdot \boldsymbol{\xi} \tag{13}$$

où j est le segment de droite considéré et  $\xi$  le déplacement relatif sol-pieu.

La figure 1 montre une courbe de réaction linéaire par morceaux, telle qu'elle est prise en compte par le logiciel GOUPIL. La courbe de réaction ou de transfert de charge représente soit la courbe de mobilisation de la réaction transversale (P ou Q : courbe dite « p-y » dans la littérature internationale), soit la courbe de mobilisation du frottement axial (R : courbe dite « t-z » dans la littérature internationale).



Par la suite, on se restreindra au cas où les déplacements propres du sol sont nuls (f = g = h = 0) et on considérera les courbes de réaction (ou courbes de mobilisation des efforts) : P-u (ou p-u) ; Q-v (ou q-v) et R-w (ou r-w).

# **GOUPEG :** CALCUL DES GROUPES AVEC PRISE EN COMPTE DE L'INTERACTION PIEU-SOL-PIEU

L'interaction entre les pieux n'est pas calculée automatiquement par GOUPIL. Elle peut cependant être introduite « manuellement » par l'utilisateur du logiciel en termes de facteurs de pondération (empiriques) appliqués sur les courbes de réaction.

Le logiciel GOUPEG [3, 4] permet la prise en compte automatique de l'effet de groupe dans le programme GOUPIL, en appliquant des facteurs correcteurs déterminés à partir des équations de Mindlin [2]. Ainsi GOUPEG utilise un modèle de type hybride [5] qui comprend un calcul fondé sur la méthode des fonctions de transfert de charge ou courbe de réaction (GOUPIL) et un autre fondé sur la théorie de l'élasticité (équations de Mindlin).

### Hypothèses

Dans leur formulation générale, les équations de Mindlin expriment une solution aux équations élastiques tridimensionnelles valables dans un massif semi-infini, homogène et isotrope, ceci pour une force ponctuelle agissant à l'intérieur de ce massif. Dans GOUPEG, ces équations sont utilisées pour déterminer l'interaction entre les pieux du groupe.

# Équations de Mindlin

Les résultats fournis par GOUPIL donnent les déplacements des tronçons des pieux du groupe ainsi que les efforts qu'ils induisent dans le sol. On assimile le frottement axial et la réaction transversale du sol sur le tronçon i d'un pieu à des forces ponctuelles, verticale et radiale,  $P_{iz}$  et  $P_{ir}$  ( $P_{ix}$  et/ou  $P_{iy}$ ) appliquées au centre du tronçon. Ces forces  $P_i$  induisent, selon les équations de Mindlin, des déplacements et des contraintes sur les tronçons des autres pieux de ce groupe (Fig. 2). L'interaction est uniquement calculée entre tronçons de pieux différents.

Ainsi, une charge verticale P<sub>iz</sub>, appliquée au centre du tronçon i du pieu I, induit sur le tronçon j d'un pieu J :

• des déplacements respectivement selon les axes x, y et z :

$$\delta u_{z} = \frac{P_{iz}x}{16\pi G(1-\nu)} \left[ \frac{z-c}{R_{1}^{3}} + \frac{(3-4\nu)(z-c)}{R_{2}^{3}} - \frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{R_{2}(R_{2}+z+c)} + \frac{6cz(z+c)}{R_{2}^{5}} \right]$$
(14)

$$\delta v_{z} = \frac{P_{iz}y}{16\pi G(1-\nu)} \left[ \frac{z-c}{R_{1}^{3}} + \frac{(3-4\nu)(z-c)}{R_{2}^{3}} - \frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{R_{2}(R_{2}+z+c)} + \frac{6cz(z+c)}{R_{2}^{5}} \right]$$
(15)

$$\delta w_{z} = \frac{P_{iz}}{16\pi G(1-\nu)} \left[ \frac{3-4\nu}{R_{1}} + \frac{8(1-\nu)^{2} - (3-4\nu)}{R_{2}} + \frac{(z-c)^{2}}{R_{1}^{3}} + \frac{(3-4\nu)(z+c)^{2} - 2cz}{R_{2}^{3}} + \frac{6cz(z+c)^{2}}{R_{2}^{5}} \right]$$
(16)

BULLETIN DES LABORATOIRES DES PONTS ET CHAUSSÉES - 260 JANVIER-FÉVRIER-MARS 2006 - RÉF. 4539 - PP. 55-68



□ Figure 2 Application des équations de Mindlin au cas des pieux en interaction.

