

# Incertitudes des mesures par gammadensimétrie sur des éprouvettes en béton

Géraldine VILLAIN\*  
Mickaël THIÉRY

Laboratoire Central des Ponts et Chaussées

## RÉSUMÉ

La gammadensimétrie est une méthode de mesure de la densité de différents matériaux ainsi de la porosité et de la teneur en eau d'éprouvettes. Cette étude analyse les causes d'erreur et détermine les corrections puis les incertitudes de mesure de la densité, en condition saturée ou non. On montre ici que les causes d'erreur prépondérantes sur la mesure de la densité sont, pour chaque hauteur de mesure, la répétabilité, le caractère aléatoire de l'émission radioactive et la précision du coefficient d'absorption. En outre, le caractère hétérogène du matériau est une cause d'erreur majeure sur la valeur moyenne de la densité. On évalue ensuite les incertitudes sur diverses mesures : variation relative de densité entre deux déterminations successives, porosité et taux de saturation d'une éprouvette de béton auscultée à une hauteur donnée. Pour déterminer l'incertitude sur ces dernières caractéristiques, il est nécessaire de tenir compte des corrélations entre les mesures successives par gammadensimétrie. Les causes d'erreur prépondérantes sont alors la répétabilité et le caractère aléatoire de l'émission radioactive.

DOMAINE : Ouvrages d'art.

## ABSTRACT

UNCERTAINTY OF GAMMADENSIMETRY MEASUREMENTS ON CONCRETE SPECIMENS

Gammadensimetry is a method for measuring the density of various materials as well as the porosity and water content of specimens. This study will analyze the causes of error and determine appropriate corrections, along with density measurement uncertainties under either saturated or unsaturated conditions. It will be shown that the predominant causes of density measurement error are, for each measurement height, repeatability, the random nature of radioactive emissions, and the accuracy of the absorption coefficient. Moreover, the heterogeneous characteristic of the material is as a major cause of error on the average density value. This article will then evaluate uncertainties on a number of distinct measurements: relative density variation between two successive determinations; porosity and saturation degree of a concrete specimen examined at a given height. In order to determine the level of uncertainty on such characteristics, it is necessary to take into account correlations between successive measurements by means of gammadensimetry. The most significant error causes thus prove to be repeatability and the random nature of radioactive emissions.

FIELD: Structural engineering.

## INTRODUCTION

Le banc de gammadensimétrie permet de mesurer de manière non destructive, en laboratoire, la densité et la porosité d'éprouvettes, ainsi que des teneurs en eau ou en dioxyde de carbone. Les références bibliographiques, comme les applications, sont indiquées dans l'article [1]. Jusqu'à présent, l'intervalle de confiance donné sur les mesures de densité des matériaux de génie civil était considéré comme tout à fait satisfaisant [2]. Cependant, pour des analyses plus fines par absorption des rayons gamma, comme la détermination des teneurs en eau ou en CO<sub>2</sub>, il devient nécessaire d'estimer plus correctement l'incertitude de ces mesures.

Suite à l'étude précédente [1], dans laquelle une évaluation d'une partie des incertitudes sur les mesures de densité par gammadensimétrie est proposée, il a semblé intéressant d'appliquer aux différentes mesures obtenues par gammadensimétrie une démarche d'évaluation et d'expression des incertitudes de mesures, décrite par M. Lecollinet [3] et fondée sur la norme NF ENV 13005 [4]. En effet, cette dernière méthode, très rigoureuse, présente l'avantage de quantifier la part de chaque cause d'erreur identifiée, de ne pas surévaluer l'incertitude globale en additionnant simplement les

\* Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC), 58 boulevard Lefebvre, 75732 Paris cedex 15, e-mail : geraldine.villain@lcpc.fr

valeurs absolues des composantes d'incertitude sur chaque paramètre et d'estimer les corrélations possibles entre différentes mesures.

L'objectif est d'analyser les causes d'erreur et de déterminer l'incertitude sur la densité, d'une part, ainsi que sur la porosité, le taux de saturation et la teneur en eau d'un béton soumis à un séchage ou encore la teneur en CO<sub>2</sub> ayant pénétré dans le béton lors d'une carbonatation accélérée, d'autre part. L'évaluation de l'incertitude sur ces grandeurs est plus complexe que sur la densité car, pour les obtenir, plusieurs essais de gammadensimétrie sont nécessaires à chaque fois que l'état de l'éprouvette évolue. L'évaluation de l'incertitude de ces grandeurs combinées implique donc une analyse des corrélations entre les mesures successives par gammadensimétrie.

Lors de la mesure, des erreurs peuvent se produirent. Certaines erreurs quantifiables se produisent systématiquement. Si elles influencent de manière significative le résultat de la mesure, comme on le verra par la suite, une correction peut être appliquée pour se rapprocher d'une valeur vraie. Le résultat de la mesure est une estimation de la valeur vraie et l'incertitude reflète la confiance avec laquelle on connaît les résultats.

Dans la première partie de cette analyse, les causes d'erreur lors de la mesure de la densité d'un béton saturé d'eau sont identifiées et les corrections possibles calculées. Dans la deuxième partie, l'incertitude sur la densité est évaluée et, enfin, dans la troisième partie, celles sur les grandeurs physiques sont calculées à partir de mesures successives de la densité, en prenant en compte les corrélations.

## IDENTIFICATION DES CAUSES D'ERREUR ET CORRECTIONS RÉALISÉES SUR LA MESURE DE LA DENSITÉ

Rappelons simplement que la gammadensimétrie est fondée sur l'absorption, par la matière, des rayons gamma émis par une source radioactive de Césium 137, ce qui permet de mesurer la densité  $\rho$  (en kg/m<sup>3</sup>) :

$$\rho = \frac{-1}{\mu \cdot x} \ln \left( \frac{N}{N_0} \right) = \frac{-1}{\mu \cdot x} \ln \left( \frac{C}{C_0} \right) \quad (1)$$

où  $N_0$  est le nombre de photons incidents dans l'air,  $N$  le nombre de photons ayant traversé l'éprouvette d'épaisseur  $x$  (en m) et  $\mu$  (en m<sup>2</sup>/kg) le coefficient d'absorption massique du matériau ausculté. La densité peut aussi être exprimée en fonction du taux de comptage  $C = N/t$ , sachant que, pour les essais réalisés, les comptages dans l'air et dans le matériau sont effectués pendant la même durée  $t$ .

Dans cette première partie, l'incertitude sur la densité  $\rho_{sat}$  d'un béton (B35) à l'état saturé sera évaluée.

### Causes d'erreur

Les causes d'erreur sur la mesure de la densité saturée d'une éprouvette cylindrique de béton B35 sont liées à la densité  $\rho$ , qui est la grandeur mesurée (appelée aussi mesurande), aux instruments de mesure, à la méthode de mesure, aux grandeurs d'influence et à l'opérateur. Les erreurs dues à l'opérateur ne sont pas analysées de manière spécifique dans cette étude, mais font partie des causes d'erreur de répétabilité dont l'incertitude est estimée plus loin.

Les causes d'erreur sur la densité  $\rho$  sont tout d'abord liées au matériau. En effet, le béton n'est pas homogène puisqu'il contient des granulats et des bulles d'air. En outre, il est également possible de tenir compte des retraits thermique et hydrique du matériau. Par ailleurs, pour éviter un séchage superficiel de l'éprouvette, cette dernière est étanchée par deux couches d'aluminium adhésif. La mesure de la densité de l'éprouvette sera donc directement affectée par cette protection en aluminium. Cependant, cette protection permet de s'affranchir pendant l'essai du séchage latéral qui pourrait constituer une cause d'erreur. Le séchage superficiel au niveau des faces planes est négligé pendant la durée de l'essai pour le béton étudié parce que les deux premiers millimètres ne sont pas auscultés et que le séchage n'atteint pas ces profondeurs pendant la durée de l'essai, généralement égale à 2 heures. Cela a été vérifié expérimentalement par pesées, réalisées avant et après les essais de gammadensimétrie [1]. Pour des matériaux très poreux qui seraient sensibles au séchage à des profondeurs plus importantes, il conviendrait toutefois d'en tenir compte.

Les instruments de mesure sont à l'origine d'autres erreurs. D'une part, le gammadensimètre est équipé d'une source radioactive dont l'émission est aléatoire et, d'autre part, la chaîne électronique de mesure, comme l'environnement dans lequel le gammadensimètre est placé, influence les résultats.

tats obtenus. On peut aussi prendre en compte la justesse du pied à coulisse qui permet de mesurer l'épaisseur  $x$  traversée et celle du thermohygrographe enregistrant la température  $T$  et l'humidité relative (HR) de la salle d'essai.

