

Optimisation de la gestion des ponts en béton armé par chaînes de Markov

André ORCESI,
Christian CRÉMONA*

Laboratoire central des ponts et chaussées

RÉSUMÉ

Le vieillissement des ponts en béton armé français nécessite une adaptation des politiques d'entretien et des budgets de maintenance. L'objectif de cette étude est d'élaborer un modèle de prédiction pour déterminer l'évolution de ce patrimoine et optimiser les coûts de maintenance selon les politiques choisies. Le patrimoine étudié est l'ensemble des ponts en béton armé du réseau routier national soumis à l'inspection IQOA (image qualité ouvrages d'art), dont les campagnes ont pour but de donner chaque année une « image » de l'état global du patrimoine des ponts à la charge de la direction des Routes. Cette étude se fonde sur les résultats de la classification des ponts en béton armé suivant leur âge et leur état, qui a été réalisée en 1998. L'évolution de l'état du parc d'ouvrages est déterminée à l'aide des chaînes de Markov. Les hypothèses d'un tel modèle sont détaillées et justifiées, afin de déterminer les matrices de transition entre les divers états décrits par la procédure de cotation IQOA. Une fois ces matrices de transition déterminées, une étude de coût est menée pour déterminer les stratégies de maintenance optimales du parc d'ouvrages.

Optimized management of reinforced concrete bridges using markov chains

ABSTRACT

The aging of reinforced concrete bridges in France has necessitated (appropriate) appropriate maintenance policies and budgets. The objective of this study is to build a prediction model capable of determining facility evolution and optimizing maintenance costs depending on the policies adopted. The targeted infrastructure consists of all reinforced concrete bridges, throughout the national road network, submitted to the IQOA (French acronym for structural quality imaging) inspection campaigns, intended to provide a yearly “snapshot” of the overall state of repair for bridges operated under the responsibility of the Public Works Ministry's Roads Division. This study has been based on results from the classification of reinforced concrete bridges according to age and condition conducted in 1998. The evolution in bridge condition has been determined using Markov chains. The hypotheses behind such a model are specified in detail and then justified, in an effort to identify transition matrices between the various states described by the IQOA rating procedure. Once these matrices have been determined, a cost study is performed to derive optimal maintenance strategies for the structures.

*AUTEUR À CONTACTER :

Christian CRÉMONA
christian.cremona@lcpf.fr

INTRODUCTION

La gestion des parcs d'ouvrages d'art, associée à des budgets de maintenance contraints, a conduit ces dernières années au développement d'outils d'aide à la gestion [1-4]. Ces outils abordent de manière probabiliste le processus de dégradation à l'échelle des éléments d'un ouvrage [5-8]. De tels systèmes de gestion n'existent pas encore en France où il n'est possible de faire qu'un inventaire de l'état du patrimoine. L'objectif de cette étude est donc de mettre au point un modèle de

prédition, non plus à l'échelle des éléments d'un ouvrage mais à l'échelle du patrimoine, dans sa globalité, pour déterminer son évolution en fonction des politiques appliquées choisies. Le patrimoine qui est étudié ici est l'ensemble des ponts en béton armé soumis à l'inspection IQOA. Le principe de la notation IQOA est de donner une note globale aux ouvrages lors d'inspections ayant lieu en moyenne tous les trois ans et de les regrouper dans cinq classes suivant leur état de dégradation. N'ayant pas accès à la loi globale de vieillissement d'un ouvrage, la démarche présentée ici consiste à évaluer la probabilité qu'a un ouvrage de passer d'un état à un autre au cours du temps. Ce passage est modélisé de façon matricielle à l'aide de chaînes de Markov. Une fois les matrices de transition déterminées, il est alors possible d'étudier l'évolution du patrimoine en fonction des politiques de gestion appliquées et d'optimiser les coûts de maintenance. Les différentes étapes de cette démarche sont détaillées ici, en insistant notamment sur la validation des hypothèses liées à l'utilisation des chaînes de Markov, et en testant diverses stratégies de maintenance.

PRÉSENTATION DE LA CLASSIFICATION IQOA

■ Présentation générale

En 1994, la direction des Routes a décidé de mettre en place un outil lui permettant de suivre l'évolution de son patrimoine d'ouvrages d'art : c'est l'image qualité ouvrages d'art. Les campagnes IQOA concernent les ouvrages de franchissement national d'une longueur supérieure à deux mètres ([figure 1](#)).

L'étude présente se restreint aux ouvrages en béton armé, ce qui représente environ 9 000 ponts. Le principe d'IQOA est d'attribuer des notes aux ponts selon leur état [9]. Il existe cinq notes possibles : 1, 2, 2E, 3, 3U ([tableau 1](#)).

figure 1
Inspection d'un ouvrage.



tableau 1
Définition des classes IQOA.

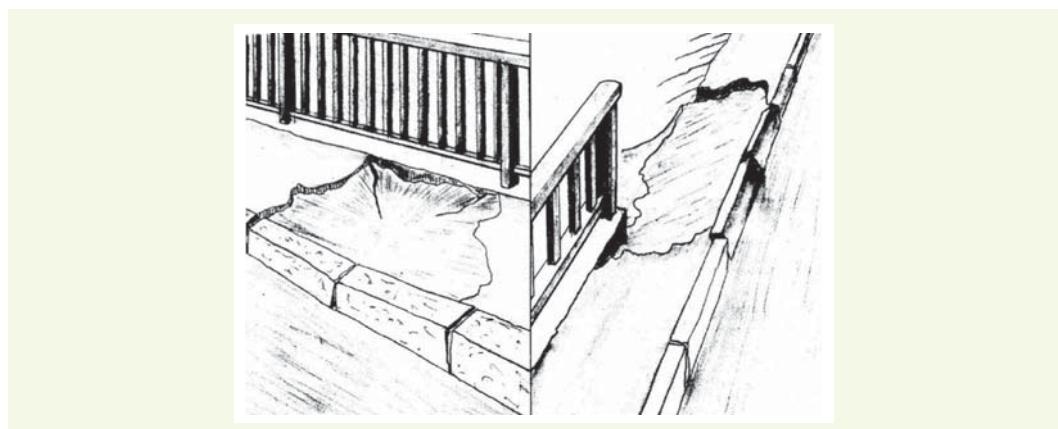
État	Signification
1	Ouvrage en bon état apparent relevant de l'entretien courant au sens de l'instruction technique sur la surveillance et l'entretien des ouvrages d'art.
2	Ouvrage : <ul style="list-style-type: none"> – dont la structure est en bon état apparent mais dont les équipements ou les éléments de protection présentent des défauts, – ou dont la structure présente des défauts mineurs, – et qui nécessite un entretien spécialisé sans caractère d'urgence.
2E	Ouvrage : <ul style="list-style-type: none"> – dont la structure est en bon état apparent mais dont les équipements ou les éléments de protection présentent des défauts, – ou dont la structure présente des défauts mineurs, – et qui nécessite un entretien spécialisé urgent, pour prévenir le développement rapide de désordres dans la structure et son classement ultérieur en 3.
3	Ouvrage dont la structure est altérée et qui nécessite des travaux de réparation mais sans caractère d'urgence.
3U	Ouvrage dont la structure est gravement altérée et qui nécessite des travaux de réparation urgents liés à l'insuffisance de la capacité portante de l'ouvrage ou à la rapidité d'évolution des désordres pouvant y conduire à brève échéance.

Pour déterminer la note globale d'un ouvrage, les agents chargés de l'inspection disposent d'un guide [10] qui répertorie tous les types de défauts connus et les notes à donner dans chacun des cas, la note globale du pont étant alors la plus mauvaise note donnée aux différents éléments.