• et des contraintes respectivement selon les axes x, y et z :

$$\delta\sigma_{x} = \frac{P_{iz}}{8\pi(1-\nu)} \left[ \frac{(1-2\nu)(z-c)}{R_{1}^{3}} - \frac{3x^{2}(z-c)}{R_{1}^{5}} + \frac{(1-2\nu)[3(z-c)-4\nu(z+c)]}{R_{2}^{3}} - \frac{3(3-4\nu)x^{2}(z-c)-6c(z+c)[(1-2\nu)z-2\nuc]}{R_{2}^{5}} - \frac{30cx^{2}z(z+c)}{R_{2}^{7}} - \frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{R_{2}(R_{2}+z+c)} \left( 1 - \frac{x^{2}}{R_{2}(R_{2}+z+c)} - \frac{x^{2}}{R_{2}^{2}} \right) \right]$$

$$\delta\sigma_{y} = \frac{P_{iz}}{8\pi(1-\nu)} \left[ \frac{(1-2\nu)(z-c)}{R_{1}^{3}} - \frac{3y^{2}(z-c)}{R_{1}^{5}} + \frac{(1-2\nu)[3(z-c)-4\nu(z+c)]}{R_{2}^{3}} - \frac{3(3-4\nu)y^{2}(z-c)-6c(z+c)[(1-2\nu)z-2\nuc]}{R_{2}^{5}} - \frac{30cy^{2}z(z+c)}{R_{2}^{7}} - \frac{30cy^{2}z(z+c)}{R_{2}^{7}} - \frac{4(1-\nu)(1-2\nu)\left(1-\frac{y^{2}}{R_{2}^{5}} - \frac{y^{2}}{2}\right) \right]$$
(17)

$$-\frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{R_2(R_2+z+c)} \left(1 - \frac{y^2}{R_2(R_2+z+c)} - \frac{y^2}{R_2^2}\right)\right]$$
(18)

$$\delta\sigma_{z} = \frac{P_{iz}}{8\pi(1-\nu)} \left[ -\frac{(1-2\nu)(z-c)}{R_{1}^{3}} + \frac{(1-2\nu)(z-c)}{R_{2}^{3}} - \frac{3(z-c)^{3}}{R_{1}^{5}} - \frac{3(3-4\nu)z(z+c)^{2} - 3c(z+c)(5z-c)}{R_{2}^{5}} - \frac{30cz(z+c)^{3}}{R_{2}^{7}} \right]$$
(19)

avec

>  $R_1$ ,  $\sqrt{r^2 + (z-c)^2}$ ; >  $R_2$ ,  $\sqrt{r^2 + (z+c)^2}$ ; x, y, z, coordonnées du point où sont calculés les déplacements, respectivement selon les axes « x », « y », « z » dans le repère de Mindlin ;

c, profondeur par rapport à la surface du sol, du point d'application de la force ponctuelle P<sub>iz</sub>;

r, distance, dans le plan horizontal, entre le point d'application de la force P<sub>iz</sub> et le point où sont calculés les déplacements ;

G, module de cisaillement du sol ;

v, coefficient de Poisson.

De la même manière, Mindlin fournit la solution pour les déplacements et les contraintes induits par une force horizontale selon l'axe x ( $P_{ix}$ ), ou selon l'axe y ( $P_{iy}$ ).

## Méthode et critères d'application

Dans le programme GOUPEG, les équations de Mindlin sont utilisées pour calculer automatiquement les facteurs correcteurs qui simulent l'interaction entre les pieux (effet de groupe). On distingue deux types de facteurs correcteurs des courbes de réaction [5] :

- les facteurs de déplacement, dits facteurs « y », appliqués aux déplacements u, v et w ;
- les facteurs de contrainte, dits facteurs « p », appliqués à la pression de réaction p et q ou r.