La méthode de mesure introduit ensuite diverses erreurs :

- sur l'épaisseur  $x$  de matériau traversé par les rayons gamma dues :
  - à l'intersection de l'éprouvette et du faisceau qui n'est pas un cylindre,
  - aux deux couches d'aluminium,
  - à l'excentrement de l'éprouvette cylindrique par rapport à l'axe du gammadensimètre,
- sur le coefficient d'absorption massique  $\mu_{\text{sat}}$  dues :
  - à l'incertitude des valeurs des coefficients d'absorption élémentaires donnés dans les tables,
  - à des écarts de composition du béton : quantité d'eau, de sable ou de ciment.

Cette dernière cause d'erreur sur le coefficient d'absorption massique inclut la petite variation de la teneur en eau lors de la saturation sous vide de l'éprouvette conservée pendant 90 jours en cure sous eau et l'erreur commise en assimilant  $\mu_{\text{sat}}$  et  $\mu_{\text{ini}}$  calculé à partir de la formulation du matériau [1]. L'écart, correspondant à l'impact de la saturation sous vide réalisée selon le mode opératoire préconisé dans [5], a été évalué par pesées successives [6]. Il en a été déduit que la correction qui doit être apportée à  $\mu_{\text{ini}}$  est de l'ordre de  $10^{-7} \text{ m}^2/\text{kg}$  et qu'elle peut donc être négligée par rapport à la précision avec laquelle les coefficients d'absorption sont donnés dans les tables.

Enfin, les conditions thermohygométriques dans lesquelles sont réalisés les essais jouent un rôle, mais on ne dispose pas d'étude paramétrique permettant de quantifier leur influence. Les essais de gammadensimétrie ont été réalisés dans une salle où la température est très stable. La température a en outre un impact négligeable sur la mesure. L'humidité relative de l'atmosphère influence l'absorption des photons dans l'air, mais pas l'absorption des photons par le bloc de béton. De plus, la durée de l'essai est courte par rapport à la vitesse de variation de l'humidité relative de la salle et l'absorption des rayons gamma dans l'air est mesurée systématiquement au début et à la fin de chaque essai sur béton. Les erreurs dues à ces grandeurs d'influence que sont la température et l'humidité relative sont donc négligées ici.

## Corrections proposées

Parmi les causes d'erreur identifiées précédemment, certaines sont significatives et peuvent fournir une correction pertinente du résultat de la mesure.

Les deux couches d'aluminium d'épaisseur  $e_{\text{alu}} = 5.10^{-5} \text{ m}$  et de masse volumique  $\rho_{\text{alu}} = 2700 \text{ kg/m}^3$  augmentent la masse volumique mesurée de l'éprouvette et un calcul de volume permet de corriger la densité de  $c_{\text{alu}} = 9,3.10^{-1} \text{ kg/m}^3$ , sachant qu'une bande d'aluminium de 0,75 m de long est utilisée :

$$c_{\text{alu}} = -(\rho_{\text{béton+alu}} - \rho) = \frac{V \cdot (m + m_{\text{alu}}) - m \cdot (V + V_{\text{alu}})}{V \cdot (V + V_{\text{alu}})} = \frac{-e_{\text{alu}} \cdot 0,75 \cdot (\rho_{\text{alu}} - \rho)}{\pi \cdot R^2 + e_{\text{alu}} \cdot 0,75} \quad (2)$$

avec  $\rho = \frac{m}{V}$  la densité du béton.

Systématiquement, l'inverse du taux de comptage  $C$  est corrigé par un coefficient  $\theta$  caractérisant l'environnement, la chaîne de mesure et les caractéristiques de la source vieillissante.  $1/C$  est remplacé par  $(1/C - \theta)$  et, de même,  $1/C_0$  est remplacé par  $(1/C_0 - \theta)$  avec  $\theta > 0$ . Cette correction est calculée annuellement par étalonnage sur un bloc étalon d'aluminium pur [2].

En ce qui concerne la méthode de mesure, les erreurs sur l'épaisseur traversée par le rayonnement gamma peuvent être corrigées.

Tout d'abord, assimiler l'intersection de l'éprouvette cylindrique (de rayon  $R$ ) et du faisceau (de rayon  $r$ ) à un cylindre revient à commettre une erreur du second ordre, dont le calcul est détaillé dans [1] et [6]. La correction sur  $x$  est égale à  $-r^2/4R = -4,1.10^{-5} \text{ m}$ .

Ensuite, l'épaisseur  $e_{\text{alu}}$  des deux couches d'aluminium peut être déduite de l'épaisseur  $x$  de matériau traversé ( $-4.e_{\text{alu}} = 2.10^{-4} \text{ m}$ ).

Enfin, il arrive que l'éprouvette de béton soit positionnée de manière excentrée par rapport à l'axe du gammadensimètre, ce qui est source d'incertitude. Pour un excentrement  $e$ , l'épaisseur traversée est diminuée de  $-e^2/2R$  [1]. L'excentrement maximal a été estimé à 1 mm. L'excentrement est donc compris entre 0 et  $10^{-3} \text{ m}$ . Comme la méthode d'estimation des incertitudes est fondée sur des intervalles

centrés autour de la mesure, il convient d'appliquer une correction de  $-e^2/8R = 2,3 \cdot 10^{-6}$  m pour ensuite obtenir l'intervalle d'incertitude sur l'épaisseur x traversée (cf. § suivant).

$$e \in [0 ; 10^{-3}] \Rightarrow x \in [0 ; e^2 / 2R] \text{ et } e/2 \in [-5 \cdot 10^{-4} ; 5 \cdot 10^{-4}] \Rightarrow x \in [-e^2 / 8R ; e^2 / 8R]$$

## Bilan des corrections

Les corrections  $c_i$  ont été estimées sur des paramètres comme l'épaisseur ou le taux de comptage intervenant dans le calcul de la densité (équation (1)). Pour appliquer ces corrections à la densité, on les multiplie par un coefficient de sensibilité  $\lambda_i$  correspondant à la valeur de la dérivée partielle de la densité en fonction du paramètre étudié :

$$\lambda_i = \frac{\partial \rho}{\partial i} \quad (3)$$

Ainsi, pour l'épaisseur x, on a :

$$\lambda_x = \frac{-\rho_{\text{sat}}}{2R} \quad (4)$$

La correction totale c sur la densité est égale à la somme de toutes les corrections prises en compte :

$$c = \sum_i \lambda_i \cdot c_i \quad (5)$$

Dans l'application présentée dans le tableau I, la correction calculée est égale à 67,8 kg/m<sup>3</sup>. Elle montre que les corrections prépondérantes sont dues à la chaîne de mesure et à l'environnement dans lequel est situé le gammadensimètre. Les corrections dues aux deux couches d'aluminium adhésif sont assez importantes par rapport aux autres corrections. Ainsi, pour mesurer une densité par gammadensimétrie de manière satisfaisante, il est nécessaire de tenir compte de la présence éventuelle d'un emballage. En revanche, pour calculer des variations de densité, l'effet de l'aluminium peut se compenser, comme cela est montré dans le dernier paragraphe où les corrélations entre mesures successives sont examinées.