Les défauts entraînant la note 2 ou 2E pour un ouvrage sont des défauts d'équipement, des défauts des éléments de protection ou des défauts de structure mineurs mais pouvant entraîner un passage en 3, voire 3U, s'ils ne sont pas traités rapidement. Pour les équipements sur l'ouvrage, les défauts concernent la chaussée portée (défauts de surface, déformations vers le bas, apparitions de fissures). Ces problèmes peuvent être dus à une mauvaise qualité des matériaux, une mise en œuvre déficiente, ou encore à une fatigue excessive de la couche de roulement sur l'ouvrage. Les défauts peuvent concerner les bordures de trottoirs : défauts d'alignement, dégradation du revêtement, affaissements du corps du trottoir (**figure 2**). Ils concernent également les dispositifs d'évacuation des eaux sur l'ouvrage ou encore les joints de chaussées et de trottoirs, avec le plus souvent des décalages relatifs transversaux ou verticaux entre les éléments constitutifs du joint. Les équipements inspectés sont les suivants : les trottoirs et bordures, les dispositifs de retenue, et les dispositifs d'évacuation des eaux.

figure 2

Affaissement de trottoirs.



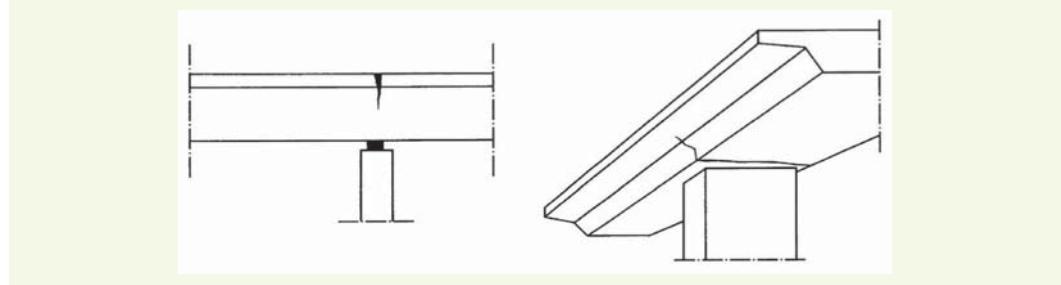
Les défauts des éléments de protection pouvant entraîner une classification en 2 ou 2E concernent l'étanchéité du tablier (cheminements d'eau de ruissellement, suintements au droit des fissures, présence d'alcali réaction).

En ce qui concerne les défauts du tablier, une note 2 ou 2E est attribuée s'il y a apparition de fissures sur la dalle et les encorbellements dans le cas d'un pont dalle, ou sur les poutres, les hourdis et les entretoises dans le cas d'un pont à poutres sous chaussée en béton armé. La notation 2E a pour but, dans ces cas, de prévenir un passage en 3 ou 3U en intervenant rapidement et d'éviter ainsi une perte de performance structurelle de l'ouvrage. Les amorces d'éclatement de parement sont également pris en compte dans la notation 2 ou 2E. L'incidence sur la sécurité des usagers en cas de rupture de la fixation à brève échéance doit alors être examinée. Dans ce dernier cas, c'est plus la sécurité des usagers à court terme que la performance structurelle de l'ouvrage qui est examinée.

Les défauts qui entraînent la note 3 ou 3U ne concernent que des défaillances structurelles de l'ouvrage. Deux défauts majeurs peuvent entraîner le passage en 3 et 3U : les fissures (**figure 3**) et la dégradation du béton. Les fissures sont en général dues à une mauvaise conception de l'ouvrage ou à des sollicitations excessives, souvent liées à une insuffisance importante de la résistance à la flexion longitudinale. La dégradation du béton est liée à une mauvaise qualité du béton, à l'action du gel, à l'agressivité du milieu environnant ou bien à un effort mécanique excessif.

Il est important de noter la différence de niveau des désordres entre les classes 2 et 2E et les classes 3 et 3U. Les deux premières notes font référence à des défauts d'équipements ou à des défauts de structure mineurs. Les deux dernières font référence à des défauts de structure avancés et donc à des

figure 3
Exemple de fissures transversales.



exigences de sécurité structurale. Cette différence de niveau des différents états IQOA constituera une justification forte pour l'utilisation de l'hypothèse de Markov dans la suite de l'étude. C'est l'état actuel de l'ouvrage qui est primordial et non son passé pour déterminer son état futur.

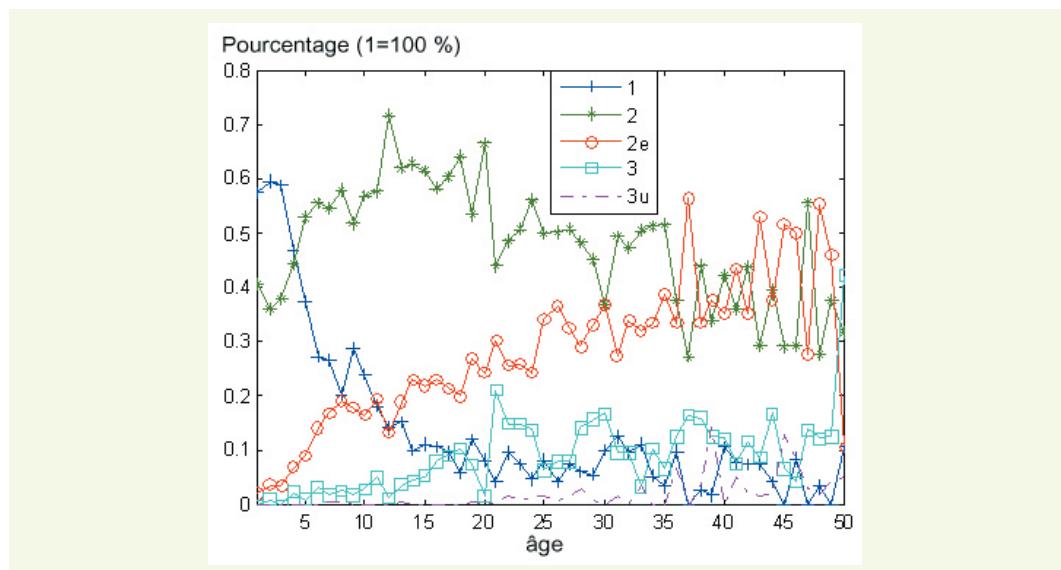
■ Utilisation des données IQOA

La base de données IQOA présente plusieurs caractéristiques essentielles qui permettent d'envisager une analyse probabiliste. Elle possède en effet une taille significative et les 9 000 ponts en béton armé permettent de travailler sur un échantillon représentatif. De plus, l'étendue de la plage des âges permet d'avoir des informations sur l'ensemble des ponts en béton armé, qu'ils soient récents ou vieux de plus d'une cinquantaine d'années. L'objectif de cette étude est d'obtenir une loi de vieillissement d'un parc de ponts en béton armé. Cependant, les données individuelles concernant chaque pont depuis sa construction ne sont pas accessibles. Une solution est de classer les ponts suivant leur âge et leur état à un moment précis dans le temps. Les proportions d'ouvrages pour chaque âge et chaque état sont alors regroupées dans le vecteur $\mathbf{q}(i)$, où i est l'âge du pont :

$$\mathbf{q}(i) = (q_1^i \ q_2^i \ q_{2E}^i \ q_3^i \ q_{3U}^i) \quad (1)$$

L'hypothèse de cette étude peut s'exprimer ainsi : la répartition des états pour chacun des âges est l'évolution qui serait observée au cours de la campagne pour un patrimoine de ponts donné. Cette méthode repose sur l'étude menée en 1998 par le SETRA sur le patrimoine IQOA [1, 2], dans laquelle les ponts en béton armé ont été classés par âges et par états (figure 4). Cette répartition servira de base de données tout au long de l'étude pour déterminer le modèle de vieillissement des ponts en béton armé de manière probabiliste.

figure 4
Répartition du patrimoine des ponts en béton armé par âge et par état en 1998.