#### Facteurs de déplacement

Pour les déplacements induits, on calcule pour chaque tronçon j du pieu J la somme des déplacements élémentaires induits par les tronçons des autres pieux du groupe :

$$\delta u_{Jj} = \sum_{\substack{I=1\\I\neq J}}^{npieu} \sum_{n=1}^{ntronc(I)} \delta u_{In}$$
(20)

avec

> ntronc(I), le nombre de tronçons dans le pieu I ;

 $\succ$  δu<sub>In</sub>, la somme des déplacements induits, dans la direction u, par les composantes de la force ponctuelle P (P<sub>ix</sub>, P<sub>iy</sub>, P<sub>iz</sub>) appliquée au milieu du tronçon i :

$$\delta u_{\text{In}} = \sum_{k=x,y,z} \delta u_k \tag{21}$$

Les valeurs de δu<sub>k</sub> sont données par les équations de Mindlin.

Soit  $(u_{Jj})_0$  le déplacement propre initial du tronçon j du pieu J du groupe, calculé sans tenir compte de l'interaction (l'indice 0 est relatif au numéro de l'itération). On définit ainsi le facteur déplacement (multiplicatif) Coef $(u_{Jj})_1$ , pour la première itération comme le rapport de la somme de  $(u_{Jj})_0$  et du déplacement supplémentaire induit, calculé par les équations de Mindlin  $(\delta u_{Jj})_1$  (avec les forces de l'itération 0), au déplacement  $(u_{Jj})_0$ :

$$\operatorname{Coef}\left(u_{Jj}\right)_{1} = \frac{\left(u_{Jj}\right)_{0} + \left(\delta u_{Jj}\right)_{1}}{\left(u_{Jj}\right)_{0}}$$
(22)

Les facteurs déplacements sont appliqués sur les courbes de réaction transversale p-u (ou q-v) et sur les courbes de frottement axial r-w, comme le montre la figure 3.

L'équation (22) est établie en supposant que  $(u_{J_j})_0$  et  $(\delta u_{J_j})_1$  ont le même sens. Cependant, si les deux déplacements sont dans des sens opposés, l'éffet du facteur de déplacement sera « rigidificateur » comparé à un pieu isolé équivalent. L'équation (22) ne sera plus applicable, surtout si la valeur absolue de  $(\delta u_{J_j})_1$  est égale ou excède celle de  $(u_{J_j})_0$ , car dans ce dernier cas le facteur deviendrait négatif. Le facteur suivant est alors appliqué dans le cas où le déplacement initial et le déplacement induit sont de sens opposés [5] :

$$\operatorname{Coef}\left(u_{Jj}\right)_{1} = \frac{\left|\left(u_{Jj}\right)_{0}\right|}{\left|\left(u_{Jj}\right)_{0}\right| + \left|\left(\delta u_{Jj}\right)_{1}\right|}$$
(23)



**Figure 3** Application du facteur de déplacement sur les courbes de réaction.

Le déplacement initial  $(u_{Jj})_0$  des tronçons proches de la pointe est relativement faible, comparé au déplacement induit  $(\delta u_{Jj})_1$ , ce qui implique un facteur de déplacement « rigidificateur » proche de zéro. Afin d'éviter le cas de facteurs de déplacement très petits, ce qui rendrait les calculs trop complexes, on a choisi de limiter, dans GOUPEG, cette rigidification des courbes de réaction par une valeur minimale de 0,5 du facteur de déplacement :

$$\operatorname{Coef}(u_{\mathrm{li}}) \ge 0,5 \tag{24}$$

La figure 4 montre le principe de l'application du facteur de déplacement « rigidificateur » sur la courbe de mobilisation du frottement axial (cas rencontré lors de l'application d'un effort horizontal).



#### Figure 4

Application du facteur de déplacement « rigidificateur » sur les courbes de réaction selon le modèle d'O'Neill et al. [5].

#### Facteurs de contrainte

Dans le cas des groupes de pieux ou de micropieux chargés transversalement, l'effet d'ombre sur les éléments « arrière » implique également une réduction de la pression ultime. Cette réduction n'est pas prise en compte par les facteurs de déplacement qui agissent uniquement sur la pente de la courbe de réaction sans toucher à la réaction limite ou palier de la courbe. Afin de tenir compte de cette réduction, des facteurs de contrainte (facteurs « p ») sont appliqués sur les paliers des courbes de réaction transversale p-u (et q-v) [4].