**TABLEAU I**  
**Bilan des corrections possibles sur la mesure de la densité saturée du béton B35**  
 (avec  $\rho_{\text{sat}} = 2464,4 \text{ kg/m}^3$ ,  $\mu_{\text{sat}} = 7,77 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{kg}$  et  $2R = 0,11 \text{ m}$ )

	Origine / cause d'erreur identifiée	Correction sur l'entrée $c_i$	Coefficient de sensibilité $\lambda_i$	Correction sur la sortie $\lambda_i \cdot c_i$
<b>1</b>	<b>Mesurande</b>			<b>kg/m<sup>3</sup></b>
	2 couches d'aluminium, $\rho_{\text{alu}} = 2700 \text{ kg/m}^3$	$-9,3 \cdot 10^{-1} \text{ kg/m}^3$	1	$-9,3 \cdot 10^{-1}$
<b>2</b>	<b>Instrument de mesure : gammadensimètre</b>			<b>kg/m<sup>3</sup></b>
	Chaîne de mesure, correction sur 1/C	$-8,1 \cdot 10^{-6}$	$C/(2R \cdot \mu_{\text{sat}}) = 1,1 \cdot 10^{+3}$	$-8,92$
	Chaîne de mesure, correction sur 1/C <sub>0</sub>	$-8,1 \cdot 10^{-6}$	$-C_0/(2R \cdot \mu_{\text{sat}}) = -8,9 \cdot 10^{+3}$	$7,22 \cdot 10^{+1}$
<b>3</b>	<b>Méthode de mesure</b>			<b>kg/m<sup>3</sup></b>
	Épaisseur traversée x = 2R	$-r^2/4R = -4,1 \cdot 10^{-5} \text{ m}$	$-\rho_{\text{sat}}/2R$	$9,2 \cdot 10^{-1}$
	2 couches d'aluminium	$-4e_{\text{alu}} = -2 \cdot 10^{-4} \text{ m}$	$-\rho_{\text{sat}}/2R$	4,5
	Excentrement - e <sup>2</sup> /2R	$-e^2/8R = -2,3 \cdot 10^{-6} \text{ m}$	$-\rho_{\text{sat}}/2R$	$5,1 \cdot 10^{-2}$
<b>4</b>	<b>Grandeurs d'influence</b>	-		<b>kg/m<sup>3</sup></b>
<b>5</b>	<b>Opérateur qualifié</b>	-		<b>kg/m<sup>3</sup></b>
Correction totale :			$C = \sum \lambda_i \cdot c_i =$	$6,78 \cdot 10^{+1}$

En outre, il est important de préciser que, dans les fichiers de résultats, les corrections sont appliquées en fait directement sur les taux de comptage **pour chaque hauteur auscultée** ou sur l'épaisseur  $x$  avant de calculer la densité **pour chaque hauteur et pour chaque béton testé**.

## INCERTITUDE SUR LA MESURE DE LA DENSITÉ SATURÉE

Une fois toutes les corrections appliquées à la densité, les incertitudes de la mesure par gammadensimétrie sont estimées. Les différentes composantes de l'incertitude peuvent ensuite être évaluées [4, 7] :

- soit par un calcul statistique si un nombre suffisant de résultats sont disponibles. L'incertitude est alors égale à l'écart-type et est appelée incertitude type. La méthode est dite de type A ;
- soit par d'autres moyens, comme l'observation et l'analyse physique des phénomènes ou les informations sur les caractéristiques des instruments de mesure. La méthode est dite de type B.

À plusieurs reprises, en particulier pour les méthodes de type B, on utilise la règle qui suit. Pour une valeur de la grandeur physique  $X$  définie sur l'intervalle  $[-\Delta ; +\Delta]$ , l'incertitude  $u_x$  est égale à

$$\frac{\Delta}{\sqrt{3}} \text{ (loi uniforme). Pour } X \in [X-\Delta ; X + \Delta], u_x = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} \text{ et } \Delta \text{ est l'erreur maximale tolérée [3].}$$

L'incertitude sur la densité résulte de la composition des composantes d'incertitude (cf. plus haut le § de bilan).

Toutes les estimations des composantes d'incertitudes sont présentées avant d'en faire une analyse globale et de hiérarchiser les facteurs d'influence.

## Incertitude liée à la répétabilité

L'incertitude de répétabilité a été déterminée expérimentalement. La mesure de la densité saturée a été réalisée quinze fois par le même opérateur, sur une même éprouvette de béton B35 après une cure sous eau de six mois, une saturation sous vide et un emballage complet de l'éprouvette par deux couches d'aluminium afin d'éviter toute dessiccation lors de la série d'essais (tableau II). Dans cette analyse, dans la mesure statistique de la répétabilité, le caractère aléatoire de la source est pris en compte, mais ce calcul permet de dégager les répercussions d'autres sources d'erreurs comme celles liées à l'opérateur. Le tableau II et la figure 1 montrent que répéter la mesure quinze fois permet de faire converger la moyenne, mais que l'écart-type ne converge pas, bien au contraire. Pour estimer l'incertitude type de répétabilité, huit mesures auraient suffi.

L'incertitude type de répétabilité est donc identifiée à cet écart-type, environ égal à  $1,4 \text{ kg/m}^3$ , qui se stabilise pour huit mesures.

Dans le cas courant, une seule mesure est réalisée pour obtenir la densité saturée du béton étudié.

## Incertitude liée à la protection en aluminium

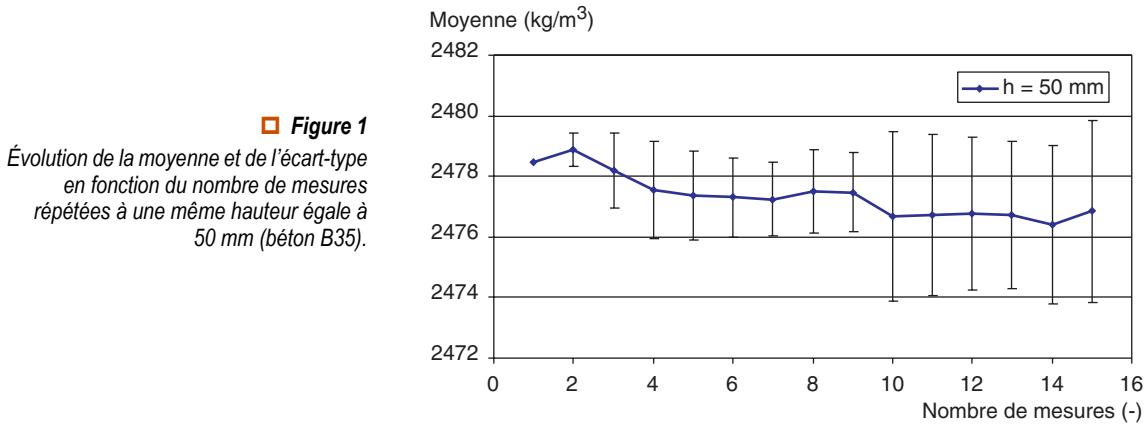
L'aluminium est collé sous la forme d'une bande de  $0,5 \text{ m}$  et d'une demi-bande de  $0,25 \text{ m} \pm 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ , ce qui entraîne une incertitude  $u_{alu}$  sur le calcul de la densité estimée par la formule simplifiée suivante :

$$u_{alu} = \frac{e_{alu} \cdot \Delta \cdot \rho_{alu}}{\pi \cdot R^2 \cdot \sqrt{3}} \quad (6)$$

on obtient  $u_{alu} \approx 4,1 \cdot 10^{-2} \text{ kg/m}^3$  avec  $\Delta = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ .

**TABLEAU II**  
**Répétabilité de la mesure de densité saturée réalisée 15 fois sur une même éprouvette de béton B35**  
**après une cure sous eau de 6 mois**

$h = 50 \text{ mm}$	15B1	15B2	15B3	15B4	15B5	15B6	15B7	15B8	15B9	15B10	15B11	15B12	15B13	15B14	15B15
Mesures	2 478,5	2 479,3	2 476,8	2 475,7	2 476,6	2 476,9	2 476,9	2 479,5	2 477,0	2 469,5	2 477,3	2 477,1	2 476,4	2 472,3	2 482,8
$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Moyenne sur $n$ mesures	2 478,5	2 478,9	2 478,2	2 477,6	2 477,4	2 477,3	2 477,2	2 477,5	2 477,5	2 476,7	2 476,7	2 476,8	2 476,7	2 476,4	2 476,8
Écart-type sur $n$ mesures		0,6	1,3	1,6	1,5	1,3	1,2	1,4	1,3	2,8	2,7	2,5	2,4	2,6	3,0