UTILISATION DES CHAÎNES DE MARKOV

■ Justification de l'hypothèse de Markov homogène

Il n'existe pas de loi déterministe pour prédire le processus de détérioration d'un ouvrage quelconque. De plus, l'objectif est d'évaluer la probabilité pour un pont de passer d'un état à un autre dans la classification IQOA. L'approche par la théorie de Markov qui est présentée ici est couramment utilisée pour évaluer les probabilités de passage [11, 12]. L'hypothèse de Markov est que la probabilité pour un pont d'être dans un état donné lors d'une campagne n ne dépend que de l'état dans lequel il était lors de la campagne $n - 1$ et non des campagnes antérieures. Dans ce modèle, seul l'état présent du pont compte pour déterminer ses états futurs [13, 14]. Cette hypothèse se justifie par la nature même du patrimoine IQOA. Les différentes classes de notation regroupent des réalités très différentes. Il existe surtout une différence de niveau entre les classes 2 et 2E et les classes 3 et 3U. Rappelons ici encore que les deux premières notes font souvent référence à des exigences d'aptitude au service qui sont en majorité des défauts d'équipements. Les deux dernières font plus référence à des défauts de structure du tablier du pont. L'état futur d'un pont qui est classé en 3 va par exemple dépendre davantage de ses défaillances actuelles que des défauts d'équipements qu'il a eus dans le passé. C'est donc le présent de l'ouvrage qui est pris en compte pour déterminer son état futur.

L'hypothèse de l'homogénéité de la chaîne de Markov signifie que les probabilités de passage d'un état à un autre ne dépendent pas du temps. Les probabilités de passage d'une classe à une autre sont donc les mêmes quel que soit l'âge des ouvrages concernés. Cette hypothèse d'homogénéité se justifie dans le cas du patrimoine IQOA si on réduit l'étude aux seuls ouvrages construits ces trente dernières années ; ils constituent en effet un ensemble relativement homogène dans leur dimensionnement et leur conception.

■ Détermination de la matrice de transition

Une procédure d'optimisation sous contrainte est utilisée pour déterminer la matrice de transition $\mathbf{P} \in M_5$, avec M_5 l'ensemble des matrices d'ordre 5 (P_{ij} est la probabilité pour un pont de passer de l'état i à l'état j en un an). Le $i^{\text{ème}}$ terme de la somme donnée dans l'équation représente l'erreur entre l'« état réel » à l'étape $i + 1$ et l'état $i + 1$ calculé par le modèle. La somme donnée dans l'équation est donc le total des erreurs commises sur les n années pour lesquelles des données sont disponibles, l'objectif étant de minimiser cette erreur :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{\mathbf{P} \in M_5} \sum_{i=1}^n \left\| {}^t q(i+1) - {}^t \hat{q}(i+1) \right\|, \text{ avec } \hat{q}(i+1) = {}^t \mathbf{P} {}^t q(i) \text{ et tel que :} \\ \forall k = 1 \dots 5, \forall l = 1 \dots 5, P_{kl} \in [0, 1] \\ \forall k \in [1, 5], \sum_{l=1}^5 P_{kl} = 1 \end{array} \right. \quad (2)$$

La méthode utilisée pour résoudre ce problème d'optimisation est de s'intéresser aux solutions des équations de Kuhn-Tucker [15]. Ces équations sont des conditions nécessaires pour garantir l'existence de l'optimum d'un problème non linéaire.

■ Résultats

La matrice de transition traduisant l'évolution du parc d'ouvrages, compte tenu de la politique de maintenance qui lui a été appliquée, a été recherchée en utilisant les données IQOA des ponts construits entre 1973 et 1993. La matrice de transition obtenue est la suivante :

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 0,72 & 0,26 & 0 & 0,02 & 0 \\ \mathbf{0} & 0,80 & 0,18 & 0,02 & 0 \\ 0,08 & 0,40 & 0,50 & 0,02 & 0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0,89 & 0,11 \\ 0,35 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0,65 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Pour que la matrice \mathbf{P} , solution de l'équation (2), ait un sens vis-à-vis des politiques qui ont été effectivement appliquées sur le patrimoine entre 1973 et 1993, certains termes (en gras dans l'équation (3)) ont été fixés à 0. Ainsi, le terme qui traduit le passage de 2 à 1 ou bien celui qui traduit le passage de 3 à 2E ont par exemple été négligés, car ils correspondent à un type de maintenance rarement mis en œuvre sur le patrimoine IQOA. La politique qui a été retenue pour déterminer la matrice de transition est de laisser le patrimoine vieillir et de n'intervenir que si un état nécessitant une intervention urgente est atteint. La matrice \mathbf{P} de l'équation (3) va être utilisée dans la suite de l'étude pour prévoir l'évolution du patrimoine en fonction des stratégies de gestion choisies.

OPTIMISATION DES STRATÉGIES DE MAINTENANCE

■ Matrice des coûts

La matrice \mathbf{P} calculée précédemment permet de déterminer la manière dont les ponts en béton armé du patrimoine IQOA sont susceptibles d'évoluer. L'objectif est maintenant d'optimiser ces stratégies de maintenance d'un point de vue économique, tout en maintenant un niveau de performance pour les usagers du réseau routier.

Les coûts unitaires pour faire passer un ouvrage de la classe i à la classe j ont été évalués lors de précédentes études [1, 2, 16]. Ils ont été regroupés dans la matrice suivante :

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & - & 0 & 0 \\ 36 & 12 & - & 8 & 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

Le coût de référence est celui qui fait passer un ouvrage de 2 en 1 (coût moyen égal à 15 k€ ramené à 1 dans la matrice \mathbf{C} . Les termes C_{43} et C_{53} n'ont pas de valeur affectée. Il n'y a en effet pas de véritable sens à donner aux termes qui font passer d'un état très dégradé comme 3U ou 3 à l'état 2E car, d'une part, les défauts ne sont pas du même type, ceux des classes 3 étant des défauts de structure alors que ceux des classes 2 sont majoritairement des défauts d'équipement, et, d'autre part, la classe 2E est une classe où un entretien urgent est nécessaire. Il est donc peu probable d'arriver à un tel état si une intervention a eu lieu sur un ouvrage classé 3 ou 3U. Par ailleurs, les actions d'entretien courant ne sont pas prises en compte dans cette étude, ce qui fixe les termes de la diagonale à 0.

■ Stratégies de maintenance

Pour tenir compte des différentes stratégies de maintenance qui peuvent être des actions préventives ou curatives, les matrices \mathbf{S}_i , $i = 1, \dots, m$ (m étant le nombre de stratégies) sont introduites [17]. Les stratégies de maintenance sont libres d'être choisies par le gestionnaire en fonction du type de maintenance qu'il veut ou peut mettre en place. La matrice \mathbf{P} qui a été déterminée précédemment doit être modifiée pour pouvoir être utilisée dans le problème d'optimisation. Elle contient en effet des termes sous la diagonale qui correspondent à des actions d'entretien. Ces actions d'entretien ont été déterminées plus haut (paragraphe « détermination de la matrice de transition ») de manière à suivre au mieux la répartition donnée sur la **figure 4**, mais pas de manière à optimiser les coûts de maintenance. La méthode proposée ici est donc de faire la somme pour chacune des lignes de

la matrice \mathbf{P} des termes sous la diagonale et de l'ajouter au terme diagonal de la ligne en question. Ainsi, la nouvelle matrice $\tilde{\mathbf{P}}$ est uniquement une matrice de dégradation, qui traduit au mieux la dégradation du patrimoine des ponts. Il est alors possible de modifier la matrice de transition $\tilde{\mathbf{P}}$ pour prendre en compte les différentes stratégies. Quelques exemples de ces stratégies sont donnés dans l'équation (5) :

$$\mathbf{S}_1 = \begin{pmatrix} 0,72 & 0,26 & 0 & 0,02 & 0 \\ 0 & 0,80 & 0,18 & 0,02 & 0 \\ 0 & 0 & 0,98 & 0,02 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,89 & 0,11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S}_2 = \begin{pmatrix} 0,72 & 0,26 & 0 & 0,02 & 0 \\ 0 & 0,80 & 0,18 & 0,02 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,89 & 0,11 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$$\mathbf{S}_3 = \begin{pmatrix} 0,72 & 0,26 & 0 & 0,02 & 0 \\ 0 & 0,80 & 0,18 & 0,02 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,89 & 0,11 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Le principe de la stratégie est explicité ci-dessous pour \mathbf{S}_3 . La position (i, j) des termes égaux à 1 dans la matrice détermine l'action de maintenance qui va faire passer un pont de l'état i à l'état j.

