

# Étude du comportement mécanique de matériaux granulaires hétérogènes par simulations numériques discrètes

Bastien CHEVALIER\*  
Gaël COMBE  
Pascal VILLARD

Université de Grenoble,  
Laboratoire sols, solides, structures – risques,  
France

## ■ RÉSUMÉ

Bien que les matériaux granulaires, dits hétérogènes, soient fréquemment utilisés en génie civil, leur comportement mécanique n'a fait l'objet que de peu d'études exhaustives, tant sur le plan expérimental que numérique, ce qui peut s'avérer problématique notamment lorsque l'on souhaite dimensionner des ouvrages. Un modèle numérique par éléments discrets en deux dimensions a été mis en œuvre pour permettre une étude systématique de différents types d'assemblages granulaires : assemblages constitués de deux familles de particules, soit en proportions variables, soit à granulométries plus ou moins resserrées. La microstructure des assemblages granulaires sous confinement isotrope a été décrite en termes de porosité et d'arrangement granulaire. Le comportement mécanique de ces assemblages a été obtenu sous sollicitation biaxiale. Les principaux paramètres étudiés sont le module d'Young et le coefficient de Poisson pour les caractéristiques élastiques, les angles de frottement macromécaniques au pic et dans le domaine des grandes déformations ainsi que la dilatance au travers des courbes de variation de volume en fonction de la déformation axiale.

[Study of the mechanical behavior of heterogeneous granular materials by means of discrete numerical simulation](#)

## ■ ABSTRACT

*Despite the fact that so-called heterogeneous granular materials are frequently employed in civil engineering applications, their mechanical behavior has only been examined in a few comprehensive studies, whether this be experimentally or numerically. This lack of preliminary investigation could prove problematic especially when it comes to structural design. A two-dimensional, discrete element numerical model has been implemented in order to carry out a systematic study of various types of granular assemblies; this set-up will be composed of two particle families, either in variable proportions or with a relatively tighter particle size distribution. The microstructure of granular assemblies submitted to isotropic confinement has been described in terms of porosity and granular arrangement, and the mechanical behavior of such assemblies was obtained by exposure to biaxial loading. The main parameters studied herein are: the Young's modulus and Poisson's ratio for elastic characteristics, macromechanical angles of friction at both the peak state and within the domain of large deformations, as well as dilatancy using volumetric variation curves vs. axial deformation.*

## \*AUTEUR À CONTACTER :

Bastien CHEVALIER

bastien.chevalier@ujf-grenoble.fr

## INTRODUCTION

Les matériaux granulaires hétérogènes sont, pour des raisons économiques évidentes, de plus en plus fréquemment utilisés dans le domaine du génie civil (matériaux de site, tout venant ou sols à forte granularité). Le manque d'information sur le comportement mécanique de ces matériaux est réel, ce qui pose de sérieux problèmes pour le dimensionnement des ouvrages mettant en œuvre de tels matériaux.

La méconnaissance du comportement des matériaux granulaires hétérogènes est d'autant plus grande qu'ils sont, dans la grande majorité des cas, testés mécaniquement au moyen d'essais de laboratoire nécessitant un écrêtage granulométrique pour des raisons matérielles évidentes. Il est donc important de pouvoir apprécier les conséquences de cette approche expérimentale indispensable sur l'estimation des propriétés de ce type de sols.

Les études numériques et expérimentales menées pour appréhender le comportement des matériaux granulaires portent principalement sur des matériaux modèles à granulométries continues [1], voire monométriques [2], qui ne permettent pas *a priori* d'appréhender le comportement de certains matériaux à granulométries plus complexes (granulométries étalées, discontinues...). On peut citer les sables « de laboratoire » tels que le sable d'Hostun [1, 3] ou de Fontainebleau [4], ou encore les billes de verres [5].

Cette étude exploratoire a pour objectif d'étudier l'influence de la granulométrie des matériaux granulaires hétérogènes sur leur comportement mécanique. Elle a été réalisée à l'aide de modèles numériques discrets qui permettent la réalisation d'un grand nombre de simulations utilisant des procédures systématiques et contrôlées. Les simulations numériques ont été réalisées sur un modèle granulaire en deux dimensions à partir du code PFC<sup>2D</sup> développé par Itasca [6]. La caractérisation numérique de ce type de matériaux par une méthode discrète vient compléter les résultats d'études expérimentales et notamment la campagne d'essais triaxiaux sur assemblages de billes de verres à granulométries variables réalisée par Philippe Reiffsteck au LCPC [4].

## GÉNÉRALITÉS SUR LES MATÉRIAUX GRANULAIRES HÉTÉROGÈNES

Les matériaux granulaires hétérogènes sont des assemblages de particules ou grains, de formes plus ou moins complexes, constitués de familles de particules dont les caractéristiques distinctives sont granulométriques : rayon moyen, aspect resserré ou étalé de la distribution des rayons, etc. La combinaison de plusieurs de ces familles peut, à son tour, être décrite en terme de comparaison des différents types de particules au sein du mélange : nombre de familles de particules, rapport des rayons moyens, pourcentage de chaque famille au sein du mélange, ampleur des discontinuités granulométriques.

La diversité des matériaux granulaires hétérogènes est donc très grande et on se limitera ici à des mélanges de deux types de grains (matériaux bimétriques), constitués de particules cylindriques de sections circulaires (modélisation en deux dimensions).

La description de ces milieux sous confinement isotrope permet d'appréhender des phénomènes physiques intéressants de par l'état de porosité, le nombre de coordination (nombre moyen de points de contacts par particule) ou encore l'orientation des contacts.

### ■ Caractérisation de la porosité

La porosité, définissant la part volumique relative qu'occupent les vides dans un matériau donné, s'écrit :

$$\eta = \frac{V_v}{V_s + V_v} \quad (1)$$

où  $V_s$  et  $V_v$  représentent respectivement le volume de la partie solide et le volume des vides dans un échantillon donné.

La description et la prédiction de la porosité de mélanges granulaires de deux familles de particules ont été largement développées, autant sur des modèles théoriques qu'expérimentaux [7-10]. La prédiction de la porosité des mélanges granulaires est fondée sur une modélisation physique des vides inter-particulaires adaptée aux matériaux hétérométriques et qui fait donc intervenir le rapport entre les rayons caractéristiques de chaque famille.

### > Modélisation physique des vides inter-particulaires

Les variations de porosité en fonction de la proportion dans un mélange binaire de chaque classe de particules ont été établies à partir d'une description très idéalisée d'un assemblage [7]. L'échantillon est décrit comme un ensemble de cellules triangulaires, donc en deux dimensions, obtenues en reliant les centres de trois particules voisines. L'hypothèse forte formulée sur ce milieu est qu'il est supposé dense. On considère donc uniquement des cellules où chaque particule est en contact avec les deux autres (cellules en traits pleins, **figure 1**). Par conséquent, en deux dimensions, on ignore toutes les cellules formées par trois particules voisines mais non jointives (cellules en traits pointillés sur la **figure 1**).

Il découle de cette modélisation qu'une cellule issue de trois particules de même taille sera associée, pour des considérations purement géométriques, à une porosité toujours plus grande que celle associée à une cellule issue de particules de taille différente. Il en résulte, par extension aux mélanges bimétriques de sphères, les courbes de porosité de la **figure 2** pour des rapports de diamètre entre grosses et petites particules allant de 1,4 à 6.

On observe sur ces courbes que le modèle de Dodds [7] prévoit une porosité systématiquement plus faible pour les assemblages bimétriques que pour les assemblages monométriques. La porosité minimale est atteinte pour un ratio en volume de petites particules qui varie entre 50 et 20 % pour un rapport de diamètre compris entre 1,4 et 6.

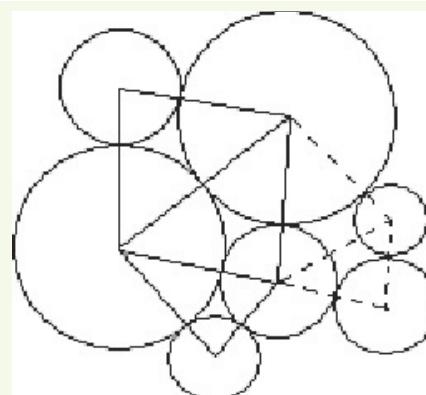
Cependant, même si ces observations donnent une estimation convenable des variations de porosité dans de tels assemblages granulaires, elles ne peuvent représenter rigoureusement un matériau réel dans lequel les formes de vides interparticulaires sont beaucoup plus complexes.