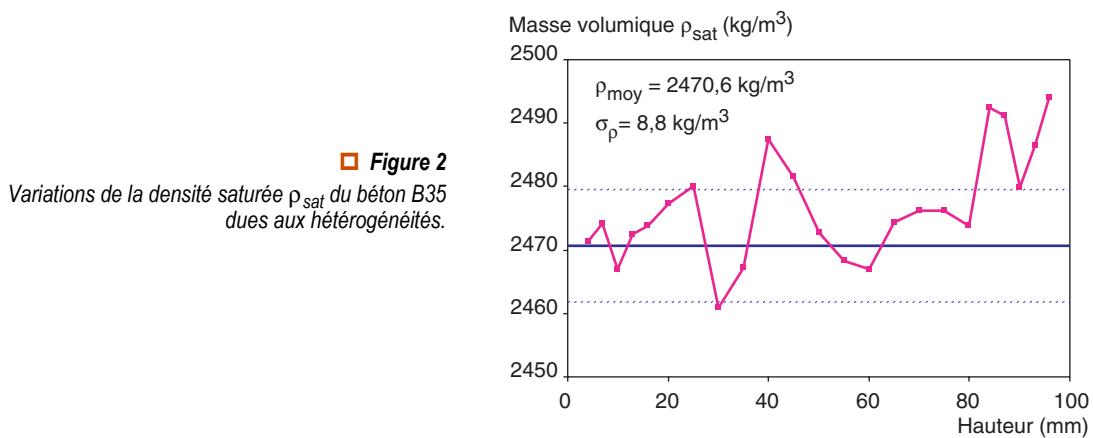


## Incertitude liée au matériau béton

Le béton n'étant pas un matériau homogène, il convient donc d'abord d'estimer l'incertitude liée à la présence d'hétérogénéités : granulats ou bulles d'air remplies d'eau lorsque le béton est saturé. Pour ce faire, on a choisi l'écart-type autour de la valeur moyenne de la densité saturée  $\rho_{sat}$ , en fonction de la hauteur. La figure 2 illustre la variation de la densité  $\rho_{sat}$  sur une éprouvette saturée de béton B35, variation due à la présence d'hétérogénéités. Dans cet exemple, la densité moyenne est égale à 2 470,6 kg/m<sup>3</sup> et l'écart-type égal à 8,8 kg/m<sup>3</sup>. La mesure réalisée sur une autre éprouvette de B35 saturé provenant d'une autre gâchée a donné des résultats similaires : densité moyenne égale à 2 464,4 kg/m<sup>3</sup> et écart-type égal à 8,2 kg/m<sup>3</sup>.

Pour évaluer ensuite l'incertitude sur l'épaisseur de béton traversée, comme la température varie peu autour de 20° C, on suppose que le retrait thermique du béton est proportionnel à l'écart de température. Un coefficient de retrait linéaire moyen du béton de  $10 \cdot 10^{-6}$  m/(m °C) à 20 °C permet d'estimer, approximativement, l'incertitude sur l'épaisseur x traversée égale à  $5,8 \cdot 10^{-8}$  mètres.

Enfin, pour un béton saturé, le retrait de séchage est négligé pendant l'essai de gammadensimétrie car le séchage peut être lui-même négligé au vu des pesées réalisées avant et après l'essai.



## Incertitude liée au caractère aléatoire de la source radioactive et à la méthode de calcul

La source radioactive de Césium 137 émet des photons selon une loi qui peut être assimilée, pour des durées de comptage suffisamment longues, à une loi normale dont la moyenne est le nombre de

photons N et l'écart-type  $\sqrt{N}$  [2]. L'incertitude type sur N est donc égale à son écart-type et l'incertitude type sur  $\rho_{\text{sat}}$  est donnée par la formule suivante :

$$u_N^{\text{sat}} = |\lambda_N \cdot u_N| = \frac{\partial \rho_{\text{sat}}}{\partial (\ln(N_0/N))} u_N = \frac{1}{\mu_{\text{sat}} \cdot x} \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{1}{N_0}} \quad (7)$$

Elle est égale à  $1,66 \text{ kg/m}^3$ .

Dans la méthode utilisée ici, l'incertitude liée au caractère aléatoire de l'émission est l'incertitude type. Par contre, précédemment [1, 2], l'incertitude sur la densité a été élargie à deux écarts-types afin d'augmenter la probabilité de mesurer la vraie valeur de la densité.

En ce qui concerne la méthode de calcul de la densité, deux paramètres interviennent : l'épaisseur traversée x et le coefficient d'absorption massique  $\mu_{\text{sat}}$ .

La composante de l'incertitude sur x due aux deux couches d'aluminium est égale à  $1,1 \cdot 10^{-6} \text{ m}$  tandis que celle due au positionnement non centré est égale à  $\frac{e^2}{8R\sqrt{3}} = 1,3 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ . En effet, l'intervalle centré auquel appartient x a été déterminé dans le paragraphe précédent :  $x \in [-e^2/8R; e^2/8R]$ .

Le coefficient d'absorption massique du béton étudié est calculé à partir de la composition chimique des matériaux entrant dans sa formulation, de leurs proportions et des valeurs élémentaires données dans les tables [8]. En considérant le dernier chiffre significatif, la composante d'incertitude sur le coefficient d'absorption massique est donnée par :

$$u_{\mu} = \frac{5 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{3}} = 2,9 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{kg} \quad (8)$$

## Incertitude liée aux instruments de mesure

Enfin, les instruments de mesure de certains paramètres sont source d'incertitude en fonction de leur justesse. La justesse est indiquée dans leur certificat d'étalonnage ou leur constat de vérification. Pour le thermomètre utilisé, en divisant d'abord l'erreur maximale tolérée par  $\sqrt{3}$  puis en le multipliant par le coefficient thermique moyen de retrait du béton, on obtient la composante d'incertitude sur x,  $u_x = 5 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ . Pour le pied à coulisse, on obtient  $u_x = 2,4 \cdot 10^{-7} \text{ mètres}$ .

## Bilan d'incertitude

Les composantes des incertitudes  $u_i$  ont été calculées pour chaque paramètre. Comme pour les corrections, il convient de calculer les coefficients de sensibilité  $\lambda_i$  correspondants.

Par exemple, pour l'absorption massique  $\mu$ , on a :

$$\lambda_{\mu} = \frac{\partial \rho}{\partial \mu} = \frac{-\rho_{\text{sat}}}{\mu_{\text{sat}}} \quad (8)$$

L'incertitude totale u sur la densité est donnée, sous l'hypothèse de non-corrélation des composantes, par la formule suivante :

$$u = \sqrt{\sum_i (\lambda_i \cdot u_i)^2} \quad (9)$$

La plupart des composantes d'incertitude peuvent être appliquées à la mesure de la densité à chaque hauteur h. Dans le tableau III, on présente donc l'incertitude type calculable **pour chaque hauteur** et qui est égale, dans le cas choisi, à  $2,3 \text{ kg/m}^3$ .

Les composantes prépondérantes sont celles liées :

- à la répétabilité ( $u_{\text{rep}}$ ),
- au caractère aléatoire de l'émission de la source de césum ( $u_N^{\text{sat}}$ ),
- à la précision du coefficient d'absorption ( $u_{\mu}^{\text{sat}}$ ).

Par contre, la mesure de la densité globale moyenne d'une éprouvette doit tenir compte des hétérogénéités du matériau béton constitutif de l'éprouvette ( $u_{\text{béton}}$ ). L'incertitude sur la mesure de la densité moyenne est alors plus importante et égale à  $8,6 \text{ kg/m}^3$  (Tableau III et Fig. 3).

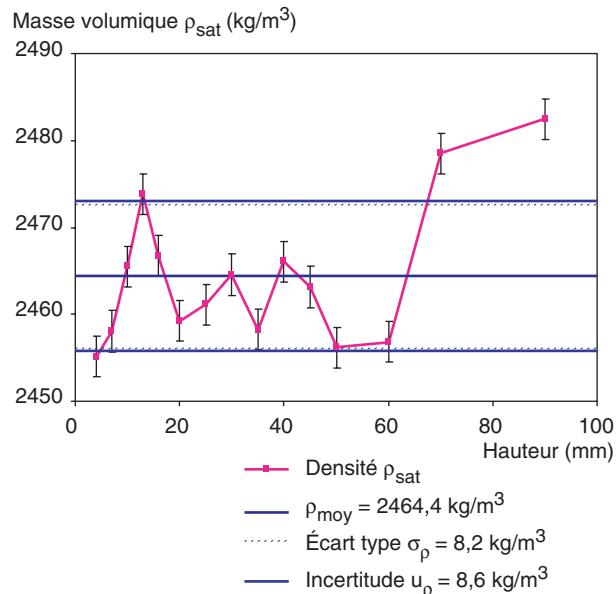
L'analyse des facteurs prépondérants montre que l'incertitude peut être calculée de manière simplifiée par :

$$u_{\text{sat}} = \sqrt{u_{\text{rep}}^2 + \left( \frac{-1}{2R\mu_{\text{sat}}} \right)^2 u_N^2 + u_{\text{béton}}^2 + \left( \frac{-\rho_{\text{sat}}}{\mu_{\text{sat}}} \right)^2 u_{\mu}^2} \quad (10)$$

TABLEAU III

Bilan d'incertitude sur la mesure de la densité saturée du béton B35, incertitude sur la valeur de la densité à chaque hauteur de mesure et incertitude sur la valeur moyenne  
( $\rho_{\text{sat}} = 2464,4 \text{ kg/m}^3$  et  $2R = 0,11 \text{ m}$ )