$$\mathbf{S}_3 = \begin{pmatrix} 0,72 & 0,26 & 0 & 0,02 & 0 \\ 0 & 0,80 & 0,18 & 0,02 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,89 & 0,11 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Le pont 2E passe en 1
(réparation d'équipement)

Le pont 3U passe en 1
(démolition - reconstruction)

\mathbf{S}_1 étant une matrice diagonale supérieure, la stratégie correspondante consiste à ne rien faire (ou uniquement de l'entretien courant). En ce qui concerne la stratégie \mathbf{S}_2 le pont 2E passe en 2 et le pont 3U passe en 2. C'est la combinaison de ces deux stratégies \mathbf{S}_1 et \mathbf{S}_2 qui est étudiée dans toute la suite de l'étude.

■ Première méthode d'optimisation

L'objectif est de déterminer chaque année la combinaison optimale des opérations de maintenance à entreprendre pour maintenir le patrimoine des ponts dans un état acceptable. Pour chaque année i, un vecteur $\mathbf{X}_j(i) = {}^t(x_{j1}^i \ x_{j2}^i \ x_{j2E}^i \ x_{j3}^i \ x_{j3U}^i)$ est associé à la stratégie j. Le terme x_{jk}^i représente la proportion des ouvrages en classe k entretenus à l'année i avec la stratégie j. Le vecteur \mathbf{q} à l'année i + 1 s'obtient donc à partir de celui à l'année i par l'équation (6). Dans cette équation, l'état annuel du patrimoine est déterminé en faisant la somme des états pour chacune des stratégies :

$$\mathbf{q}(i+1) = \mathbf{q}(i) \sum_{j=1}^m \begin{pmatrix} x_{j1}^i & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & x_{j3U}^i \end{pmatrix} \mathbf{S}_j \quad (6)$$

L'état du patrimoine peut donc être déterminé chaque année en fonction des stratégies adoptées. Ce sont les proportions x_{jk}^i qui sont les inconnues du problème. Elles doivent être déterminées pour que l'état du patrimoine reste au-dessus d'un certain seuil admissible et pour que les coûts

de maintenance soient les plus bas possibles. Ainsi, pour chaque stratégie, un vecteur coût est associé (7) :

$$\mathbf{C}(j) = ^t (c_{j1} \ c_{j2} \ c_{j2E} \ c_{j3} \ c_{j3U}) \quad (7)$$

La fonction coût à minimiser (équation (8)) est donc la somme pour toutes les stratégies des montants mis en œuvre pour chaque année du planning de maintenance (le coût de la maintenance chaque année est la somme pour $j=1, \dots, m$ du produit scalaire de $\mathbf{X}_j(i)$ par $\mathbf{C}(j)$, noté $\langle \mathbf{X}_j(i), \mathbf{C}(j) \rangle$). Les conditions portent sur le vecteur \mathbf{q} dont les composantes sont encadrées par celles de $\mathbf{q}(i)^{\text{seuil inf}}$ et $\forall i=1 \dots n, q_{3U}(i) \leq 0,03 - \frac{0,02}{20}i$. De même que dans le paragraphe « détermination de la matrice de transition », les équations de Kuhn-Tucker sont utilisées pour trouver la solution optimale du problème :

$$\begin{cases} \forall i = 1 \dots n-1, \min_{\mathbf{X}_j(i)} \sum_{j=1}^m \langle \mathbf{X}_j(i), \mathbf{C}(j) \rangle \text{ tel que :} \\ \mathbf{q}^{\text{seuil sup}} \geq \mathbf{q}(i+1) \geq \mathbf{q}^{\text{seuil inf}} \end{cases} \quad (8)$$

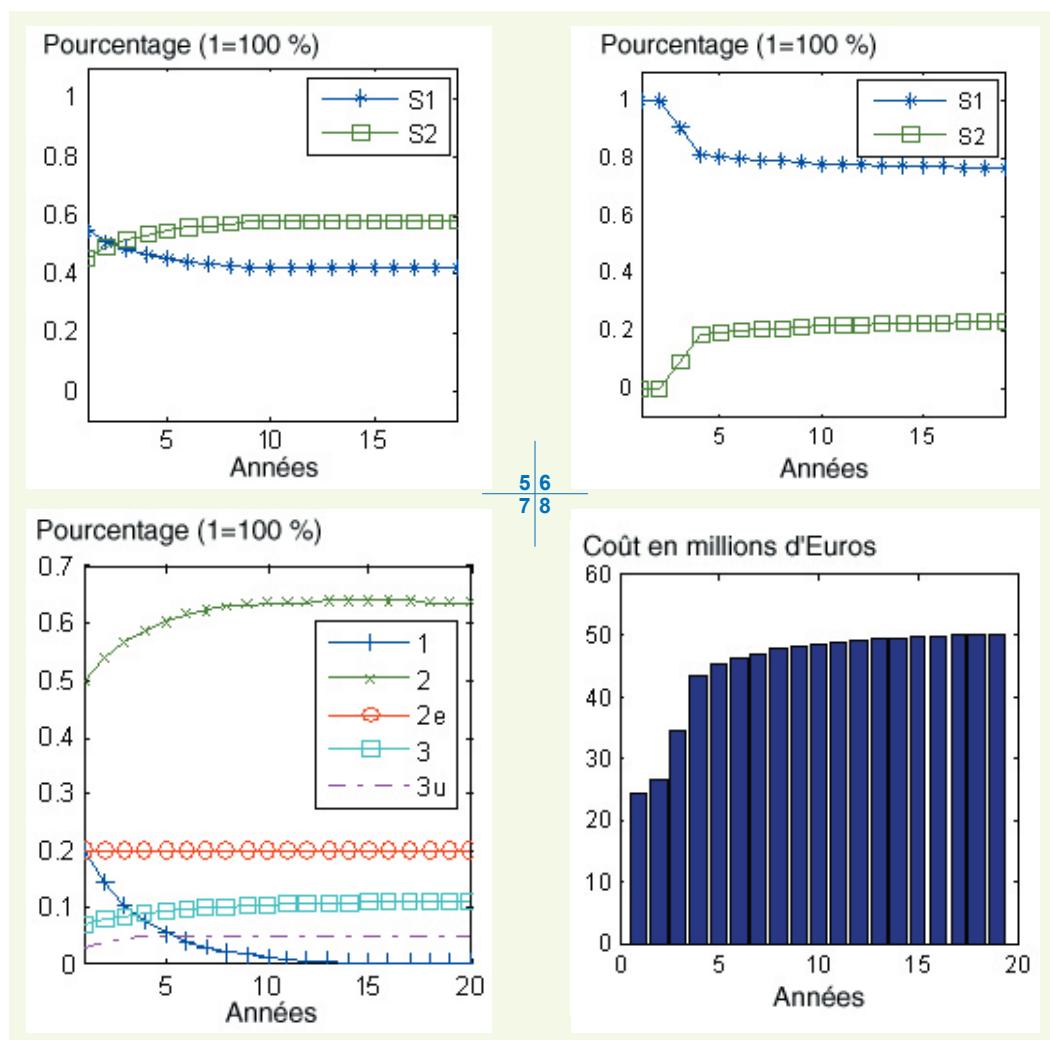
On se fixe ici le niveau de contraintes à respecter : avoir un pourcentage de ponts en 2E inférieur à 20 % et un pourcentage en 3U inférieur à 5 %. Les **figures 5** et **6** donnent pour chacune des deux classes 2E et 3U le planning d'intervention pour les vingt années de la simulation. En ce qui concerne les classes 2 et 3, il y a une répartition égale pour les matrices \mathbf{S}_1 et \mathbf{S}_2 dans le planning de

figure 5
Planning de maintenance des ponts en 2E.

figure 6
Planning de maintenance des ponts en 3U.

figure 7
Évolution du patrimoine en utilisant \mathbf{S}_1 avec \mathbf{S}_2 ($q_{2E} \leq 20\%$, $q_{3U} \leq 5\%$).

figure 8
Coût de la maintenance annuelle.



maintenance (équation (5)). La **figure 7** représente l'évolution du patrimoine de ponts sur vingt ans. Enfin, la **figure 8** donne le coût de la maintenance pour les 9 000 ponts en béton armé (les actions d'entretien courant ne sont pas prises en compte dans le calcul du coût). L'optimisation étant effectuée annuellement, l'effet du taux d'actualisation n'est pas pris en compte.