### > Rapport de tailles

Comme on peut le voir sur la **figure 2**, les rapports entre les rayons moyens des particules de chaque famille ont une influence notable sur les variations de porosité dans ce type d'assemblage. L'ajout

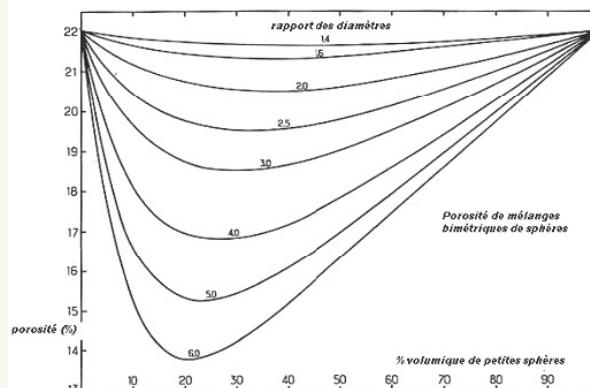
**figure 1**

Cellules triangulaires dans un milieu granulaire bidimensionnel (d'après [7]).



**figure 2**

Variation de porosité en fonction des proportions d'un mélange bimétrique pour plusieurs rapports de diamètre (cas 3D) (d'après [7]).



d'un petit nombre de particules plus petites ou plus grandes dans un ensemble donné de particules de même taille donne lieu à des modifications de l'arrangement granulaire et par conséquence de l'état de porosité de l'échantillon.

Il a été mis en évidence un mécanisme d'insertion dans le cas où l'on ajoute quelques particules de dimensions plus faibles [9]. Selon le rapport des rayons entre les grandes et les petites particules, ces dernières pourront s'insérer dans le réseau de vides inter-particulaire préexistant avec ou sans perturbation de l'arrangement granulaire initial. Ce rapport limite  $\alpha$  est égal à :

$$\alpha_{2D} = \frac{\sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = 6,46 \quad (2)$$

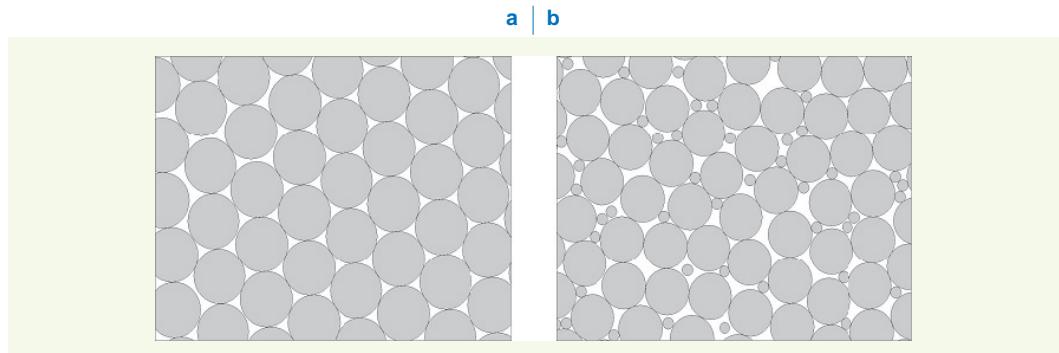
dans le cas d'assemblages de disques (2D) et à :

$$\alpha_{3D} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = 4,45 \quad (3)$$

dans le cas d'assemblages de sphères (3D).

Dès lors que le rapport de ces rayons est inférieur au rapport limite  $\alpha$ , l'ajout d'un petit nombre de particules plus petites va perturber le réseau de particules existant (**figure 3**) et conduire à la formation de nouvelles cellules triangulaires dans le cas bidimensionnel.

**figure 3**  
Échantillon de disques sous confinement isotrope :  
(a) cas d'un mélange homométrique,  
(b) cas d'un mélange bimétrique à 90 % en volume de grandes particules, pour un rapport de rayon de 4 (inférieur à  $\alpha_{2D}$ ).



Cette distribution de particules ne correspond pas au modèle théorique de Dodds (hypothèse du milieu dense) [7] et on peut s'attendre, dans ce cas précis, à une variation de porosité opposée à celle prédite par le modèle. En effet, les particules ajoutées viennent perturber l'arrangement des plus grandes et leurs tailles relatives empêchent la formation de cellules triangulaires dont les trois particules (en 2D) sont en contact deux à deux.

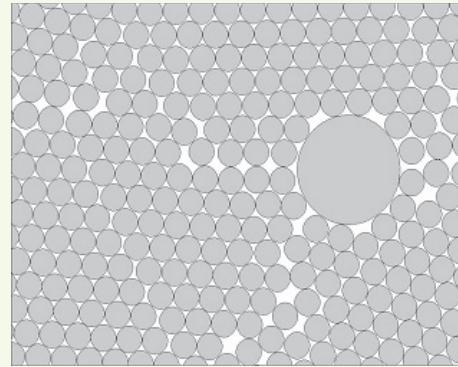
À l'inverse, si le rapport des rayons moyens des deux familles est supérieur au rapport limite  $\alpha$ , on peut s'attendre à ce que l'ajout d'un petit nombre de particules de dimensions plus faibles entraîne un comblement du réseau des vides interparticulaires, ce qui sera vrai tant que le volume des petits éléments restera inférieur au volume des vides initialement présents.

Le mécanisme connexe appelé mécanisme de substitution est observé dans le cas de l'ajout de quelques particules dans un assemblage initial de particules plus petites. Il s'agit de la substitution par un élément plus gros d'un certain nombre d'éléments plus petits et des vides qui leur sont associés. La première conséquence de la substitution est une diminution de la porosité du fait du remplacement d'un certain nombre de vides inter-particulaires par une particule plus grande. Le second effet, inverse, est une augmentation de la porosité par effet de « paroi » dans la zone de contact entre la grande particule et ses voisines plus petites. Selon le rapport de rayon entre les particules, la combinaison de ces deux effets entraîne une augmentation de porosité (faible rapport de rayons) ou une diminution de porosité (fort rapport de rayons).

De plus, l'effet de la substitution sur la porosité est plus sensible lorsque la proportion de particules introduites reste faible. Dans ce cas, les « inclusions » sont noyées dans la matrice des particules plus petites (**figure 4**) et n'entrent pas en contact entre elles.

**figure 4**

Échantillon de disques sous confinement isotrope d'un mélange bimétrique à 10 % en volume de grandes particules et pour un rapport de rayon de 4 (inférieur à  $\alpha_{2D}$ ).



En conclusion, on peut diminuer la porosité minimale d'un matériau granulaire homométrique en y incluant une famille supplémentaire de taille différente dans une proportion volumique équivalente. On diminuera d'autant plus cette porosité que le rapport des rayons caractérisant ces deux familles sera grand.

### ■ Caractérisation de l'arrangement granulaire

Le nombre de coordination  $Z$  représente le nombre moyen de contacts que porte une particule dans un mélange granulaire. Cet indicateur est utile pour donner une bonne description du réseau de contacts d'un échantillon, caractéristique essentielle des matériaux granulaires.

Dans un milieu hétérométrique, il existe plusieurs types de contacts : entre deux grandes particules, entre deux petites particules ou entre une petite et une grande particule. On dénombre, outre un nombre de coordination global, quatre nombres de coordination partiels : nombre moyen de contacts d'une petite particule avec des grandes, d'une grande avec des petites, de grandes entre elles et de petites entre elles.

Beaucoup d'études ont été menées afin d'établir des modèles de prédiction des nombres de coordination [7, 11-13]. Cependant, ces modèles ne permettent pas de prédire correctement et de manière systématique les distributions des nombres de coordination. De même, la corrélation entre porosité et nombre de coordination ne peut être établie. Il ressort de l'ensemble de ces études que le nombre de facteurs intervenant dans ces variations est important. Par exemple, la mise en place des éléments dans l'échantillon (pluviation, compression, grossissement, lubrification ou non, etc.) interdit toute comparaison même qualitative. On peut tout de même citer deux résultats importants [13]. Le premier est d'ordre statistique. En effet, plus la proportion d'une famille augmente, plus le nombre de contacts impliquant cette famille croît. Le second est géométrique : une particule plus grande aura un nombre de coordination moyen plus important, car elle sera en contact avec des particules plus petites. Cependant, on observe souvent une augmentation du nombre de coordination partiel des plus grands éléments en fonction de la proportion en petits éléments. L'effet géométrique est plus important pour les particules les plus grandes.

Il apparaît donc difficile, lorsque l'on utilise une démarche particulière de mise en place des éléments dans un assemblage granulaire, de comparer les nombres de coordination obtenus avec ceux cités dans la littérature. Cependant, cette caractéristique propre aux matériaux granulaires est fondamentale et se répercute sur la réponse mécanique de ces matériaux.