Origine			Composante d'incertitude / entrée $u_i$	Coefficient de sensibilité $\lambda_i$	Composante d'incertitude / sortie $ \lambda_i \cdot u_i $
<b>A. RÉPÉTABILITÉ</b>					<b>kg/m<sup>3</sup></b>
Écart-type obtenu après 8 mesures		$u_{\text{rep}}$	$1,38 \text{ kg/m}^3$	1	1,38
<b>B. CAUSES IDENTIFIÉES</b>					<b>kg/m<sup>3</sup></b>
Séchage superficiel (négligé sur la durée d'essai) 2 couches d'aluminium (EMT = 0,02 m) Retrait thermique $a = 10.10^{-6} \text{ m}/(\text{m.}^{\circ}\text{C})$ à 20 °C	$u_{\text{alu}}$ $u_{\text{I}}$	$0$ $4,1.10^{-2} \text{ kg/m}^3$ $5,8.10^{-8} \text{ m}$	1 1 $-\rho_{\text{sat}}/2R$	0 0 $4,1.10^{-2}$ $1,3.10^{-3}$	
Comptages aléatoires, loi normale ( $N, \sqrt{N}$ ) Justesse du thermomètre (EMT = 0,4 °C) Justesse du pied à coulisse 0,476/2 µm	$u_N$ $u_T$ $u_{\text{I}}$	$1,42.10^{-3}$ $2,31.10^{-1} \text{ }^{\circ}\text{C}$ $2,38.10^{-7} \text{ m}$	$-1/(2R\mu_{\text{sat}})$ $-a\rho_{\text{sat}}/2R$ $-\rho_{\text{sat}}/2R$	1,66 $5,2.10^{-4}$ $5,3.10^{-3}$	
2 couches d'aluminium Positionnement non centré $-e^2/(8R\sqrt{3})$ Coefficient d'absorption massique $\mu_{\text{sat}}$	$u_{\text{alu}}$ $u_e$ $u_{\mu}$	$1,15.10^{-6} \text{ m}$ $1,33.10^{-6} \text{ m}$ $2,89.10^{-6} \text{ m}^2/\text{kg}$	$-\rho_{\text{sat}}/2R$ $-\rho_{\text{sat}}/2R$ $-\rho_{\text{sat}}/\mu_{\text{sat}}$	$2,6.10^{-2}$ $3,0.10^{-2}$ $9,2.10^{-1}$	
Incertitude type composée par hauteur $\rho_{\text{sat}}(h)$ :				$u_{\rho_{\text{sat}}} = \sqrt{\sum (\lambda_i \cdot u_i)^2} = vi$	2,3
Matériau inhomogène	$u_{\text{béton}}$	$8,2 \text{ kg/m}^3$	1	8,2	
Incertitude type composée sur $\rho_{\text{sat}}$ moyen :				$u_{\rho_{\text{sat}}} = \sqrt{\sum (\lambda_i \cdot u_i)^2} =$	8,6



**Figure 3**  
Variations de la densité saturée  $\rho_{\text{sat}}$  du béton B35 dues aux hétérogénéités : incertitude à chaque hauteur (barres d'erreur) et incertitude sur la valeur moyenne.

# INCERTITUDE SUR LA MESURE DE DENSITÉ D'UN BÉTON EN COURS DE SÉCHAGE

Pour estimer les corrections à apporter et l'incertitude sur la mesure de la densité par gammadensimétrie en cours de séchage  $\rho_t$ , il convient de procéder comme pour la densité saturée en tenant compte, en outre, du retrait de séchage.

Le retrait de séchage d'une éprouvette de béton B35 à l'humidité relative HR de 65 % a été mesuré sur trois éprouvettes, après six mois de séchage ; il est égal à  $b = 275 \pm 30 \mu\text{m}/\text{m}$ . Notons que ces éprouvettes avaient pu s'hydrater en conditions endogènes pendant 90 jours avant de subir ce séchage et que les éprouvettes utilisées pour les mesures de gammadensimétrie de cette étude sont aussi âgées de plus de 90 jours. Le retrait de séchage entraîne une réduction de l'épaisseur traversée  $x$ , correspondant à une correction  $c_{\text{retrait}}$  :

$$c_{\text{retrait}} = -b \cdot 2R \quad \text{avec} \quad \lambda_{\text{retrait}} = \frac{-\rho_t}{2R} \quad (11)$$

L'étendue de mesure permet d'évaluer la composante d'incertitude gammadensimétrique et on obtient  $u_{\text{retrait}} \approx 4,1 \cdot 10^{-4} \text{ kg/m}^3$ , qui peut être négligée par rapport aux autres composantes d'incertitude.

Après avoir évalué l'incertitude  $u_{\text{sat}}$  de la densité saturée  $\rho_{\text{sat}}$ , une démarche similaire permet, d'une part, de corriger la densité  $\rho_t$  mesurée à l'instant  $t$ , en tenant compte du retrait hydrique et de l'évolution de la composition du matériau sur le coefficient d'absorption massique et, d'autre part, d'évaluer l'incertitude  $u_t$  de la densité  $\rho_t$ . Les résultats de l'exemple sont regroupés dans le tableau IV ; l'éprouvette de B35 a été séchée pendant un mois à 60 °C dans une étuve ventilée régulée à une humidité relative de 65 %.

**TABLEAU IV**  
**Bilan d'incertitude sur la mesure de la densité du béton B35, après un séchage, incertitude sur la valeur de la densité à chaque hauteur de mesure et incertitude sur la valeur moyenne**  
 $(\rho_t = 2338,5 \text{ g}/\text{km}^3 \text{ et } 2R = 0,11 \text{ m})$

	Origine		Composante d'incertitude / entrée $u_i$	Coefficient de sensibilité $\lambda_i$	Composante d'incertitude / sortie $ \lambda_i u_i $
<b>A. RÉPÉTABILITÉ</b>					<b>kg/m<sup>3</sup></b>
	Écart-type obtenu après 8 mesures	$u_{\text{rep}}$	$1,38 \text{ kg}/\text{m}^3$	1	1,38
<b>B. CAUSES IDENTIFIÉES</b>					<b>kg/m<sup>3</sup></b>
Séchage superficiel (négligé sur la durée d'essai) 2 couches d'aluminium (EMT = 0,02 m) Retrait thermique $a = 10 \cdot 10^{-6} \text{ m}/(\text{m.}^{\circ}\text{C})$ à 20 °C Retrait hydrique $b = 275 \pm 30 \mu\text{m}/\text{m}$ à HR = 65 %	$u_{\text{alu}}$ $u_l$ $u_{\text{retrait}}$	$0$ $4,1 \cdot 10^{-2} \text{ kg}/\text{m}^3$ $5,8 \cdot 10^{-8} \text{ m}$ $1,9 \cdot 10^{-8} \text{ m}$	$1$ $1$ $- \rho_t/2R$ $- \rho_t/2R$	$0$ $4,1 \cdot 10^{-2}$ $1,2 \cdot 10^{-3}$ $4,1 \cdot 10^{-4}$	
Comptages aléatoires, loi normale ( $N, \sqrt{N}$ ) Justesse du thermomètre (EMT = 0,4 °C) Justesse du pied à coulisse 0,476/2 µm	$u_N$ $u_T$ $u_l$	$1,38 \cdot 10^{-3}$ $2,31 \cdot 10^{-1} \text{ }^{\circ}\text{C}$ $2,38 \cdot 10^{-7} \text{ m}$	$-1/(2R \cdot \mu_t)$ $-a \cdot \rho_t/2R$ $- \rho_t/2R$	$1,61$ $4,9 \cdot 10^{-4}$ $5,1 \cdot 10^{-3}$	
2 couches d'aluminium Positionnement non centré – $e^2/(8R \cdot \sqrt{3})$ Coefficient d'absorption massique $\mu_t$	$u_{\text{alu}}$ $u_e$ $u_{\mu}$	$1,15 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ $1,33 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ $2,89 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{kg}$	$-\rho_t/2R$ $-\rho_t/2R$ $-\rho_t/\mu_t$	$2,5 \cdot 10^{-2}$ $2,8 \cdot 10^{-2}$ $8,6 \cdot 10^{-1}$	
<b>Incertitude type composée par hauteur <math>\rho_t (h)</math> :</b>				$u_{\rho_t} = \sqrt{\sum (\lambda_i u_i)^2} =$	<b>2,3</b>
Matériau inhomogène	$u_{\text{béton}}$	$8,2 \text{ kg}/\text{m}^3$	1		8,2
<b>Incertitude type composée sur <math>\rho_t</math> moyen :</b>				$u_{\rho_t} = \sqrt{\sum (\lambda_i u_i)^2} =$	<b>8,6</b>

La comparaison des tableaux III et IV montre que les composantes prépondérantes sont les mêmes ( $u_{\text{rep}}$ ,  $u_N$ ,  $u_\mu$  et  $u_{\text{béton}}$ ). De plus, en première approximation, on peut simplifier l'étude en considérant qu'il suffit de connaître les incertitudes sur la densité saturée  $\rho_{\text{sat}}$  pour connaître les incertitudes sur la densité de la même éprouvette quelle que soit la durée du séchage qu'elle a subi, et donc quel que soit son âge.