D'après la **figure 7** qui donne l'évolution des états sur vingt ans, la proportion de ponts en 1 disparaît très rapidement, ce qui s'explique par le fait que ni S_1 ni S_2 n'ont de termes dans la première colonne à partir de la deuxième ligne. Il n'y a pas de contrainte sur les états 1, 2 et 3 : il est donc normal de voir la proportion de ponts en 3 augmenter. Par ailleurs, la stratégie optimale consiste à laisser les ponts en 2E et 3U se détériorer jusqu'à ce que leur proportion ait atteint la limite fixée et de n'entreprendre des actions de maintenance que lorsque cela est nécessaire. Cette constatation confirme que le modèle tente bien de minimiser les coûts et que seules les contraintes qui sont fixées au préalable imposent d'effectuer la maintenance. Après une courte période de transition, qui correspond au temps mis par le pourcentage de ponts en 3U à atteindre la limite des 5 %, les pourcentages de stratégies appliquées avec S_1 et S_2 se stabilisent. Le processus de maintenance avec ces deux matrices en particulier devient stationnaire dès lors que le seuil à ne pas dépasser est atteint. Ainsi, le gestionnaire est capable de se faire une idée du montant à mettre en œuvre sur une période donnée pour maintenir son patrimoine dans un état qu'il s'est fixé au préalable.

Dans l'exemple étudié précédemment, les contraintes restent fixes chaque année. Il est cependant possible de les faire évoluer. Un exemple intéressant vis-à-vis des politiques de gestion actuelles est de considérer le problème suivant : l'objectif est de faire diminuer sur vingt ans le pourcentage d'ouvrages en 3U de 3 % à environ 1 %. Il n'est donc plus question de contenir la progression du patrimoine dégradé, mais réellement de diminuer significativement cette catégorie d'ouvrages. La question est de savoir quelles sont les ressources budgétaires à allouer pour se donner les moyens de mener une telle politique de restauration. La contrainte sur les ponts en 3U devient :

$$\forall i = 1 \dots n, q_{3U}(i) \leq 0,03 - \frac{0,02}{20}i \quad (9)$$

où i est l'année considérée. Les résultats du calcul sont représentés sur les **figures 9 à 12**. L'effet de l'évolution de la contrainte 3U est significatif sur le pourcentage de réparations d'ouvrages 3U en 2 (**figure 10**) et donc sur le coût annuel de la maintenance (**figure 12**).

figure 9

Planning de maintenance des ponts en 2E.

figure 10

Planning de maintenance des ponts en 3U.

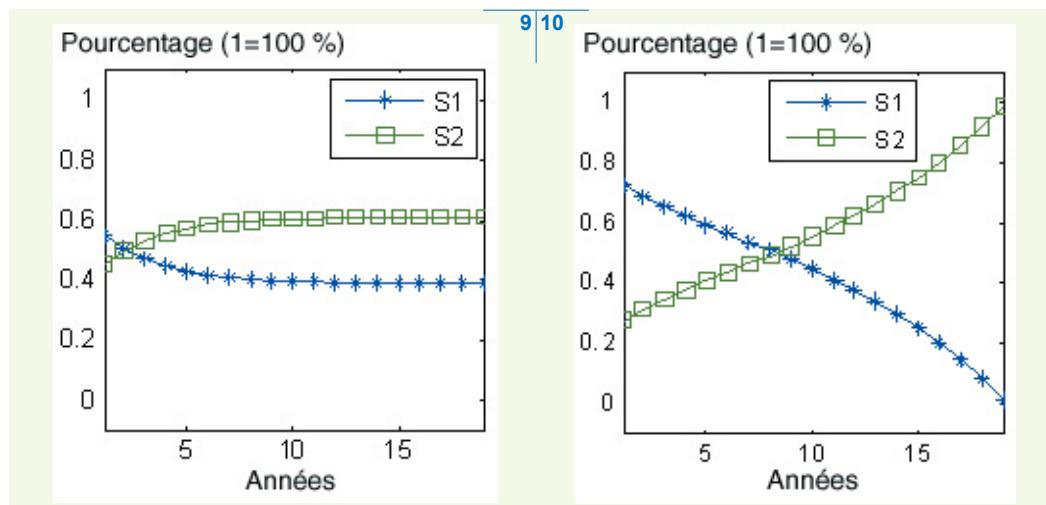
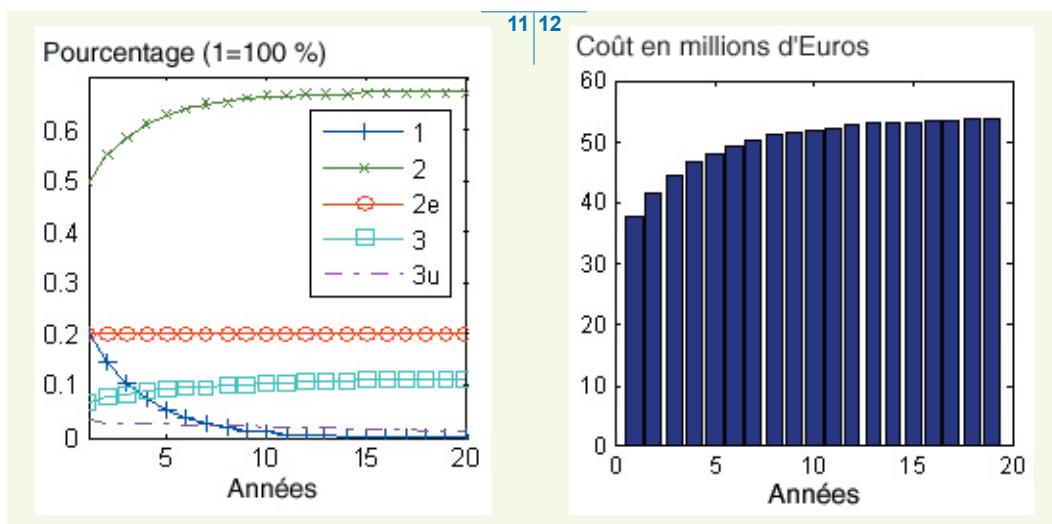


figure 11
Évolution du patrimoine en utilisant S_1 avec S_2 ($q_{2E} \leq 20\%$, $q_{3U}(i) \leq 0,03 - \frac{0,02}{20} i$).