Le calcul des facteurs de contrainte est analogue à celui des facteurs de déplacement. Le facteur correcteur de la contrainte est donné par l'équation suivante :

$$\operatorname{Coef}\left(\sigma_{\mathrm{J}_{j}}\right)_{1} = \frac{\left(\sigma_{\mathrm{J}_{j}}\right)_{0} - \left(\delta\sigma_{\mathrm{J}_{j}}\right)_{1}}{\left(\sigma_{\mathrm{J}_{j}}\right)_{0}} \le 1$$

$$(25)$$

avec

- $\succ$  ( $\sigma_{ij}$ )<sub>0</sub>, la contrainte initiale du tronçon j du pieu J ;
- $\succ$  ( $\delta \sigma_{ji}$ )<sub>1</sub>, la contrainte induite.

La figure 5 montre l'application du facteur de contrainte sur une courbe de réaction transversale.

Si la contrainte initiale et la contrainte induite sont de signes opposés, le facteur sera pris égal à 1 (le palier est inchangé). Il en sera de même lorsque la contrainte induite est supérieure à la contrainte initiale. Ce dernier cas est généralement observé pour les faibles contraintes en profondeur.



Application du facteur de contrainte sur les courbes de réaction.

**G** Figure 6

Application simultanée des facteurs de déplacement « y » et de contrainte « p » sur la courbe de réaction.



#### **TABLEAU I**

#### Valeurs des facteurs modificateurs des courbes de réaction, selon le type de chargement

| Type de<br>chargement | Facteur de déplacement                   |  |                    |  |  |                    | Facteur de contrainte     |                     |   |
|-----------------------|--|--|--------------------|--|--|--------------------|---------------------------|---------------------|---|
|                       | Courbe « p-u » ou « q-v »                |  |                    | Courbe « r-w »                           |  |                    | Courbe « p-u » ou « q-v » |                     |   |
|                       | u <sub>0</sub> et δu<br>de même<br>signe | u <sub>0</sub> et δu<br>de signes<br>opposés | u <sub>0</sub> = 0 | w <sub>0</sub> et δw<br>de même<br>signe | w <sub>0</sub> et δw<br>de signes<br>opposés | w <sub>0</sub> = 0 | $σ_0$ et δσ de même signe |                     | $\sigma_0 et  \delta \sigma$<br>de signes |
|                       |  |  |                    |  |  |                    | σ <sub>0</sub> < δσ       | σ <sub>0</sub> > δσ | opposes                                   |
| Vertical              | Éq. 22                                   | Éq. 23                                       | 1                  | Éq. 22                                   | 1  | 1                  | 1                         | 1* ou<br>Éq. 25**   | 1   |
| Horizontal            | Éq. 22                                   | Éq. 23                                       | 1                  | Éq. 22                                   | Éq. 23                                       | 1                  | 1                         | Éq. 25              | 1   |

\* Pour le cas des micropieux verticaux.

\*\* Pour le cas des micropieux inclinés.

Dans le cas d'un groupe de pieux verticaux, chargé axialement, les facteurs « p » qui résultent de l'interaction transversale entre les pieux sont négligeables. Les facteurs de contrainte ne sont appliqués que pour des groupes de micropieux verticaux chargés horizontalement ou pour des réseaux de micropieux inclinés sous chargement quelconque. La figure 6 montre un exemple d'application simultanée du facteur de déplacement « y » et du facteur de contrainte « p ».

Le tableau I résume les conditions d'applications des facteurs correcteurs des courbes de réaction, ainsi que les équations ou les valeurs correspondantes telles qu'elles sont adoptées dans la version la plus récente de GOUPEG [6].

## Prise en compte de l'inclinaison des micropieux

Dans la pratique actuelle de la méthode de calcul en déplacement, les logiciels de calcul des groupes de pieux ou de micropieux traitent des sollicitations au sein des pieux en représentant le sol, soit par les courbes « t-z » et « q-z » pour un chargement vertical, soit par les courbes « p-y » pour un chargement horizontal. Cette pratique est correcte pour des micro(pieux) verticaux mais, dans le cas des micropieux inclinés, elle ignore la contribution de la réaction du sol dans la direction orthogonale à la direction prépondérante. Dans ce dernier cas, un chargement vertical ou horizontal sur un

micropieu incliné génère en effet à la fois une mobilisation des efforts de frottement axial (selon « t-z ») et de réaction en pointe (selon « q-z »), ainsi que de réaction transversale (selon « p-y »).

Le logiciel GOUPEG, quant à lui, permet la prise en compte des sollicitations tridimensionnelles le long des micropieux inclinés, au moyen d'un processus de calcul faisant intervenir systématiquement les courbes « t-z », « q-z » et « p-y ».