Ainsi, pour le béton B35 étudié, on a calculé la composante d'incertitude sur le taux de comptage à l'état saturé, à un état intermédiaire  $t$  de séchage et à l'état sec. On obtient respectivement

$u_N^{\text{sat}} = 1,66 \text{ kg/m}^3$ ,  $u_N^t = 1,61 \text{ kg/m}^3$  et  $u_N^{\text{sec}} = 1,56 \text{ kg/m}^3$  et on simplifie en considérant que  $u_N^{\text{sat}} \approx u_N^t \approx u_N^{\text{sec}} \approx u_N \approx 1,6 \text{ kg/m}^3$ .

## INCERTITUDE SUR LES GRANDEURS COMBINÉES : PRISE EN COMPTE DES CORRÉLATIONS

### Incertitude sur les variations relatives de densité, sans corrélations

Une grandeur très utilisée dans les études de durabilité des bétons est la variation relative de densité  $\Delta\rho/\rho$  entre un état à l'instant  $t$  et un état initial saturé. Il est donc important de connaître l'incertitude de  $\Delta\rho/\rho$ , définie par :

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\rho_{\text{sat}} - \rho_t}{\rho_{\text{sat}}} \quad (13)$$

Après avoir évalué l'incertitude  $u_{\text{sat}}$  de la densité saturée  $\rho_{\text{sat}}$  et l'incertitude  $u_t$  de la densité  $\rho_t$  à un instant  $t$  de séchage, on calcule les coefficients de sensibilité  $\lambda_{\text{sat}}$  et  $\lambda_t$  :

$$\lambda_{\text{sat}} = \frac{\partial(\Delta\rho/\rho)}{\partial\rho_{\text{sat}}} = \frac{\rho_t}{\rho_{\text{sat}}^2} \quad (14)$$

$$\lambda_t = \frac{\partial(\Delta\rho/\rho)}{\partial\rho_t} = \frac{-1}{\rho_{\text{sat}}} \quad (15)$$

Si l'on ne tient pas compte, dans un premier temps, des corrélations entre les mesures de  $\rho_{\text{sat}}$  et  $\rho_t$ , on obtient l'incertitude de  $\Delta\rho$  par la formule suivante :

$$u_{\Delta\rho/\rho} = \sqrt{(\lambda_{\text{sat}} \cdot u_{\text{sat}})^2 + (\lambda_t \cdot u_t)^2} \quad (16)$$

Les résultats du tableau V montrent une incertitude très élevée, égale à 0,5 % pour une variation de densité de 5,3 %, soit plus du double de l'incertitude attendue par expérience, estimée à 0,2 % lors d'un séchage ou d'une carbonatation [1]. En outre, les mesures étant réalisées sur la même éprouvette, aux mêmes hauteurs de mesures, les incertitudes liées à la présence de granulats ou des deux couches de papier d'aluminium devraient être amoindries. Il convient donc d'analyser les corrélations entre les mesures de densité  $\rho_{\text{sat}}$  et  $\rho_t$  pour évaluer correctement l'incertitude sur  $\Delta\rho/\rho$ .

**TABLEAU V**  
Évaluation de l'incertitude de la variation relative de densité  $\Delta\rho/\rho$  pendant un séchage d'un mois  
d'une éprouvette de béton B35, sans tenir compte des corrélations entre les 2 mesures successives  
de densité  $\rho_{\text{sat}}$  et  $\rho_t$

Densité saturée	$\rho_{\text{sat}}$ ( $\text{kg/m}^3$ )	2 464,4
Densité après 1 mois de séchage	$\rho_t$ ( $\text{kg/m}^3$ )	2 338,5
<b>Variation relative de densité</b>	$\Delta\rho/\rho$ (-)	<b><math>5,3 \cdot 10^{-2}</math></b>
Incertitude sur $\rho_{\text{sat}}$	$u_{\text{sat}}$ ( $\text{kg/m}^3$ )	8,6
Incertitude sur $\rho_t$	$u_t$ ( $\text{kg/m}^3$ )	8,6
Coefficient de sensibilité $\lambda_{\text{sat}}$	$\lambda_{\text{sat}}$ ( $\text{m}^3/\text{kg}$ )	$3,8 \cdot 10^{-4}$
Coefficient de sensibilité $\lambda_t$	$\lambda_t$ ( $\text{m}^3/\text{kg}$ )	$-4,1 \cdot 10^{-4}$
<b>Incertitude sur <math>\Delta\rho/\rho</math></b>	$u_{\Delta\rho/\rho}$ (-)	<b><math>4,8 \cdot 10^{-3}</math></b>

## Corrélations entre les mesures réalisées au cours du temps sur une même éprouvette vieillissante

Dans le tableau III, onze composantes d'incertitude ont été calculées, mais seules quatre composantes sont prépondérantes, de l'ordre de  $1 \text{ kg/m}^3$ ; les autres, inférieures à  $3.10^{-2} \text{ kg/m}^3$  sont négligées. Pour estimer les corrélations, les hypothèses suivantes ont été faites :

- l'incertitude liée à la répétabilité (notée  $u_{\text{rep}}$ ) et celle liée à l'émission aléatoire de la source gamma (notée  $u_N^{\text{sat}} = \lambda_N u_N'$ ), pour la mesure de la densité saturée, ne sont pas corrélées aux incertitudes de répétabilité et d'émission aléatoire lors de la mesure de la densité sèche au temps  $t$ ;
- par contre, les incertitudes correspondant aux hétérogénéités du matériau ( $u_{\text{béton}}$ ) et celles correspondant au coefficient d'absorption massique ( $\frac{-\rho}{\mu} u_\mu$ ), lors des mesures sur béton saturé et sec, sont totalement corrélées. On a :

$$u_{\text{sat}}^2 = u_{\text{rep}}^2 + u_N^{\text{sat}2} + u_{\text{béton}}^2 + \left( \frac{-\rho_{\text{sat}}}{\mu_{\text{sat}}} u_\mu \right)^2 \quad (17)$$

La formule générale de l'incertitude pour des mesures corrélées s'écrit :

$$\begin{aligned} u_{\Delta\rho/\rho}^2 &= (\lambda_{\text{sat}} \cdot u_{\text{sat}})^2 + (\lambda_t \cdot u_t)^2 + 2 \text{cov}(\rho_{\text{sat}}, \rho_t) \\ &= (\lambda_{\text{sat}} \cdot u_{\text{sat}})^2 + (\lambda_t \cdot u_t)^2 + 2 \cdot r \cdot \lambda_{\text{sat}} \cdot u_{\text{sat}} \cdot \lambda_t \cdot u_t \end{aligned} \quad (18)$$

où  $r$  est le coefficient de corrélation, égal à 1 pour des mesures totalement corrélées et 0 dans le cas contraire.