■ Seconde méthode d'optimisation

➤ Contraintes budgétaires annuelles

Une autre approche est de se fixer un budget et de voir comment et quand les actions de maintenance doivent être décidées pour respecter les contraintes. Le nouveau problème d'optimisation est le suivant :

$$\begin{cases} \forall i = 1 \dots n-1, \min_{X_j(i)} \left| \sum_{j=1}^m \langle X_j(i), C(j) \rangle - B_a(i) \right| \text{ tel que :} \\ q^{\text{seuil sup}} \geq q(i+1) \geq q^{\text{seuil inf}} \end{cases} \quad (10)$$

dans lequel $B(i)$ est le budget annuel. Cette approche est plus pratique du point de vue du gestionnaire qui connaît les ressources dont il peut disposer et qui cherche à déterminer comment répartir au mieux ses ressources. Le problème ainsi formulé est cependant délicat à mettre en œuvre car il est difficile de satisfaire chaque année au budget imposé et aux contraintes sur les différents états. En effet, avec un budget trop faible, les contraintes sur les états 2E et 3U ne sont pas respectées par manque de moyens. A l'inverse, l'attribution d'un budget élevé va entraîner une amélioration du patrimoine, ce qui nécessite des crédits de maintenance moins élevés pour les années suivantes alors que le budget doit rester fixe. Pour éviter de telles contradictions, le problème d'optimisation est formulé de la façon suivante :

$$\begin{cases} \forall i = 1 \dots n-1, \min_{X_j(i)} \left(\sum_{j=1}^m \langle X_j(i), C(j) \rangle \right) \text{ tel que :} \\ \sum_{j=1}^m \langle X_j(i), C(j) \rangle \geq B_a(i) \\ q^{\text{seuil sup}} \geq q(i+1) \geq q^{\text{seuil inf}} \end{cases} \quad (11)$$

Ainsi, pendant la procédure d'optimisation, le coût de la maintenance annuelle est minimisé jusqu'à ce qu'il soit le plus proche possible du budget fixé. La valeur du budget annuel fixé $B_a(i)$ peut alors mener à deux situations. Soit $B_a(i)$ est trop faible pour que les contraintes sur les états soient respectées et dans ce cas le budget annuel $B_a'(i)$ nécessaire est supérieur à $B_a(i)$ (cas 1), soit il est suffisant et dans ce cas le budget annuel est égal à $B_a(i)$ (cas 2).

Dans le cas suivant, le budget $B(i)$ reste fixe chaque année (figure 14) et les deux stratégies S_1 et S_2 sont utilisées. Le niveau de contraintes à respecter est d'avoir un pourcentage de ponts en 2E

figure 13

Planning de maintenance des ponts en 2E.

figure 14

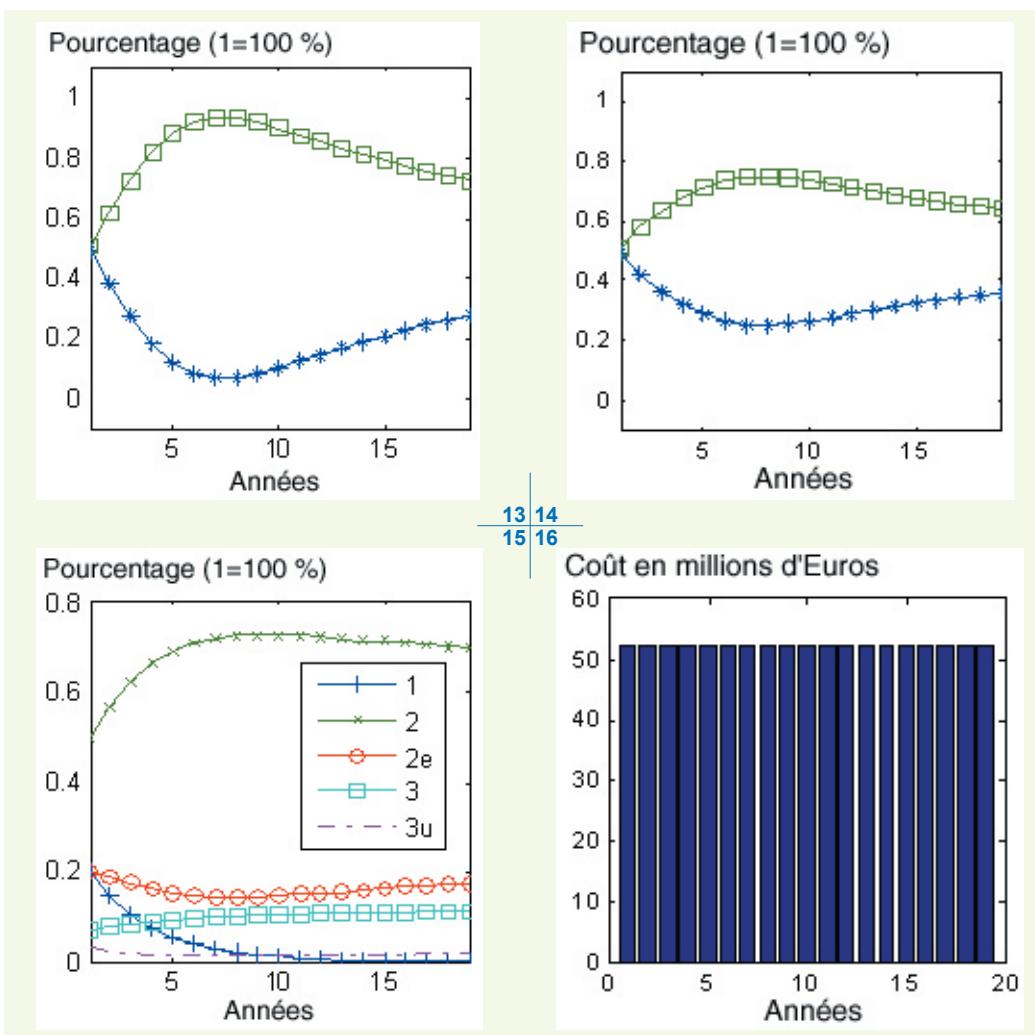
Planning de maintenance des ponts en 3U.

figure 15

Évolution du patrimoine en utilisant S_1 avec S_2 et avec un budget annuel fixe de 52,2 M€.

figure 16

Coût de la maintenance.



13 14
15 16

inférieur à 20 % et un pourcentage en 3U inférieur à 5 %. Le budget annuel choisi dans cet exemple est de 52,2 M€ pour l'ensemble des 9 000 ouvrages, ce qui correspond à un budget individuel de 5 800 € par ouvrage. Ce budget est celui qui permet de respecter à la fois les contraintes sur l'état du patrimoine, qui sont les mêmes que celles utilisées dans le paragraphe précédent, et les contraintes sur les coûts de maintenance. Comme précédemment, le planning de maintenance pour les classes 2E et 3U (**figures 13 et 14**), l'évolution des états (**figure 15**) et le coût de maintenance annuelle (**figure 16**) sont présentés.

Les actions de maintenance concernant les ponts en 2E et celles des ponts en 3U se répartissent avec la même allure (**figures 13 et 14**). Il est important de noter que, dans ce cas, les contraintes sur les états 2E et 3U sont respectées avec une légère marge, ce qui s'explique par le fait qu'il y a une contrainte sur le budget qui doit également être vérifiée. Avec cette seconde approche du calcul d'optimisation, le gestionnaire connaît le budget qu'il pourra dépenser chaque année et essaie en conséquence de déterminer comment utiliser au mieux ses ressources.

Le même calcul a été mené avec des budgets annuels inférieurs par ouvrage. La contrainte sur les budgets de maintenance annuels étant de rester toujours supérieur au budget fixé, si ce dernier n'est pas suffisant certaines années, il est tout à fait possible d'allouer des crédits supplémentaires. C'est ce qu'illustrent les **figures 17 et 18** où l'objectif était de dépenser respectivement 5 000 € et 4 500 € par ouvrage chaque année. On s'aperçoit en fait que des dépenses supplémentaires devront quand même être prévues certaines années, et cela d'autant plus que l'on tente de réduire les budgets au départ. Dans le cas où les budgets ne peuvent pas être corrigés, l'état global du patrimoine va se dégrader.

figure 17

Coût de la maintenance annuelle en utilisant S_1 avec S_2 et un budget annuel cible de 45 M€.