En ce qui concerne le calcul des interactions entre les micropieux au sein d'un réseau, les équations de Mindlin sont valables pour une force ponctuelle perpendiculaire ou parallèle à la surface horizontale du massif (semi-infini) modélisant le sol. Dans le cas du calcul de l'interaction entre les pieux verticaux d'un groupe, on assimile le frottement axial à une force ponctuelle verticale (selon l'axe du pieu) perpendiculaire à la surface du sol. La réaction transversale est, quant à elle, assimilée à une force ponctuelle horizontale parallèle à la surface du sol. Dans le cas des micropieux inclinés, les efforts de frottement axial et de réaction transversale ne résultent pas en des forces ponctuelles perpendiculaires ou parallèles à la surface du massif semi-infini. Une projection de ces forces, dans un autre repère (O"  $X_M Y_M Z_M$ ), ou repère de Mindlin, est effectuée, permettant ainsi d'obtenir des forces verticales.

Le processus de calcul de GOUPEG fait intervenir trois repères différents : le repère global  $(OX_GY_GZ_G)$ , le repère local  $(O' X_LY_LZ_L)$  et le repère de Mindlin. Ces trois repères sont présentés sur la figure 7.

Le repère global (OX<sub>G</sub>Y<sub>G</sub>Z<sub>G</sub>) est relatif à tout le groupe. L'origine de ce repère correspond au point d'application des efforts ou des déplacements sur le chevêtre, appelé par commodité « centre du chevêtre ». Ses trois axes forment un repère orthonormé direct : l'axe OZ<sub>G</sub> est vertical et orienté vers le haut, les axes OX<sub>G</sub> et OY<sub>G</sub> étant dans le plan horizontal parallèle à la surface du sol.

Le repère local (O'  $X_L Y_L Z_L$ ) est relatif à chaque pieu. Il est orthonormé direct, ayant son origine situé en tête de pieu. L'axe O'  $Z_L$  est orienté, selon l'axe du pieu, de la pointe vers la tête. Les différents calculs des matrices de transfert et de rigidité (calculs GOUPIL) sont effectués dans ces repères. Les courbes de réaction du sol sont également exprimées en fonction des déplacements mesurés dans le repère local du pieu correspondant.

Le repère de Mindlin (O"  $X_M Y_M Z_M$ ) est relatif aux forces ponctuelles localisées au milieu des tronçons. Ce repère orthonormé direct est centré au niveau de la surface du sol et son axe O"  $Z_M$  passe par le point d'application de la force ponctuelle, et est orienté vers le bas selon la direction verticale. Les équations de Mindlin sont résolues dans ce repère.



**Figure 7** Les trois repères du programme GOUPEG.

## VALIDATION DU PROGRAMME GOUPEG

## Application au cas des essais de Saint-Rémy-lès-Chevreuse

La figure 8 montre la disposition du réseau élémentaire n° 1 (double chevalet de micropieux) réalisé dans le sable du site expérimental du CEBTP à Saint-Rémy-lès-Chevreuse dans le cadre du projet

national FOREVER [7, 8]. Le réseau élémentaire n° 1 est constitué de micropieux divergents (sans croisement entre eux). Les micropieux ont une longueur D = 5 mètres.

Deux autres réseaux élémentaires ont été testés sur le site du CEBTP à Saint-Rémy-lès-Chevreuse, avec des micropieux présentant un entrecroisement dans le sol. Ces réseaux, soumis à des chargements verticaux et/ou horizontaux, sont également sollicités en torsion notamment à cause de la géométrie du chevêtre auquel est appliqué le chargement. La modélisation et la prise en compte de la torsion dans le logiciel GOUPEG ne faisant pas l'objet du présent article, ces deux réseaux élémentaires ne seront pas traités ci-dessous.

Les essais pressiométriques réalisés sur le site du CEBTP fournissent les résultats suivants (valeurs moyennes des mesures) : pression de fluage  $p_f = 0.25$  MPa ; pression limite  $p_{LM} = 0.4$  MPa ; module pressiométrique  $E_M = 5$  MPa.

Il n'existe aucune méthode de détermination des courbes de réaction du sol propre au calcul des micropieux inclinés. On adopte donc, pour cette étude, les courbes de réaction recommandées pour des micropieux verticaux.