Pour estimer l'influence de la microstructure sur le comportement des matériaux granulaires, des essais expérimentaux de compression (essais biaxiaux et triaxiaux) ont été réalisés sur des assemblages de billes d'acier [5]. Bien que les échantillons testés présentent des arrangements cristallins (cubiques faces centrées, rhomboédriques) non représentatifs de l'arrangement des matériaux granulaires, il a été observé que le module d'élasticité des matériaux augmentait avec le nombre de coordination.

## MODÈLE GRANULAIRE ÉTUDIÉ

### ■ Méthodes de modélisation numérique discrète

La modélisation numérique discrète des matériaux granulaires fait l'objet d'un nombre d'études non négligeable depuis maintenant quelques décennies. L'intérêt de ce type de modélisation est qu'elle permet de prendre en compte une caractéristique fondamentale des milieux granulaires, à savoir la présence d'un ensemble de particules évoluant au gré des sollicitations qui leur sont imposées, avec perte et création de contacts entre celles-ci.

Même si les lois de contacts inter-particulaires sont difficiles à appréhender pour des matériaux réels, la simulation numérique discrète permet, avec la mise en œuvre de lois de contact relativement simplifiées, de reproduire des comportements macromécaniques de matériaux granulaires réels.

Les simulations numériques présentées ici ont été réalisées avec le logiciel PFC<sup>2D</sup> [6] qui est fondé sur une méthode numérique appelée classiquement « dynamique moléculaire » [14]. Cette approche met en œuvre une discréétisation temporelle de la relation fondamentale de la dynamique appliquée à chaque particule suivant un schéma explicite [15] (conditionnellement stable) appelé « leap-frog » (ou « saute-mouton »).

Les particules en mouvement interagissent selon deux lois de contacts normale et tangentielle définies ci-dessous :

**Force normale de contact** : Soient deux particules numérotées  $i$  et  $j$  (figure 5) ; la force normale  $F_N$  de contact est définie par

$$F_N = -k_N h,$$

où  $k_N$  est la raideur normale du contact et  $h$  désigne l'interpénétration au contact,

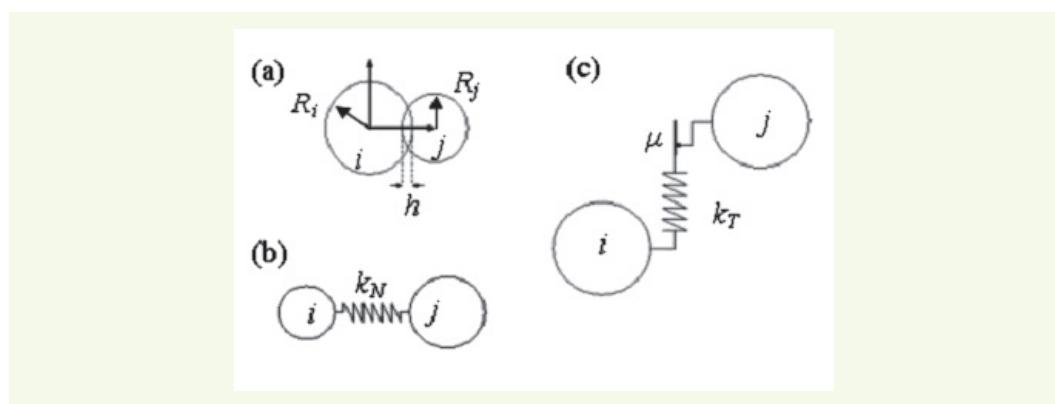
$$\text{avec } h = \|\vec{r}_i - \vec{r}_j\| - R_i - R_j \quad (4)$$

où  $\vec{r}_i$  et  $\vec{r}_j$  sont les coordonnées des centres de gravité respectifs des deux particules, et  $R_i$  et  $R_j$  leurs rayons respectifs.

**Force tangentielle de contact** : Elle correspond au modèle proposé par Cundall et Strack [15] et lie l'incrément de force tangentielle à l'incrément de déplacement relatif tangent  $\delta U_T$  entre les deux particules en contact par l'intermédiaire d'une rigidité tangentielle  $k_T$  pendant le temps  $\delta t$  (figure 5). La force tangentielle est bornée par un critère de frottement de type Coulomb de coefficient  $\mu$ . Pour les simulations, aucune cohésion n'est prise en compte dans la description des contacts entre les particules modélisées. Si un contact entre deux particules existe à l'instant  $t_1$  et persiste jusqu'à l'instant  $t_2 = t_1 + \delta t$ , on a alors :

**figure 5**

Schéma de principe des lois de contacts inter-particulaires normale, tangentielle et des paramètres associés :  
(a) contact entre les particules  $i$  et  $j$ , matérialisé par leur interpénétration  $h$ ,  
(b) schéma rhéologique de principe du contact normal entre  $i$  et  $j$ ,  
(c) schéma rhéologique de principe du contact tangentiel entre  $i$  et  $j$ .



$$F_T'^2 = F_T'^1 + \delta F_T \quad \text{avec} \quad \delta F_T = -k_T \cdot \delta U_T \quad (5)$$

$$\text{et si } |F_T'^2| > \mu F_N'^2 \quad \text{alors} \quad F_T'^2 = -\mu F_N'^2 \cdot \frac{v_T}{|v_T|} \quad (6)$$

où  $v_T$  désigne la vitesse tangentielle relative des deux particules.

La méthode utilisée prend en compte un amortissement local introduit dans les équations fondamentales de la dynamique appliquées à chaque particule :

$$F_{(i)} + F_{(i)}^d = m_{(i)} A_{(i)} \text{ où } F_{(i)}^d = -\alpha |F_{(i)}| \text{ sign}(V_{(i)}) \text{ avec } i = 1 \dots 3 \quad (7)$$

où  $F_{(i)}$ ,  $F_{(i)}^d$ ,  $m_{(i)}$ ,  $A_{(i)}$  et  $V_{(i)}$  représentent respectivement, pour  $i = 1, 2$ , les forces extérieures appliquées à une particule, les forces d'amortissement, la masse, la vitesse et l'accélération dans les deux directions du plan et, pour  $i = 3$ , le moment des forces extérieures appliquées à une particule, le moment d'amortissement, le moment d'inertie, la vitesse angulaire et l'accélération angulaire.

Le coefficient d'amortissement  $\alpha$  est égal à 0,7 pour les simulations réalisées. Ce type d'amortissement local joue un rôle négligeable au niveau de la réponse mécanique des assemblages considérés, dès lors que ceux-ci sont constitués de particules frottantes et que le régime de sollicitations peut être considéré comme quasi statique (ce qui est le cas ici).

## ■ Paramètres micromécaniques du matériau modèle

Le jeu de paramètres micromécaniques utilisé pour les simulations numériques est le suivant :

$$k_N = 3 \cdot 10^8 \text{ N.m}^{-1}; \quad \frac{k_T}{k_N} = 0,75; \quad \mu = 0,75$$

Le niveau apparent de rigidité du matériau peut être évalué par un coefficient adimensionnel  $\kappa$  [16-18] caractérisant un niveau d'interpénétration entre les particules

$$\kappa = \left( \frac{h}{2 \langle R \rangle} \right)^{-1} \quad (8)$$

où  $h$  désigne l'interpénétration au contact définie par (4) et  $\langle R \rangle$  le rayon moyen d'une particule. En deux dimensions, ce coefficient adimensionnel a pour expression :

$$\kappa = \frac{k_N}{P} \quad (9)$$

où :

$k_N$  est la raideur normale de la loi de contact considérée,

$P$  est la pression 2D (force divisée par une longueur) de confinement appliquée sur les échantillons (100 kPa dans le cas des simulations effectuées, dans la mesure où l'on considère que l'on travaille par mètre linéaire dans la direction perpendiculaire aux disques).

Le matériau granulaire simulé présente un niveau de rigidité  $\kappa = 3000$ . Un certain nombre de valeurs de  $\kappa$  utilisées par différents auteurs ont été répertoriées [16, 17]. Un coefficient  $\kappa = 500$  peut être associé à l'empilement de cylindres de bois (2D) de 6 cm de long sous confinement de 50 kPa [19] ; on peut associer à un assemblage de sphères (3D) de verres confinées sous 100 kPa un coefficient  $\kappa = 6000$  [20].

Le choix d'un fort coefficient de frottement intergranulaire ( $\mu = 0,75$ ) a été fait, initialement, pour permettre une comparaison quantitative des résultats numériques avec ceux obtenus expérimentalement sur billes de verres [4].