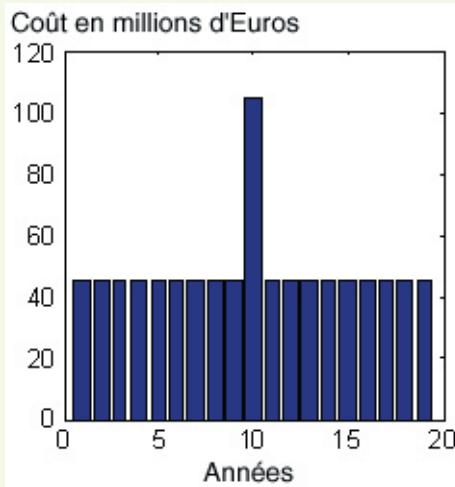
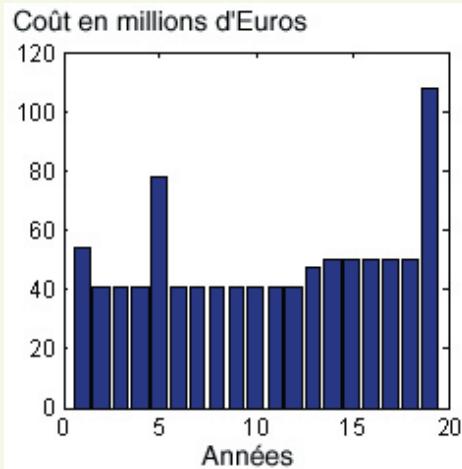
**17 | 18**

figure 18
Coût de la maintenance annuelle en utilisant S_1 avec S_2 et un budget annuel cible de 40,5 M€.

Il est donc possible de quantifier les coûts en fonction de la politique qui est choisie et de prévenir ainsi d'éventuels dérapages budgétaires sur le long terme. Il est à signaler que le calcul a également été mené pour des budgets élevés (supérieurs à 6 000 € par ouvrage chaque année). Dans ces cas, la contrainte portant sur le budget cesse d'être vérifiée très rapidement puisque le budget nécessaire est inférieur à celui qui est fixé. Là encore, il est possible d'avoir une idée précise des budgets à mettre en œuvre et d'éviter ainsi des dépenses inutiles.

➤ **Contraintes budgétaires sur une période donnée**

Dans ce cas, le problème d'optimisation avec un budget fixé est considéré non plus annuellement mais sur plusieurs années. C'est donc un planning d'intervention sur plusieurs années qui est cherché, l'objectif étant de prendre en compte l'effet de l'actualisation sur la répartition des travaux de réparation. Le budget annuel qui a été déterminé dans le paragraphe précédent (52,2 millions d'euros pour l'ensemble du patrimoine chaque année) est donc repris ici et va être cumulé pour donner le budget total de la maintenance. Ce budget total B_p doit tenir compte de l'actualisation et s'exprime de la manière suivante :

$$B_p = B_a \sum_{i=1}^n \frac{1}{(1+r)^i} \quad (12)$$

où n est le nombre d'années du planning et r le taux d'actualisation. Le nouveau problème d'optimisation pour déterminer le planning de maintenance sur les n années est le suivant :

$$\begin{cases} \min_{X_j(i)} \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \langle X_j(i), C(j) \rangle \right) \text{ tel que:} \\ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \langle X_j(i), C(j) \rangle \geq B_{\text{planning}} \\ q^{\text{seuil sup}} \geq q(i+1) \geq q^{\text{seuil inf}} \end{cases} \quad (13)$$

Il est alors possible de comparer les coûts obtenus par cette méthode (C1) avec ceux qui seraient appliqués (C2) si le calcul était mené année par année comme dans le paragraphe « Contraintes budgétaires annuelles ». Le taux d'actualisation r est pris égal à 6 %. Comme précédemment, les pourcentages de ponts en 2E et 3U doivent rester inférieurs respectivement à 20 % et 5 %. Les plannings de maintenance pour les états 2E et 3U sont représentés (figures 19 et 20) ainsi que l'évolution des états (figure 21). La durée considérée dans ce cas est limitée à quinze ans car, pour des plannings plus étendus, la convergence du calcul n'est pas assurée, contrairement à ce qui était rencontré dans le cas où la maintenance était considérée année par année. Le budget B_p pour les quinze années du planning est alors égal à 730,8 millions d'euros.

figure 19

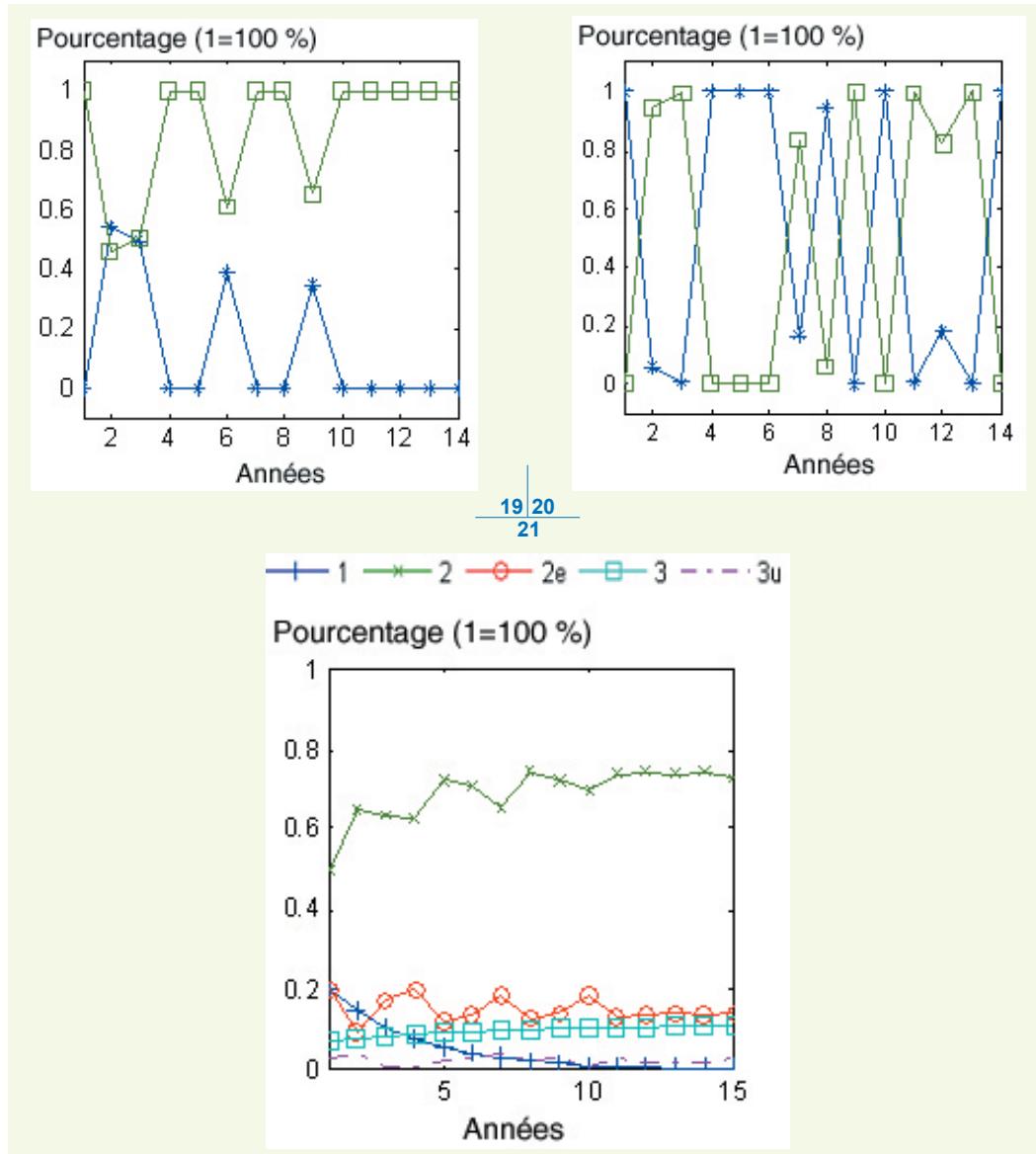
Planning de maintenance des ponts en 2E (méthode C1).

figure 20

Planning de maintenance des ponts en 3U (méthode C1).

figure 21

Évolution du patrimoine avec la méthode C1 (budget fixé sur les 15 ans du planning et non plus annuellement).