# Choix des courbes de réaction et valeurs des paramètres de calcul

### Courbe de réaction transversale

La courbe de réaction transversale est donnée par le Fascicule 62-Titre V [9], sous la forme d'une fonction linéaire par morceaux ayant comme paramètres la pression de fluage  $p_f$  (contrainte limite admise pour des sollicitations dominantes de courte durée en tête de pieux) et le module de réaction égal à  $2 \times E_s$ . La pression de fluage  $p_f$  est donnée directement par les résultats des essais pressiométriques réalisés sur le site. Le module  $E_s$  est calculé à partir du module pressiométrique  $E_M$ . On en déduit  $E_s = 13,75$  MPa (avec  $\alpha = 1/3$  pour le sable).

Pour les couches superficielles ( $z \le z_c$ ), le module de réaction du sol et la valeur du palier de la courbe de réaction sont minorés. La profondeur  $z_c$  est définie par le Fascicule 62 comme étant égale à quatre fois le diamètre B des micropieux (ici  $z_c = 40$  cm) pour les sols frottants. Ainsi pour  $z < z_{cr}$  le palier de la courbe de réaction et le module de réaction sont réduits en les multipliant par le facteur 0,5  $(1 + z/z_c)$ .

### Courbes de frottement axial et de mobilisation des efforts en pointe

La loi de mobilisation du frottement axial du sol utilisée ici est déterminée à partir du module pressiométrique  $E_{M'}$  et de la contrainte de frottement axial limite  $q_s$ . Cette relation entre la contrainte de frottement axial et le tassement w est donnée par une fonction trilinéaire. La valeur retenue pour  $q_s$  est de 20 kPa pour une pression limite  $p_{LM} = 0.4$  MPa (courbe  $Q_1$  du Fascicule 62 pour les pieux forés dans des sables lâches de catégorie A :  $p_{LM} < 0.5$  MPa).

La loi de mobilisation des efforts verticaux en pointe du pieu est déterminée à partir du module pressiométrique  $E_M$  et de la résistance limite en pointe  $q_p$ . Selon le Fascicule 62, la réaction limite en pointe  $q_p$  est de 3,1 kPa, pour une pression limite  $p_{LM} = 0,4$  MPa. La pente  $K_p$  de la courbe « q-z » est égale à 11  $E_M$ /B pour des pieux forés [10].

#### Coefficient de Poisson v et module de cisaillement G

La prise en compte des interactions entre les micropieux, par application des équations de Mindlin et des coefficients modificateurs des courbes de réaction, fait intervenir le module de cisaillement G et le coefficient de Poisson v. Le coefficient de Poisson v est pris égal à 0,3 pour le sable moyennement dense du site de Saint-Rémy-lès-Chevreuse. Le module de cisaillement G adopté est égal à 5,77 MPa (pour  $E_M = 5$  MPa) [4].

## Comparaison des résultats des calculs par GOUPEG aux mesures

On présente les résultats des calculs du réseau de quatre micropieux, sans croisement entre eux (Réseau 1), fournis par GOUPEG, et on compare la courbe de chargement mesurée aux résultats des calculs. On compare également les courbes de chargement vertical et horizontal, obtenues par GOUPEG, du réseau en double chevalet avec un groupe équivalent « fictif » de quatre micropieux verticaux.

Sous charge verticale, la courbe de chargement mesurée en tête du réseau élémentaire est comparée aux résultats de calculs par GOUPEG pour deux valeurs du frottement axial limite  $q_s$  (Fig. 9). Ainsi, pour  $q_s$  égale à 20 kPa (selon les recommandations du Fascicule 62-Titre V, 1993), la courbe de chargement calculée surestime largement le tassement en tête. La courbe de chargement calculée, avec  $q_s$  égal à la moyenne mesurée lors des essais (40 kPa), est proche des mesures, indiquant notamment une bonne raideur initiale du réseau de micropieux.



#### **G** Figure 9

Comparaison des mesures et des calculs des courbes de chargement vertical du réseau en double chevalet. La comparaison des mesures et des calculs du réseau en forme de double chevalet soumis à un chargement horizontal en tête est présentée sur la figure 10 (courbes de charge-déplacement du centre du chevêtre). On note que le calcul par GOUPEG reproduit la courbe de chargement pour des petites valeurs de l'effort appliqué en tête. Pour des efforts supérieurs à 30 kN, les calculs montrent un comportement nettement plus raide que celui donné par les mesures. Cet écart obtenu pour des grands déplacements serait vraisemblablement et en partie dû à la fissuration du coulis des micropieux qui s'est développée lors du chargement des réseaux sur le site du CEBTP et qui a été relevée lors de l'excavation du site après la réalisation des essais de chargement.