Par conséquent, l'incertitude sur la variation relative de densité devient :

$$\begin{aligned} u_{\Delta\rho/\rho}^2 &= \frac{\rho_t^2}{\rho_{\text{sat}}^4} \left[ u_{\text{rep}}^2 + u_N^{\text{sat}2} + u_{\text{béton}}^2 + \left( \frac{-\rho_{\text{sat}}}{\mu_{\text{sat}}} u_\mu \right)^2 \right] + \frac{1}{\rho_{\text{sat}}^2} \left[ u_{\text{rep}}^2 + u_N^t{}^2 + u_{\text{béton}}^2 + \left( \frac{-\rho_t}{\mu_t} u_\mu \right)^2 \right] \\ &\quad + 2 \frac{-1}{\rho_{\text{sat}} \rho_{\text{sat}}^2} \left[ u_{\text{béton}}^2 + \frac{\rho_{\text{sat}} \rho_t}{\mu_{\text{sat}} \mu_t} u_\mu^2 \right] \\ &= \frac{\rho_t^2}{\rho_{\text{sat}}^2} \left[ \left( \frac{1}{\rho_{\text{sat}}^2} + \frac{1}{\rho_t^2} \right) u_{\text{rep}}^2 + \left( \frac{1}{(2R\mu_{\text{sat}}\rho_{\text{sat}})^2} + \frac{1}{(2R\mu_t\rho_t)^2} \right) u_N^t{}^2 + \left( \frac{1}{\rho_{\text{sat}}} - \frac{1}{\rho_t} \right)^2 u_{\text{béton}}^2 + \left( \frac{1}{\mu_t} - \frac{1}{\mu_{\text{sat}}} \right)^2 u_\mu^2 \right] \end{aligned} \quad (19)$$

ce qui donne  $u_{\Delta\rho/\rho} = 1,2 \cdot 10^{-3}$ , incertitude plus proche du retour d'expérience ( $\approx 0,2\%$ ). Les figures 4 et 5 illustrent ce calcul d'incertitude pour deux éprouvettes différentes de béton B35. Les écarts entre les courbes des deux éprouvettes proviennent des incertitudes de mesure, d'une part, et du caractère hétérogène du matériau, d'autre part.

Par ailleurs, cette formule est calculée à une hauteur  $h$  donnée et doit être recalculée pour chaque hauteur, en particulier quand l'éprouvette sèche de manière non homogène.

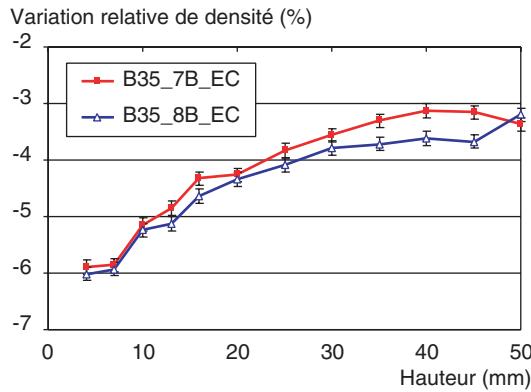
En utilisant comme précédemment  $u_N^{\text{sat}} \approx u_N^t \approx u_N^{\text{sec}} \approx u_N \approx 1,6 \text{ kg/m}^3$ , on a donc :

$$u_{\Delta\rho/\rho}^2 = \frac{\rho_t^2}{\rho_{\text{sat}}^2} \left[ \left( \frac{1}{\rho_{\text{sat}}^2} + \frac{1}{\rho_t^2} \right) (u_{\text{rep}}^2 + u_N^2) + \left( \frac{1}{\rho_{\text{sat}}} - \frac{1}{\rho_t} \right)^2 u_{\text{béton}}^2 + \left( \frac{1}{\mu_t} - \frac{1}{\mu_{\text{sat}}} \right)^2 u_\mu^2 \right] \quad (20)$$

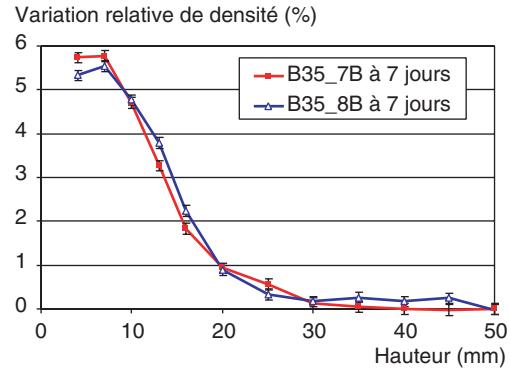
## Incertitude sur la porosité

Une éprouvette est auscultée lorsqu'elle est saturée à l'instant appelé  $t_{\text{sat}}$  ou à l'état sec à l'instant  $t_{\text{sec}}$ . La porosité est calculée directement en fonction des comptages sur matériau saturé et sur matériau sec après un séchage à  $105^\circ\text{C}$  [1, 6] :

$$\phi = \frac{1}{2R\rho_e \mu_e} \left[ \ln \left( \frac{N_0^{\text{sat}}}{N^{\text{sat}}} \right) - \ln \left( \frac{N_0^{\text{sec}}}{N^{\text{sec}}} \right) \right] \quad (21)$$



**Figure 4**  
Profil de séchage de 2 éprouvettes différentes de béton B35 : variation relative de densité.



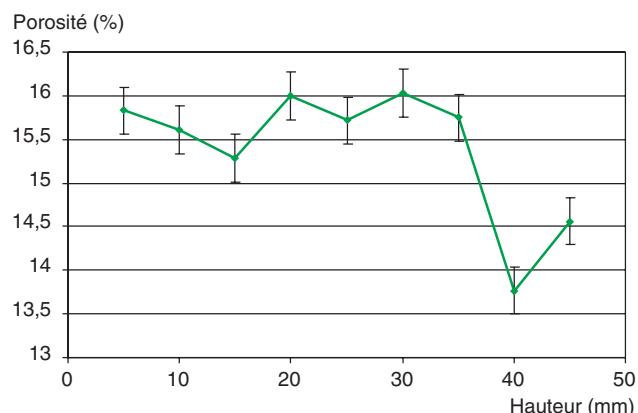
**Figure 5**  
Profil de carbonatation de 2 éprouvettes différentes de béton B35 : variation relative de densité après 7 jours de carbonatation accélérée.

avec  $\rho_e$  la masse volumique de l'eau et  $\mu_e$  son coefficient d'absorption massique. En utilisant  $X^{\text{sat}}$  et  $X^{\text{sec}}$  tels que  $\phi = \frac{1}{\rho_e \mu_e l} (X^{\text{sat}} - X^{\text{sec}})$ , une démarche semblable à celle de la mesure de la densité puis de l'étude des corrélations permet de montrer que les causes d'erreurs prépondérantes sont la répétabilité sur  $X^{\text{sat}}$  ( $u'_{\text{rep}} = 1,18 \cdot 10^{-3}$ ) et l'émission aléatoire de la source ( $u'_N \approx u'_N^{\text{t}} \approx u'_N^{\text{sec}} \approx u'_N \approx 1,4 \cdot 10^{-3}$ ) mais pas celles dues aux hétérogénéités (incertitude sur X notée  $u'_{\text{béton}} \approx 7,04 \cdot 10^{-3}$ ). En effet, on a  $X^{\text{sat}} = 2R \cdot \mu_{\text{sat}} \cdot \rho_{\text{sat}}$  donc  $u' = 2R \cdot \mu_{\text{sat}} \cdot u$ .

$$u_{\frac{X^{\text{sat}}}{\rho_e \mu_e l}}^2 = \left( \frac{1}{2R \rho_e \mu_e l} \right)^2 \left[ u'_{\text{rep}}^2 + u'_N^{\text{sat}}^2 + u'_{\text{béton}}^2 + \left( \frac{-X^{\text{sat}}}{\mu_e} \right)^2 u_{\mu}^2 \right] \quad (22)$$

$$u_{\phi}^2 = \left( \frac{1}{2R \rho_e \mu_e l} \right)^2 \left[ 2u'_{\text{rep}}^2 + u'_N^{\text{sat}}^2 + u'_N^{\text{sec}}^2 + 0 \right] - \left( \frac{\phi}{\mu_e} \right)^2 u_{\mu}^2 = \left( \frac{\mu_{\text{sat}}}{\rho_e \mu_e l} \right)^2 \left[ 2u'_{\text{rep}}^2 + 2u'_N^2 \right] - \left( \frac{\phi}{\mu_e} \right)^2 u_{\mu}^2 \quad (23)$$

La formule précédente permet de calculer l'incertitude de mesure de la porosité par gammadensimétrie  $u_{\phi}$  qui est égale à  $2,7 \cdot 10^{-3}$  pour le béton B35 étudié ici, de porosité égale à 15,39 %, ce qui est illustré par la figure 6. Contrairement aux mesures précédentes, l'incertitude sur le coefficient d'absorption massique de l'eau obtenu dans les tables a peu d'influence sur l'incertitude de la mesure de porosité : s'affranchir du calcul des coefficients d'absorption massiques des bétons secs ou humides est en effet le gros avantage de ce calcul direct.