## ■ Méthodologie

Un des facteurs influençant l'arrangement des empilements granulaires, ainsi que leurs réponses mécaniques, est le mode de mise en place des particules. À noter qu'actuellement la diversité des techniques de mise en place est grande aussi bien dans les expériences de laboratoire que dans la simulation numérique (pluviation, vibration...). Pour modéliser des essais biaxiaux sur des matériaux granulaires denses, on a opté pour une mise en place des particules par grossissement sans frottement. Une telle démarche permet d'obtenir des assemblages dont la porosité est minimale, donc de même densité relative  $D_R = 1$ , notés par la suite échantillons à «  $D_R$  fixée » :

$$D_R = \frac{e - e_{\max}}{e_{\min} - e_{\max}} = \frac{(\eta - \eta_{\max})(1 - \eta_{\min})}{(\eta_{\min} - \eta_{\max})(1 - \eta)} \quad (10)$$

avec :  $e$  : indice des vides ;  $e_{\max}$  : indice des vides maximal ;  $e_{\min}$  : indice des vides minimal,  $\eta$  : porosité ;  $\eta_{\min}$  : porosité minimale ;  $\eta_{\max}$  : porosité maximale.

Afin d'apprecier l'indice de densité des échantillons, on a déterminé, en plus des porosités minimales, les porosités maximales  $\eta_{\max}$  de chaque échantillon en supposant que ces dernières sont obtenues à l'état critique (palier de la courbe de déformation volumique en fonction de la déformation axiale) au cours de l'essai biaxial. Cette porosité dépend du niveau de confinement de l'échantillon durant l'écrasement biaxial et n'est donc pas une caractéristique intrinsèque de l'assemblage granulaire ; cependant, toutes les simulations mentionnées ici ont été réalisées sous un niveau de confinement constant ( $\sigma_3 = 100 \text{ kPa}$ ).

Pour générer un ensemble de nouveaux échantillons présentant, d'un échantillon à l'autre, des valeurs de porosités identiques (notés échantillons à «  $\eta$  fixée »), on a opté pour une mise en place des particules par grossissement avec frottement. En fait, les échantillons sont générés en considérant un coefficient de frottement initial non nul que l'on fait diminuer au cours du grossissement jusqu'à obtenir la porosité recherchée.

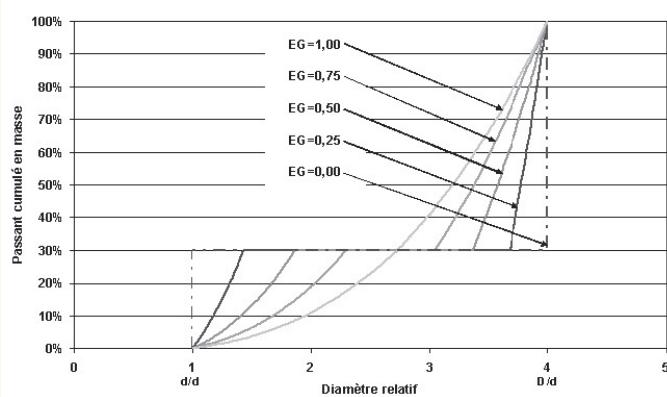
Les échantillons délimités par quatre parois sont d'élancement 1 et de nombre de particules constant. Chaque échantillon compte environ 13 000 particules avec des variations de +/- 0,2 % à +/- 3,5 % selon les séries d'échantillons considérées.

La raideur normale  $k_N$  des contacts entre disques et parois est identique à celle considérée entre deux disques. Les contacts parois/disques sont non frottants ( $\mu = 0$ ).

Après un confinement isotrope ( $\sigma_3 = 100 \text{ kPa}$ ), les échantillons sont soumis à un écrasement biaxial à vitesse de déformation  $\dot{\varepsilon}_1$  constante (**figure 6**).

**figure 6**

Schéma de principe de l'essai biaxial. La direction 1 représente la direction d'écrasement de l'échantillon.



## ■ Paramètres granulométriques

Les assemblages étudiés sont des mélanges bimétriques constitués de deux familles de particules dénommées « particules fines » pour les disques de petit diamètre ( $d$ ), et « particules grossières » pour les disques de grand diamètre ( $D$ ). Les caractéristiques micromécaniques des deux familles de particules sont identiques. Le rapport entre le plus grand et le plus petit diamètre est fixé à 4 pour tous les échantillons. Une première série d'échantillons résulte du mélange en proportions variables de deux matériaux parfaitement homométriques, c'est-à-dire que les particules d'un même type ont un diamètre identique. Seule la proportion massique de chaque famille de particule varie. On appelle dans la suite  $p$  la proportion massique de particules grossières dans le mélange. La seconde série d'échantillons est également constituée par des mélanges de deux types de particules. Toutefois, la proportion massique de chaque type au sein de l'échantillon est constante ( $p = 70\%$ ). Le paramètre variable dans ces échantillons est l'étalement des granulométries de chacune des deux familles constituant le mélange granulaire bimétrique. Chaque famille de particules est définie par une distribution granulométrique uniforme en nombre de rayons dans l'intervalle  $[d ; d']$  pour la première et  $[D' ; D]$  pour la deuxième. L'étalement granulaire ( $EG$ ) est donc défini par :

$$EG = \frac{(D - D') + (d' - d)}{D - d} \quad (11)$$

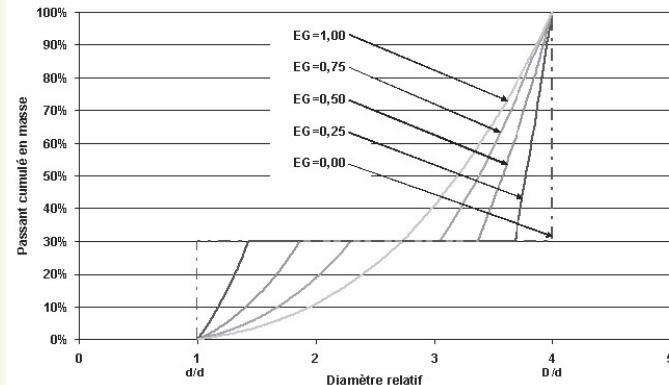
Ainsi, un assemblage à granulométrie uniforme entre  $d$  et  $D$  possède un étalement granulaire de 1, tandis qu'un assemblage bimétrique pour lequel chaque famille constitutive se compose de particules de même taille a un étalement granulaire de 0.

Les courbes granulométriques de ces échantillons sont représentées sur la [figure 7](#).

Le [tableau 1](#) récapitule les paramètres géométriques des simulations numériques effectuées.

**figure 7**

Courbes granulométriques des échantillons numériques à étalement granulaire variable.



## INFLUENCE DE LA PROPORTION $P$ DANS LES MÉLANGES BIMÉTRIQUES

L'état initial (confinement isotrope) d'un assemblage granulaire avant sollicitation est fondamental et ne peut être dissocié de la réponse mécanique observée au sein de l'échantillon. C'est pourquoi on s'est attaché, dans un premier temps, à décrire l'état initial des assemblages granulaires bimétriques étudiés ( $EG = 0$ ) avant de s'intéresser à leur réponse mécanique lors de l'essai biaxial.

### ■ Caractérisation de l'état initial (confinement isotrope)

#### > Étude de la porosité $\eta$

La variation de la porosité, obtenue par confinement isotrope sans frottement (porosité minimale  $\eta_{min}$ ), en fonction de la proportion  $p$  en particules grossières dans les mélanges est présentée sur la [figure 8](#).

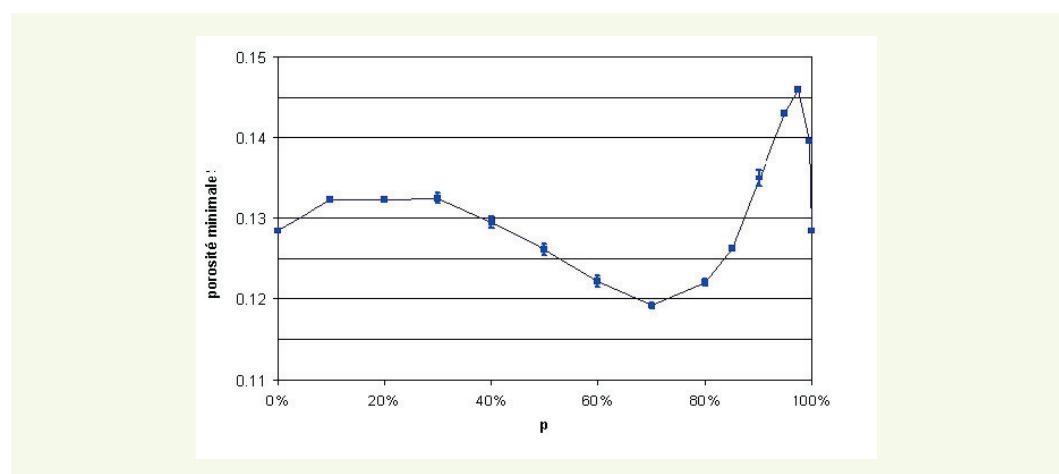
**tableau 1**  
Récapitulatif des paramètres des simulations numériques réalisées.