# Comparaison avec un groupe équivalent de quatre micropieux verticaux sous chargement vertical

Afin de déterminer l'effet d'inclinaison des micropieux au sein d'un réseau, on a comparé le comportement du réseau élémentaire, étudié ci-dessus, à celui d'un groupe équivalent de quatre micropieux, et dont la seule variante par rapport au réseau est la verticalité de ses éléments (inclinaison des micropieux égale à zéro), toutes caractéristiques égales par ailleurs. La figure 11 compare les courbes de chargement vertical, obtenues par GOUPEG, pour le réseau et pour le groupe équivalent. On y relève un résultat intéressant concernant l'effet d'inclinaison des micropieux : alors que cette inclinaison ne joue pas dans la partie initiale de la courbe de chargement, la rupture est obtenue pour 240 kN dans le cas du groupe de micropieux verticaux et dépasse 400 kN dans le cas des quatre micropieux inclinés. Cette différence de comportement est justifiée par une mobilisation de la butée du sol perpendiculairement à l'axe des micropieux. Il faut cependant noter que les essais en vraie grandeur, réalisés sur le site de Saint-Rémy-lès-Chevreuse, indiquent, au contraire, un comportement meilleur pour le groupe que pour le réseau élémentaire.

La portance verticale du réseau élémentaire déterminée par les résultats des calculs GOUPEG dépasse celle du groupe équivalent en mobilisant la butée du sol par flexion des micropieux. La flexion des micropieux inclinés chargés verticalement est également signalée par plusieurs auteurs, dont Kulhawy et Mason [11] ainsi que Zhang et *al.* [12]. Ces derniers auteurs ont réalisé des essais de chargement vertical de réseaux et de groupes de micropieux ( $3 \times 3$  et  $4 \times 4$ ) en centrifugeuse ainsi qu'une étude numérique par éléments finis. L'étude numérique conclut que la capacité portante (ou raideur totale) d'un réseau de micropieux (sous charge verticale) est légèrement plus importante que celle d'un groupe équivalent pour un tassement inférieur à 10 mm. Au-delà de cette valeur, la capacité portante du réseau devient sensiblement plus grande que celle du groupe. Ces résultats furent retrouvés pour deux valeurs de l'indice de densité du sable utilisé en centrifugeuse : 36 et 55 %.



#### **Given States Figure 11**

Comparaison des résultats des courbes de chargement vertical du réseau en double chevalet et du groupe équivalent de quatre micropieux verticaux.

# *Comparaison avec un groupe équivalent de quatre micropieux verticaux sous chargement horizontal*

La figure 12 compare les courbes de chargement horizontal, obtenues par GOUPEG, pour le réseau en double chevalet et le groupe équivalent de quatre micropieux verticaux. Les efforts horizontaux sont repris en partie par les frottements axiaux le long des micropieux inclinés, ce qui procure au réseau une meilleure résistance au chargement horizontal que le groupe. Ce comportement est conforme à celui observé sur le site de Saint-Rémy-lès-Chevreuse.



# **CONCLUSION**

Le programme GOUPEG utilise un modèle de type hybride : il couple l'approche par fonctions de transfert de charge pour le calcul des pieux et micropieux avec la théorie du continuum élastique (équations de Mindlin) pour calculer les interactions entre eux. Ce programme présente plusieurs avantages notamment en terme de rapidité des calculs et il fournit des résultats assez détaillés et précis sur le comportement du groupe et sur les sollicitations internes dans les micropieux. Cependant, l'interaction entre les micropieux, introduite à travers des déplacements et des contraintes induits par les autres micropieux, donne toujours un effet de groupe négatif (à propriétés du sol égales).

Le calcul par GOUPEG du réseau élémentaire de quatre micropieux (en double chevalet divergent) de Saint-Rémy-lès-Chevreuse, sous chargement vertical et horizontal, fournit plusieurs résultats intéressants sur le comportement des micropieux inclinés dans un groupe. Sous chargement vertical, en comparant les résultats des calculs GOUPEG et les mesures, on note que la courbe de chargedéplacement en tête du réseau élémentaire est correctement reproduite lorsque l'on utilise les valeurs mesurées du frottement axial limite.