**Figure 6**  
Profil de porosité d'une éprouvette de béton B35.

## Incertitude sur le taux de saturation

Le taux de saturation s'exprime aussi directement en fonction des comptages sur une même éprouvette dans un état saturé, un état sec et à une humidité quelconque au temps  $t$  pour chaque hauteur [1, 6] :

$$S = \frac{\ln(N_0^t / N^t) - \ln(N_0^{\text{sec}} / N^{\text{sec}})}{\ln(N_0^{\text{sat}} / N^{\text{sat}}) - \ln(N_0^{\text{sec}} / N^{\text{sec}})} = \frac{X^t - X^{\text{sec}}}{X^{\text{sat}} - X^{\text{sec}}} = \frac{A}{D} \quad (24)$$

en notant  $X$  le logarithme du rapport de comptage,  $A$  le numérateur et  $D$  le dénominateur. La difficulté du calcul réside dans le calcul des corrélations et donc de la covariance entre  $A$  et  $D$ . En se fondant sur [3], pour le calcul de la covariance de deux fonctions à trois variables, on a :

$$\begin{aligned} \text{cov}(A, D) &= \frac{\partial A}{\partial X^{\text{sec}}} \frac{\partial D}{\partial X^{\text{sec}}} V(X^{\text{sec}}) + \text{cov}(X^t, X^{\text{sat}}) \left( \frac{\partial A}{\partial X^t} \frac{\partial D}{\partial X^{\text{sat}}} \right) + \text{cov}(X^t, X^{\text{sec}}) \left( \frac{\partial A}{\partial X^t} \frac{\partial D}{\partial X^{\text{sec}}} \right) \\ &\quad + \text{cov}(X^{\text{sat}}, X^{\text{sec}}) \left( \frac{\partial D}{\partial X^{\text{sat}}} \frac{\partial A}{\partial X^{\text{sec}}} \right) \\ &= (u'_{\text{rep}}^2 + u'_N^2 + u'_{\text{béton}}^2) + u'_{\text{béton}}^2 - u'_{\text{béton}}^2 - u'_{\text{béton}}^2 = u'_{\text{rep}}^2 + u'_N^2 \end{aligned} \quad (25)$$

avec

$$u_{X^{\text{sec}}}^2 = u'_{\text{rep}}^2 + u'_N^2 + u'_{\text{béton}}^2 = V(X^{\text{sec}})$$

Pour  $A$  et  $D$ , on calcule l'incertitude composée et les coefficients de sensibilité  $\lambda_A$  et  $\lambda_D$ , pour obtenir l'incertitude sur le taux de saturation  $S$  :

$$\lambda_A = \frac{1}{D} \text{ et } \lambda_D = \frac{-S}{D} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} u_S^2 &= (\lambda_A \cdot u_A)^2 + (\lambda_D \cdot u_D)^2 + 2 \text{cov}(A, D) \\ &= \frac{1}{D^2} (2u'_{\text{rep}}^2 + 2u'_N^2 + 2S^2 u'_{\text{rep}}^2 + 2S^2 u'_N^2 - 2S \cdot (u'_{\text{rep}}^2 + u'_N^2)) \\ &= 2 \left( \frac{1}{2R \cdot \rho_e \mu_e \phi} \right)^2 (1 + S^2 - S) (u'_{\text{rep}}^2 + u'_N^2) \\ &= 2 \left( \frac{\mu_{\text{sat}}}{\rho_e \mu_e \phi} \right)^2 (1 + S^2 - S) (u_{\text{rep}}^2 + u_N^2) \end{aligned} \quad (27)$$

L'application numérique à l'exemple de cette étude, le béton B35 de 15,4 % de porosité, donne une incertitude sur le taux de saturation  $S$  égale à 1,6 % en moyenne pour  $S = 20,5$  % (Fig. 7). Sur cette figure, le taux de saturation de l'éprouvette est homogène donc  $u_S$  est pratiquement constant, mais si  $S(h)$  varie beaucoup, il faut calculer  $u_S$  pour chaque  $h$ .

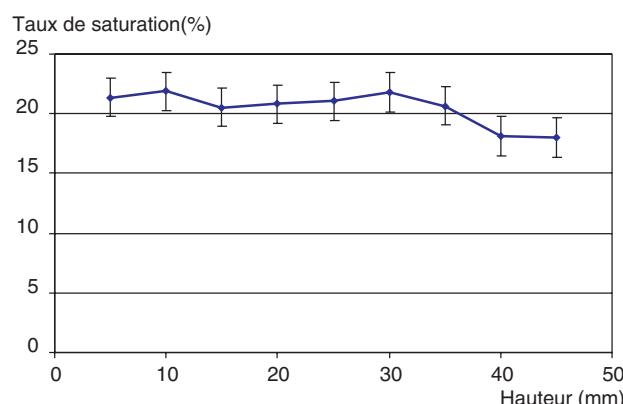


Figure 7

Profil de taux de saturation d'une éprouvette de béton B35.

## CONCLUSIONS

Cette étude de l'incertitude de la mesure de la densité, des variations de densité, de la porosité et du taux de saturation par gammadensimétrie pour un béton B35 est un cas particulier pour un béton d'une densité donnée.

Elle a permis de mettre en évidence les causes d'erreur prépondérantes sur la mesure de la densité, qui sont, pour chaque hauteur de mesure :

- la répétabilité,
- le caractère aléatoire de l'émission radioactive,
- la précision du coefficient d'absorption,

et, plus globalement, pour la valeur moyenne de la densité :

- le caractère hétérogène du matériau ausculté.

La comparaison des incertitudes sur les densités d'une éprouvette de béton dans un état saturé ou un état plus sec a montré que la teneur en eau du béton influence peu l'incertitude sur la mesure de la densité. On peut donc limiter l'étude à l'estimation de l'incertitude de la mesure de la densité saturée.

Cependant, une analyse méthodique des facteurs d'influence et des incertitudes engendrées est indispensable pour prendre en compte les corrélations entre des mesures successives de la densité d'une même éprouvette dans différents états. Il est alors possible de calculer précisément les incertitudes sur la porosité, le taux de saturation ou la teneur en eau ainsi que la teneur en CO<sub>2</sub>. Ces dosages, pour obtenir des profils par une méthode non destructive, nécessitent d'être réalisés avec une confiance accrue dans le résultat. Les causes d'erreur prépondérantes sont alors :

- la répétabilité,
- le caractère aléatoire de l'émission.

Enfin, cette étude donne l'ordre de grandeur des incertitudes de mesure de densité, de porosité, de teneur en eau ou en CO<sub>2</sub> pour un béton de densité donnée et de résistance moyenne à la compression de 40 MPa. Ces incertitudes peuvent toutefois être appliquées de manière plus large aux mesures réalisées sur des bétons de densité peu différente donc de résistance peu différente.

Dans l'avenir, quand un grand nombre de mesures similaires auront été réalisées, une étude statistique des mesures de densité pourra permettre d'évaluer les incertitudes de reproductibilité.

### RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] VILLAIN G., THIÉRY M., ROUSSEL P., Détermination par gammadensimétrie de profils de séchage et de carbonatation dans les bétons, *Bulletin des laboratoires des Ponts et Chaussées*, **248**, janvier-février 2004, pp. 49-71.
- [2] Radio-isotopes II, *Numéro spécial P du Bulletin de Liaison des Laboratoires Routiers, Ponts et Chaussées*, sous la direction de J.-P. CHEVRIER, Paris, octobre 1970, 132 pages.
- [3] LECOLLINET M., *Évaluation et expression des incertitudes de mesures*, Cours du CNAM, mai 2004, 120 pages.
- [4] NF ENV 13005, *Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure (Guide to the expression of uncertainty in measurement)*, août 1999.
- [5] Détermination de la masse volumique apparente et de la porosité accessible à l'eau, Méthodes recommandées pour la mesure des grandeurs associées à la durabilité, *Compte-rendu des Journées Techniques AFPC-AFREM « Durabilité des bétons »*, 11 et 12 décembre 1997, Toulouse, pp. 121-124.
- [6] THIÉRY M., *Modélisation de la carbonatation atmosphérique des bétons – Prise en compte des effets cinétiques et de l'évolution de la microstructure et de l'état hydrique*, Thèse de l'ENPC, LCPC, septembre 2005, 333 pages.
- [7] NF X 07-001, *Normes fondamentales – Vocabulaire international des termes fondamentaux et généraux de métrologie (Fundamental standards – International vocabulary of basic and general terms in metrology)*, décembre 1994.
- [8] BERGER M.J., HUBBEL J.H., *Photon attenuation coefficient*, In *Handbook of Chemistry and Physics*, 81<sup>st</sup> edition, 2000-2001, pp. 10 207-10 211.