Dénomination	$R_{max}/R_{min}$	Pourcentage massique de gros éléments $p$	Étalement granulaire EG	Nombre total de particules	Nombre d'échantillons à $D_R$ fixé	Nombre d'échantillons à $\eta$ fixée
P000EG000	4	0	0,00	12.551	1	
P010EG000	4	10	0,00	12.550	1	
P020EG000	4	20	0,00	12.999	1	
P030EG000	4	30	0,00	12.999	3	1
P040EG000	4	40	0,00	12.997	3	1
P050EG000	4	50	0,00	12.999	3	1
P060EG000	4	60	0,00	12.998	3	1
P070EG000	4	70	0,00	12.999	3	1
P080EG000	4	80	0,00	12.996	3	1
P085EG000	4	85	0,00	12.999	1	
P090EG000	4	90	0,00	12.551	2	
P095EG000	4	95	0,00	12.999	1	
P0975EG000	4	97,5	0,00	12.999	1	
P0995EG000	4	99,5	0,00	12.999	1	
P100EG000	4	100	0,00	12.551	1	
P070EG000	4	70	0,00	12.999	3	3
P070EG025	4	70	0,25	13.000	4	3
P070EG050	4	70	0,50	13.001	3	3
P070EG075	4	70	0,75	13.003	4	3
P070EG100	4		1,00	13.000	4	4

Cette figure montre la bonne répétabilité des résultats liée à la procédure retenue pour la mise en place (sur cette figure, comme dans la suite de l'article, la demi-hauteur des barres verticales associées aux points des courbes représente la valeur de l'écart-type associé à ces mesures) et met en évidence une compacité plus grande pour un mélange comportant 70 % de particules grossières et 30 % de particules fines, ce qui est assez similaire à ce qui peut être obtenu en 3 dimensions [4, 9, 10].

On remarque cependant que la très grande majorité des modèles de prédiction de la porosité minimale  $\eta_{min}$  prévoient une porosité toujours plus faible dès lors qu'est introduite une quantité quel-

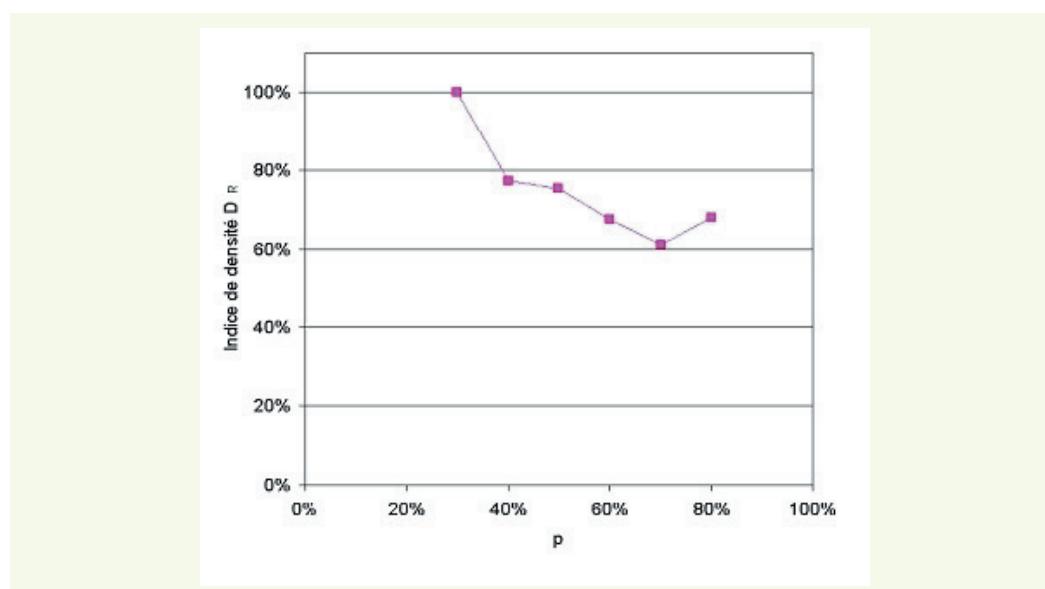
**figure 8**  
Porosité minimale  $\eta_{min}$  en fonction de la proportion massique en particules grossières  $p$ .



conque de particules de taille différente dans un mélange homométrique (**figure 2**). Cependant, on observe ici très nettement, comme conséquence de l'ajout de quelques particules d'un nouveau type, une porosité minimale supérieure à celle pouvant être atteinte dans le mélange homométrique. Comme le montre la **figure 3a**, les échantillons de particules de même taille ( $p = 0\%$  et  $p = 100\%$ ) présentent un positionnement des particules selon un réseau triangulaire. L'introduction au sein d'un tel réseau d'une proportion faible de particules de diamètre assez peu différent provoque une perturbation assez forte de l'arrangement, rendant secondaires les effets de substitution et d'insertion.

Les échantillons générés à porosité identique (porosité égale à la porosité minimale d'un échantillon de pourcentage  $p = 30\%$  soit 0,134) ont des indices de densité différents. Les indices de densité définis par l'équation (10) sont présentés pour l'ensemble des familles d'échantillons testés sur la **figure 9**.

**figure 9**  
Indice de densité en fonction de la proportion massique en particules grossières  $p$ , pour les échantillons présentant la même porosité.



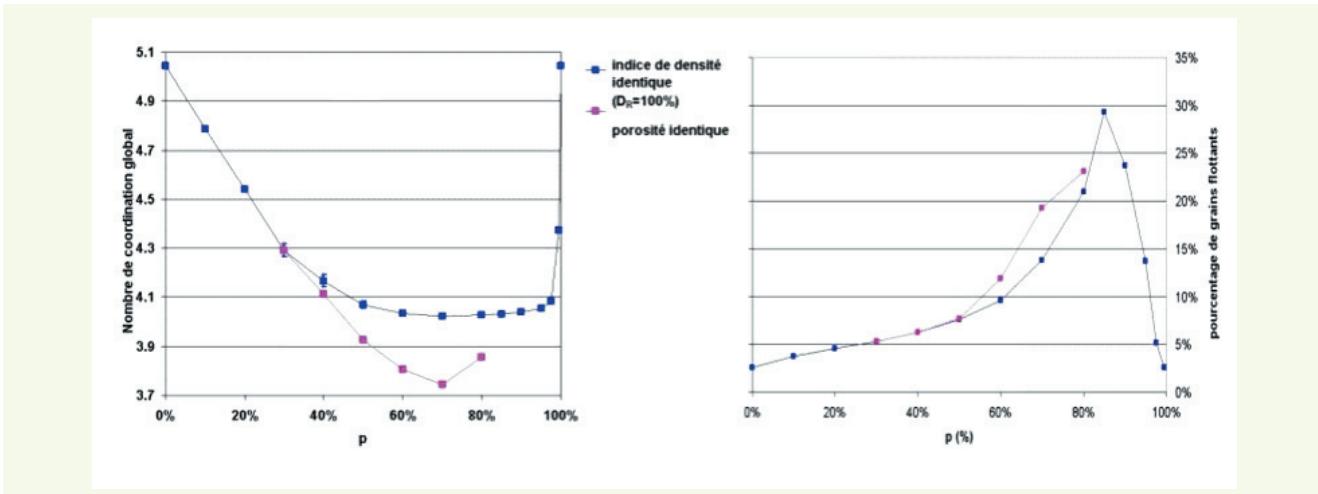
#### > Orientation et nombre de contacts intergranulaires

Les variations du nombre de coordination global  $Z$  (nombre moyen de contacts par particule présentant des contacts) en fonction de  $p$  sont présentées sur la **figure 10a**. Le nombre de coordination est ici défini comme étant le nombre moyen de contacts par particules comportant au moins deux forces strictement positives. Ce nombre exclue donc les grains dits flottants ne portant aucune force, dont le pourcentage au sein des différents assemblages est représenté sur la **figure 10b**.

Contrairement à ce qui est décrit dans les références [7, 13, 21], les assemblages granulaires à porosité minimale ne présentent pas de nombre de coordination moyen constant en fonction de la proportion  $p$  dans un mélange bimétrique ( $Z \sim 4$  pour  $50 < p < 90\%$  ;  $Z \sim 5$  pour  $p = 0\%$  et  $p = 100\%$ ). Le nombre de coordination d'un assemblage de disques désordonnés ne peut toutefois excéder 4 dans la limite des grains rigides, quelle que soit la distribution des diamètres. Les nombres de coordination supérieurs à 4 sont à relier à l'aspect cristallin de l'arrangement granulaire observé dans de larges zones des échantillons dont la proportion  $p$  n'est pas comprise entre 50 et 90 %. Cependant, si on s'intéresse aux variations des quatre nombres de coordination partiels (nombre de contacts moyen d'une particule de type  $i$  avec des particules de type  $j$ ), on observe (**figure 11**) des variations sensiblement comparables à ce qui est donné dans les références [7, 13, 21].