La comparaison des courbes de chargement horizontal du réseau élémentaire et du groupe équivalent de quatre micropieux verticaux montre un comportement plus rigide du réseau que celui du groupe. Sous chargement horizontal en tête, les micropieux inclinés reprennent en effet une partie de cette charge par frottement axial. Ce résultat correspond bien aux observations obtenues sur le site du CEBTP.

Les calculs par GOUPEG aboutissent à une meilleure compréhension du comportement des micropieux inclinés. Il faut noter, cependant, que l'effet d'enserrement du sol n'est pas pris en compte, car l'interaction sol-micropieu est représentée par des ressorts indépendants (théorie de Winkler) et les interactions entre les micropieux sont de type mécanique simple.

Les principaux inconvénients de la méthode des fonctions de transfert de charge utilisée dans le cadre de cette étude sont d'ignorer l'effet d'enserrement du sol entre les micropieux, ainsi que l'effet de la mise en place des micropieux dans le sol. L'utilisation de la méthode des éléments finis pourrait fournir un complément intéressant à cette étude, notamment pour mieux « visualiser » et prendre en considération ces deux phénomènes.

**RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES** 

- [1] DEGNY E., ROMAGNY J.-C., Calcul des efforts et déplacements dans les groupes de pieux : le programme GOUPIL, *Bulletin de liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, **162**, juillet-août **1989**, pp. 3-12.
- [2] MINDLIN R., Force at a point in the interior of a semi-infinite solid, *Physics*, vol. **7**, **1936**, pp. 195-202.
- [3] MALÉKI K., FRANK R., Une approche pour le calcul des groupes de micropieux chargés axialement. *Comptes rendus du 14<sup>e</sup> Congrès international de Mécanique des Sols et des Travaux de Fondations*, Hambourg, 6-12 septembre, Balkema, vol. **2, 1997**, pp. 1107-1110.
- [4] PERLO S., Étude numérique par l'approche hybride des groupes de pieux, Thèse de doctorat de l'École nationale des ponts et chaussées, **2003**, 212 pages.
- [5] O'NEILL M., GHAZZALY O., HA H., Analysis of three dimensional pile groups with non-linear soil response and pile-soil-pile interaction, *Proceeding of the 9<sup>th</sup> offshore technology conference*, Houston, Texas, **1977**, pp. 245-256.
- [6] ESTEPHAN R., *Contributions aux méthodes de calcul des groupes et des réseaux de micropieux*, Thèse de doctorat de l'École nationale des ponts et chaussées, **2003**, 305 pages.
- [7] GANGNEUX P., PLUMELLE C., *Expérimentation en vraie grandeur de réseaux de micropieux*. *Exécution des micropieux*, Rapport interne du P. N. Forever N° FO/96/09, **1997** (cité par Cyna et *al.*, 2004).
- [8] CYNA H., SCHLOSSER F., FRANK R., PLUMELLE C., ESTEPHAN R., ALTMAYER F., GOULESCO N., JURAN I., MAUREL C., SHAHROUR I., VEZOLE P., Synthèse des résultats et recommandations du Projet national sur les micropieux FOREVER, Opération du Réseau Génie Civil et Urbain, IREX, Presses de l'École nationale des ponts et chaussées, Paris, mai 2004, 347 pages.
- [9] MELT, *Fascicule 62-Titre V* : *Règles techniques de conception et de calcul des fondations des ouvrages de génie civil,* Centre des techniques d'ouvrage d'art, Cahier de clauses techniques générales applicables aux marchés publics de travaux, Ministère de l'Equipement, du Logement et des Transports, **1993.**
- [10] FRANK R., ZHAO S.R., Estimation par les paramètres pressiométriques de l'enfoncement sous charge axiale de pieux forés dans des sols fins, *Bulletin de liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, 119, 1982, pp. 17-24.
- [11] KULHAWY F., MASON J., Experimental design and work plan to study the effectiveness of reticulated micropile groups – Part 1 : technical issues, FHWA – US department of transportation. Order N° DTFH61-95-0-00777, 1995.
- [12] ZHANG L., MC VAY M.C., LAI P., Centrifuge testing of vertically loaded battered pile groups in sand, *Geotechnical testing journal*, vol. 21, 4, 1998, pp. 281-288.