Les ressources ne sont pas du tout utilisées de la même manière lorsque l'optimisation est effectuée sur une période et non année par année (**figure 22**). Dans le cas où la maintenance est considérée sur un planning donné, les instants d'intervention sont fortement dispersés (**figures 19 et 20**) alors que la répartition est « continue » lorsque le problème est considéré année par année (*cf. figures 13 et 14*).

Le taux d'actualisation joue donc un rôle très important dans la répartition du planning de maintenance chaque année. De plus, lorsqu'il est élevé, il rend possible des interventions très coûteuses dans le futur. Cette notion est mise en évidence en réduisant le budget annuel B_a de manière significative. Alors que dans le paragraphe « Contraintes budgétaires annuelles », le budget minimal à appliquer est de 5 800 € par ouvrage chaque année, en appliquant un taux d'actualisation de 6 %, il est possible d'appliquer un budget sur la durée du planning qui soit équivalent à 4 000 € par ouvrage chaque année (**figure 23**).

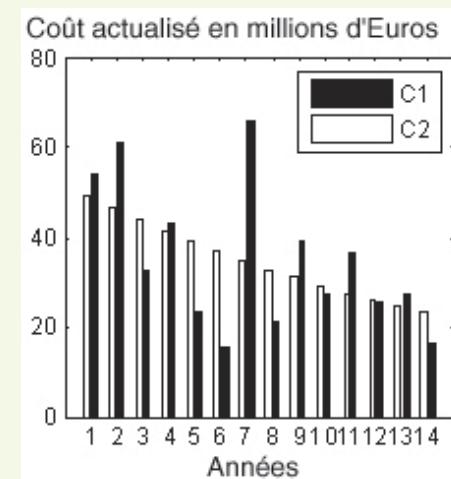
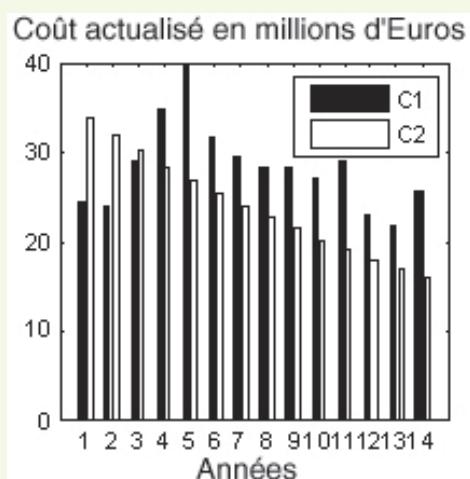
Le budget total sur la durée du planning de maintenance étant moins important, les actions sont repoussées dans le futur et deviennent alors réalisables. La donnée du taux d'actualisation va donc fortement influencer l'enveloppe financière attribuée aux travaux de maintenance. Il convient donc d'être très vigilant sur la valeur à donner à ce taux pour éviter de surestimer son impact sur la diminution du budget et d'engendrer ainsi des situations financières délicates.

figure 22

Comparaison des coûts chaque année avec les deux méthodes C1 et C2.

figure 23

Comparaison des coûts chaque année avec les deux méthodes C1 et C2.

**22|23**

CONCLUSIONS

Une modélisation de l'évolution du patrimoine par chaînes de Markov homogènes a été présentée. Les hypothèses permettant d'appliquer la théorie de Markov au patrimoine des ponts en béton armé géré par IQOA ont été notamment justifiées. L'homogénéité de la base de données considérée et la constitution de la classification IQOA, avec des notes traduisant des états bien distincts, sont des raisons qui permettent d'envisager l'usage de chaînes de Markov homogènes dans la recherche d'un modèle de prédiction.

La matrice de transition des ponts en béton armé construits après 1970 a ensuite été évaluée puis une étude économique a été menée pour déterminer les stratégies optimales de maintenance. Les diverses simulations d'évolutions combinées à une étude de coûts permettent de planifier la maintenance de manière à maintenir le patrimoine dans un bon état avec des coûts d'entretien maîtrisés. Il est alors possible de quantifier avec précision les coûts à allouer, soit chaque année, soit sur une période donnée. Cet outil permet d'avoir une vision globale du patrimoine et donne la possibilité au gestionnaire d'avoir une vision sur le long terme de l'évolution de son parc d'ouvrages en fonction des politiques qu'il va appliquer.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- 1 **ODENT N., BERTHELLEMY J.**, Bridges asset ageing process model and theoretical simulation of the effect of a maintenance budget policy on bridge condition in national heritage, *First international conference on bridge maintenance, safety and management, IABMAS 2002*, Barcelona, 14-17 july 2002.
- 2 **ODENT N., BERTHELLEMY J., DELFOSSE G.**, Impact d'une politique de gestion sur l'état d'un patrimoine d'ouvrages en béton armé, *Revue Ouvrages d'Art*, SETRA, 33, décembre 1999, pp. 18-28.
- 3 PONTIS technical manual, *Report FHWA SA-94-031*, Department of Transportation, 1993, U.S.A.
- 4 PONTIS version 2.0, User's manual, *Report FHWA SA-94-083*, Department of Transportation, 1993, U.S.A.
- 5 **CESARE M.-A., SANTAMARINA J.-C., TURKSTRA C.-J., VANMARCKE E.-H.**, Modeling bridge deterioration with Markov chains, *Journal of Transportation Engineering*, vol. 118, 6, November/December 1992, pp. 820-833.
- 6 **HUDSON R.-W., CARMICHAEL R.-F., HUDSON S.-W., DIAZ M.-A., MOSER L.-O.**, Micro-computer bridge management system, *Journal of transportation engineering*, vol. 110, 1, January 1984, pp. 59-76.
- 7 **JIANG M., COROTIS R.-B., ELLIS J.-H.**, Optimal life-cycle costing with partial observability, *Journal of Infrastructure system*, vol. 6, 2, June 2000, pp. 56-66.
- 8 **Liu C., HAMMAD A., ITOH Y.**, Maintenance strategy optimization of bridge decks using genetic algorithm, *Journal of Transportation Engineering*, vol. 123, 2, March/April 1997, pp. 91-100.
- 9 Campagne d'évaluation 2000, Dossier national, mars 2001.
- 10 Guide des visites IQOA, catalogue des désordres, 1996.
- 11 **SCHERER W.-T., GLAGOLA D.-M.**, Markovian models for bridge maintenance management, *Journal of Transportation Engineering*, vol. 120, 1, January/February 1994, pp. 37-51.

- 12 COROTIS R.-B., ELLIS J.-H., JIANG M., Modeling of risk-based inspection, maintenance and life-cycle cost with partially observable Markov decision processes, *Structure and Infrastructure Engineering*, vol. 1, 1, March 2005, pp. 75-84.
- 13 BREMAUD P., *Markov chains, Gibbs fields Monte Carlo simulation and queues*, Ed. Springer Verlag, 1999, chapitre 2.
- 14 MADSEN H.-O., KRENK S., LIND N.-C., *Methods of structural safety*, Englewood Cliffs : Prentice-Hall, 1986.
- 15 BAZARAA M.-S., SHERALI H.-D., SHETTY C.-M., *Non linear programming : theory and algorithms 2E*, Ed. Wiley US, 1992.
- 16 ORCESI A., *Optimisation de la gestion des ponts en béton armé par chaînes de Markov*, mémoire de Master recherche en génie civil, École doctorale MEGA, Université de Lyon, septembre 2005.
- 17 MORCOUR G., LOUNIS Z., Maintenance optimization of infrastructure networks using genetic algorithms, *Automation in construction*, 14, 2005, pp. 129-142.