On déduit de ces courbes le nombre de contacts limite qu'aurait une seule particule grossière parmi un ensemble de particules plus fines, à savoir 9 contacts (pour 15 géométriquement possibles) ; inversement, une seule particule fine au sein d'un ensemble de particules grossières aurait environ

trois contacts (pour 3 géométriquement possible). En comparant les courbes des **figures 8** et **10**, on constate, comme cela a déjà été mentionné [13, 17], qu'une porosité faible n'est pas nécessairement associée à un nombre de coordination élevé.



**figure 10**

(a) Nombre de coordination global et (b) pourcentage de grains flottants en fonction de la proportion massique en particules grossières p, pour des échantillons à porosité minimale ou à même porosité.

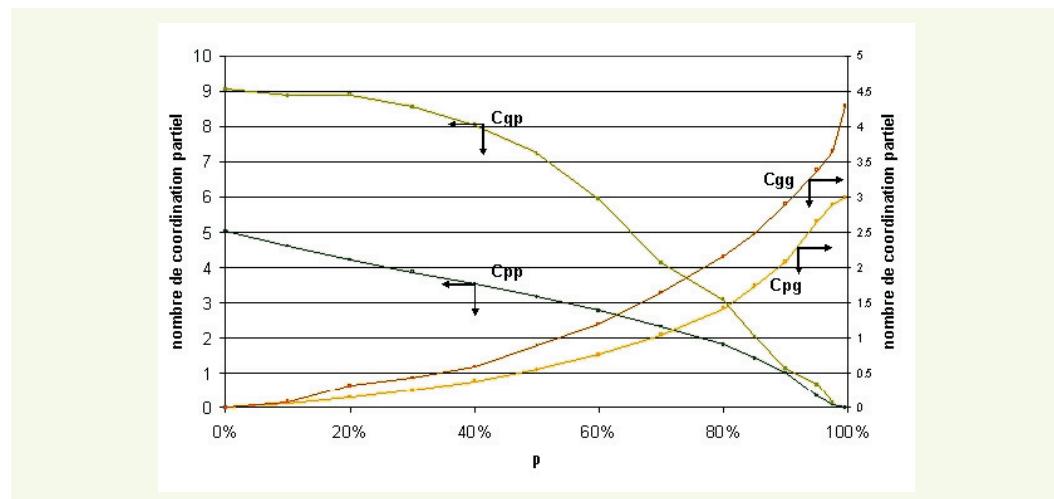
Pour conclure en ce qui concerne l'arrangement granulaire des assemblages étudiés, on note que l'orientation des contacts des assemblages étudiés présente une bonne isotropie pour des pourcentages massiques en particules grossières compris entre 30 et 80 %. En dehors de cet intervalle, l'arrangement cristallin d'ensemble des particules fines explique des orientations privilégiées de contacts à 0, 30, 60 et 90 degrés par rapport à la direction des parois (**figure 12**).

Concernant les assemblages de même porosité, on remarque que les valeurs du nombre de coordination oscillent entre 3,75 et 4,27 (**figure 10**). Ces nombres de coordination, pour certains inférieurs à 4, sont liés au fait que, lors la génération de ces échantillons, le frottement intergranulaire (non nul) est progressivement diminué jusqu'à ce que la bonne porosité soit atteinte ; le frottement intergranulaire n'est donc pas nul à la fin de cette phase.

Pour une proportion p donnée, la diminution du nombre de coordination est liée à la diminution de l'indice de densité ; c'est donc l'assemblage caractérisé par p = 70 % qui voit son nombre de coordination diminuer le plus. On peut donc s'attendre à ce que les propriétés mécaniques de ces assemblages dans le domaine des petites déformations diminuent d'une manière plus importante que pour les autres échantillons.

**figure 11**

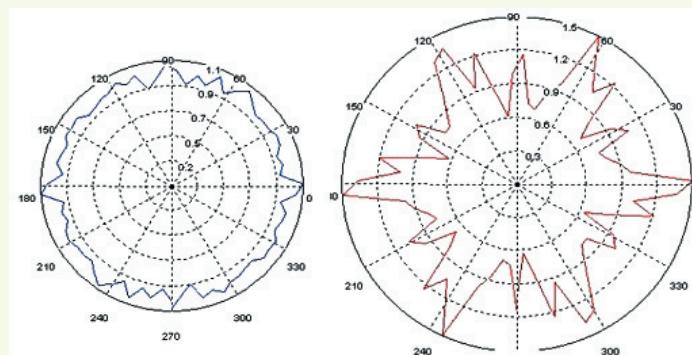
Nombres de coordination partiels en fonction de la proportion massique en particules grossières p pour les échantillons à porosité minimale (tenant compte des grains ne portant aucune force). Cij est le nombre moyen de contacts d'une particule i avec les particules de type j ; l'indice P désigne les particules les plus petites et G les plus grandes (les flèches indiquent les axes auxquels se réfèrent chaque courbe).



**figure 12**

Répartition des contacts en fonction de leur orientation, par classe angulaire de 5 degrés (nombre de contacts par classe / nombre de contacts pour le cas parfaitement isotrope) pour les assemblages :

- (a)  $p = 70\% \text{ à } D_R = 1$
- (b)  $p = 30\% \text{ à } D_R = 1.$



a | b

### ■ Étude du comportement mécanique sous sollicitation biaxiale

L'étude du comportement mécanique des assemblages granulaires considérés porte essentiellement sur la réponse macroscopique d'échantillons soumis à des sollicitations biaxiales. La courbe de comportement classiquement obtenue est celle présentée sur la **figure 13** :

L'étude porte sur trois points caractéristiques :

- comportement en petites déformations (calculées sur un intervalle de déformation axiale  $2.10^{-5} < \varepsilon_1 < 2.10^{-4}$ ) :

- module d'élasticité bidimensionnel  $E_{2D} = \frac{d(\sigma_1 - \sigma_3)}{d\varepsilon_1} \Big|_{(\sigma_1 - \sigma_3) = 0}$  (12)

- coefficient de Poisson bidimensionnel  $\nu_{2D} = \frac{d\varepsilon_3}{d\varepsilon_1} \Big|_{\varepsilon_3 = 0}, 0 \leq \nu_{2D} \leq 1$  (13)

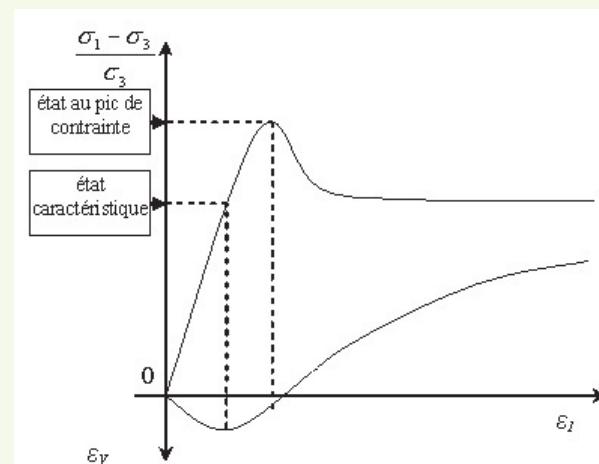
- comportement en grandes déformations :

- « état caractéristique » [22] angle de frottement interne  $\Phi_{carac}$  défini par  $\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_{carac}}{2} \right)$  correspondant à  $\frac{d\varepsilon_V}{d\varepsilon_1} = 0$  (14)

- état au « pic de contrainte » : angle de frottement interne  $\Phi_{pic}$  défini par  $\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_{pic}}{2} \right)$  correspondant à  $\dot{q} = 0$  (15)

**figure 13**

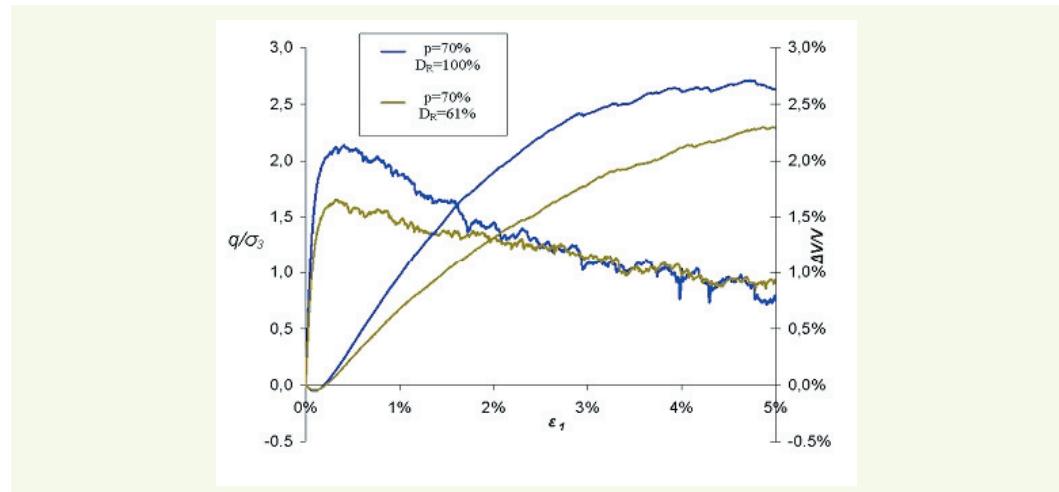
Courbes de comportement d'un échantillon sous sollicitation biaxiale. Évolution de  $((\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_3$  et de la déformation volumique  $\varepsilon_V$  en fonction de la déformation axiale  $\varepsilon_1$ .



L'ensemble des assemblages granulaires générés et soumis à la sollicitation biaxiale présente systématiquement un comportement contractant dans un domaine de déformation axiale limité puis un comportement très fortement dilatant. Toutes les courbes-réponses  $\frac{q}{\sigma_3} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_3} = f(\varepsilon_1)$  présentent un pic de contrainte (**figures 14 et 15**).

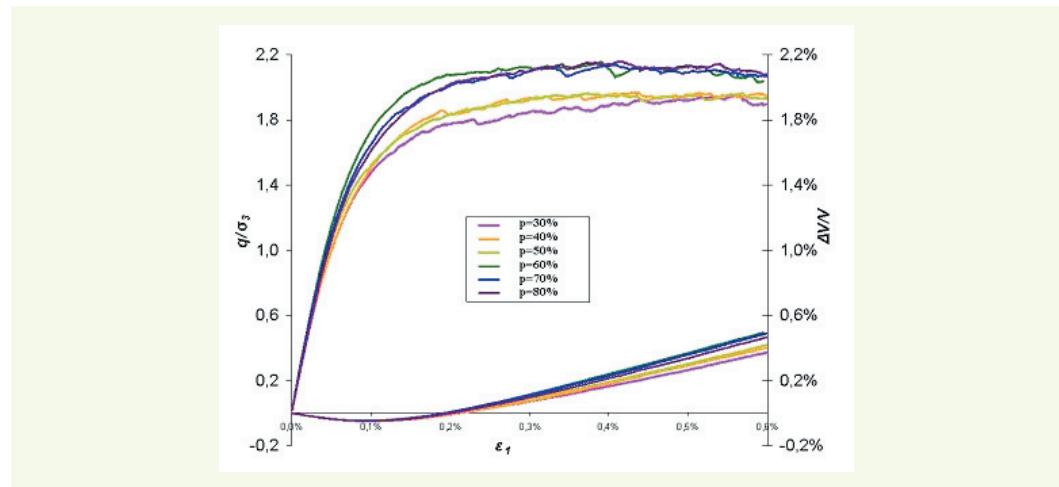
**figure 14**

Courbes d'évolution de  $q/\sigma_3$  et de la déformation volumique en fonction de la déformation axiale  $\varepsilon_1$  d'un assemblage P070EG000 ( $p = 70\%$ ) pour deux indices de densité ( $\mu = 0,75$ ).



**figure 15**

Courbes d'évolution de  $q/\sigma_3$  et de la déformation volumique en fonction de la déformation axiale  $\varepsilon_1$  pour différentes valeurs de  $p$  et un indice de densité  $D_R = 100\%$ .



### > Domaine des petites déformations

Les propriétés élastiques des échantillons ont été obtenues avec une approche dynamique et comparées aux valeurs obtenues avec une approche statique [16, 23]. Un exemple de comparaison est donné sur la **figure 16** pour un échantillon de proportion  $p = 70\%$  et d'indice de densité  $D_R = 1$ .

#### Modules d'élasticité

Les modules d'élasticité 2D des échantillons à porosité minimale varient très peu en fonction de la proportion  $p$  (entre 215 et 260 MPa) (**figure 17**). Par contre, pour les assemblages à porosité identique, c'est l'assemblage caractérisé par  $p = 70\%$  qui, comme on pouvait s'y attendre et comme mentionné précédemment, conduit au module d'élasticité le plus faible.

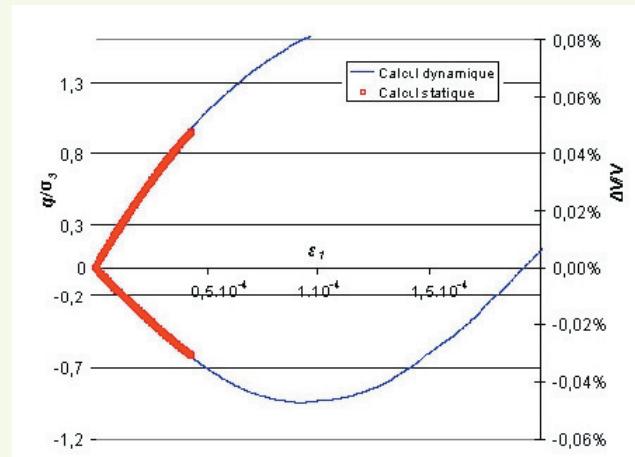
Pour les assemblages à porosité minimale, aucune corrélation entre les variations du nombre de coordination global et du module d'élasticité ne se dégage des résultats obtenus (**figure 18a**).

Les assemblages présentant la plus forte rigidité dans le domaine des petites déformations sont ceux dont la proportion massique en particules grossières est  $p = 60\%$ . De part et d'autre de cette valeur charnière de  $p$ , le module d'élasticité diminue. On peut noter que l'ajout de quelques particules fines

dans un assemblage de particules plus grandes ( $Z = 4,37$ ) semble être plus pénalisant en termes de propriétés élastiques que l'ajout de quelques grandes particules parmi de plus fines ( $Z = 4,70$ ). On peut noter cependant, dans la limite des échantillons désordonnés ( $50\% < p < 90\%$ ), une corrélation entre le module d'Young 2D et le nombre de coordination des particules les plus grosses (figure 18b).

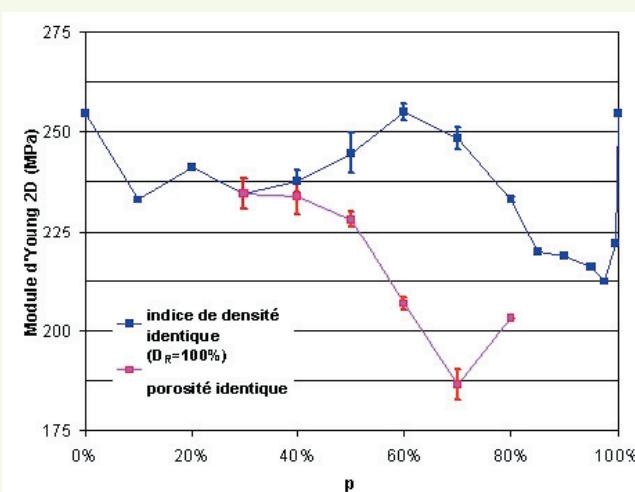
**figure 16**

Comparaison de l'évolution du déviateur  $q$  et de la déformation volumique  $\Delta V/V$  en fonction de  $\epsilon_1$ , dans le domaine des petites déformations par un calcul dynamique ( $PFC^{2D}$ ) et un calcul statique pour un échantillon de type P070EG000 ( $p = 70\%$ ) à indice de densité  $D_R = 100\%$ .



**figure 17**

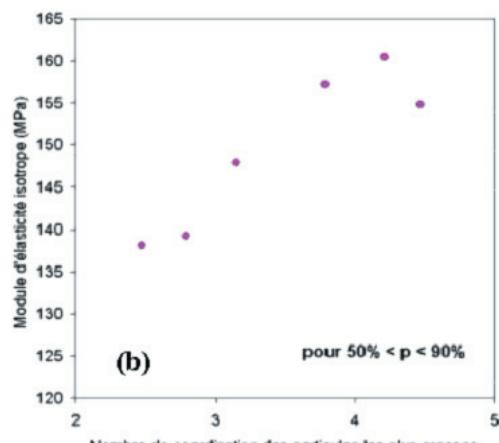
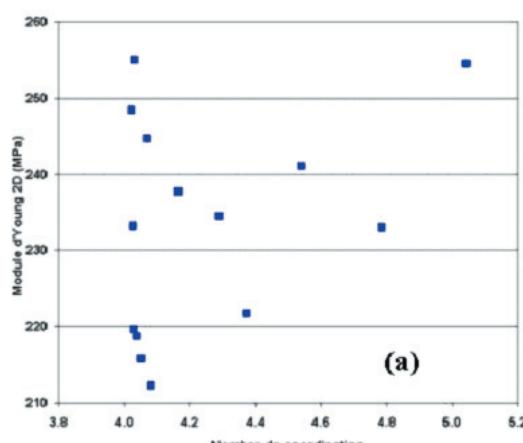
Évolution du module d'élasticité en fonction de  $p$ , pour des échantillons à même indice de densité ( $D_R = 100\%$ ) ou à même porosité.



**figure 18**

(a) Évolution du module d'élasticité 2D des échantillons à indice de densité identique ( $D_R = 100\%$ ) en fonction de leur nombre de coordination  $Z$   
(b) Évolution du module d'élasticité 2D des échantillons désordonnés à indice de densité identique ( $D_R = 100\%$ ) en fonction du nombre de coordination des particules les plus grosses.

a | b



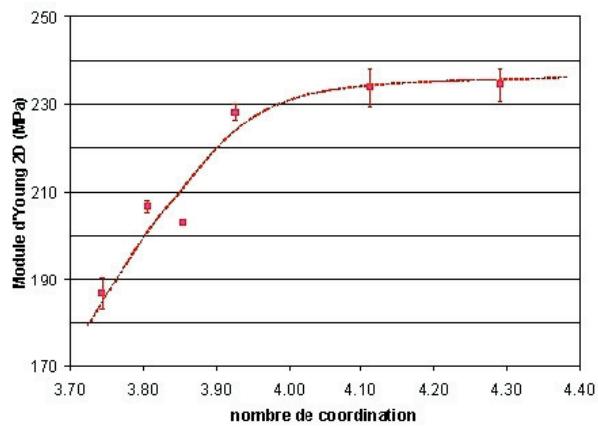
Pour les assemblages à porosité identique, le fait de considérer une porosité supérieure à leur porosité minimale entraîne une chute du module d'élasticité corrélée à l'indice de densité. Ainsi, à porosité fixée, le module d'élasticité le plus fort est observé pour l'assemblage présentant l'indice de densité le plus grand. Dans ce cas, il existe une relation entre le nombre de coordination global et le module d'élasticité (**figure 19**). Plus le réseau de contacts est dense, plus la rigidité de l'assemblage est importante.

#### Coefficients de Poisson

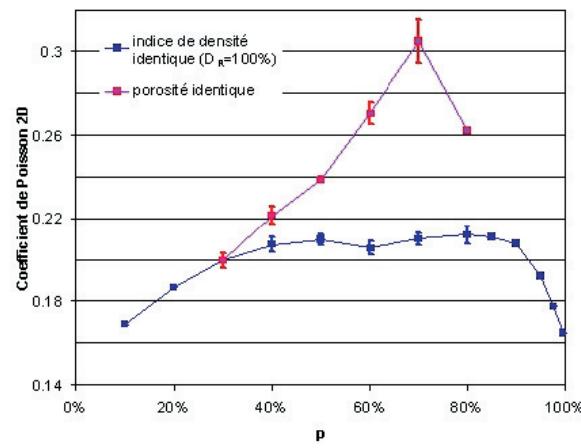
Toutes choses égales par ailleurs, les assemblages à granulométrie bimétrique présentent des coefficients de Poisson plus élevés que les assemblages homométriques (**figure 20**). Pour des pourcentages massiques de particules grossières compris entre 30 % et 80 %, les variations du coefficient de Poisson sont très faibles (entre 0,21 et 0,23) devant celles observées sur l'ensemble des assemblages considérés (entre 0,16 et 0,23).

Lorsque les assemblages ont une porosité identique, le coefficient de Poisson augmente d'autant plus que l'on s'éloigne de l'état de porosité minimale. Plus un assemblage granulaire est lâche, plus grand est son coefficient de Poisson. Ce résultat peut paraître contradictoire avec ce qui est observé classiquement pour les matériaux granulaires. Toutefois, si on se restreint strictement au domaine des déformations élastiques, et donc à un niveau de déformation axiale très faible ( $10^{-5}$  à  $10^{-4}$ ), ce sens de variation du coefficient de Poisson n'est pas surprenant. Des essais triaxiaux sur sable et sur billes de verres ont montré une diminution du coefficient de Poisson avec la porosité [24].

**figure 19**  
Évolution du module d'élasticité 2D des échantillons à porosité initiale identique en fonction de leur nombre de coordination global initial.



**figure 20**  
Évolution du coefficient de Poisson bidimensionnel des échantillons à indice de densité identique ( $D_R = 100\%$ ) en fonction de leur porosité initiale.



De plus, cette évolution est à corrélér avec celle du nombre de contacts, plus grand pour les échantillons denses. Kuwano et Jardine [25] ont ainsi observé une diminution du coefficient de Poisson lorsque la pression de confinement (donc le nombre de contacts) augmente. Il a aussi été montré que le rapport  $G/K$  (où  $G$  représente le module de cisaillement et  $K$  le module de compression isotrope de l'assemblage) augmente avec le nombre de coordination [26] ( $0 < G/K < 1$ ). Comme, en deux dimensions, le coefficient de Poisson est relié au rapport  $G/K$  par l'équation  $\nu = (3 - 2(G/K))/6$ , on peut conclure que le comportement, dans le domaine élastique, des assemblages granulaires étudiés répond sur ce point à ce qui était attendu.

#### > État caractéristique

Les essais biaxiaux ont été menés au-delà du domaine des petites déformations pour des proportions massiques en gros éléments telles que  $30 < p < 80\%$ . Le passage d'un comportement contractant à dilatant se manifeste pour des valeurs de déformations axiales  $\epsilon_z$  très faibles (comprises entre  $8,5 \cdot 10^{-4}$  et  $10^{-3}$ ). Si l'on considère les valeurs des angles de frottement caractéristiques obtenues pour chaque distribution granulaire, on constate que l'état caractéristique est atteint pour des niveaux de contraintes déviatoriques d'autant plus grands que l'échantillon est initialement dense (**figure 21**). On en déduit que l'état caractéristique apparaît ici comme sensible à la porosité initiale, contrairement à ce qui a été observé sous sollicitation triaxiale de révolution en condition drainée et sous contrainte de confinement constante [22, 27]. Cette inadéquation n'implique pas un niveau de déviateur à l'état critique variant avec la porosité. La correspondance entre l'état caractéristique et l'état critique n'est pas observée pour les assemblages denses de cylindres considérés.

#### > État de contrainte au pic

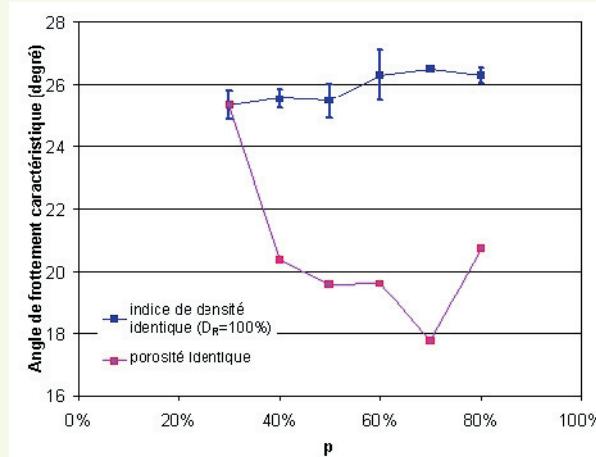
Le pic de contrainte est rencontré systématiquement pour  $\epsilon_z < 7 \cdot 10^{-3}$ . Dans leur état de porosité minimale, les assemblages granulaires tel que  $30 < p < 80\%$  présentent des angles de frottement au pic voisins compris entre 30 et 31 degrés en moyenne (**figure 22**). À noter que l'on observe une forte dispersion qui est toujours supérieure à l'écart entre les valeurs minimales et maximales observées.

En conséquence, il est difficile de dégager une tendance nette quant à l'influence des proportions des mélanges bimétriques, mis en place à porosité minimale, sur les caractéristiques de résistance en cisaillement.

Comparativement aux essais effectués à porosité minimale, les échantillons testés à partir d'états initiaux caractérisés par des porosités identiques conduisent à une diminution des angles de frottement au pic. Cette diminution est à corrélérer avec la diminution de l'indice de densité  $D_R$  (*cf. figure 9*).

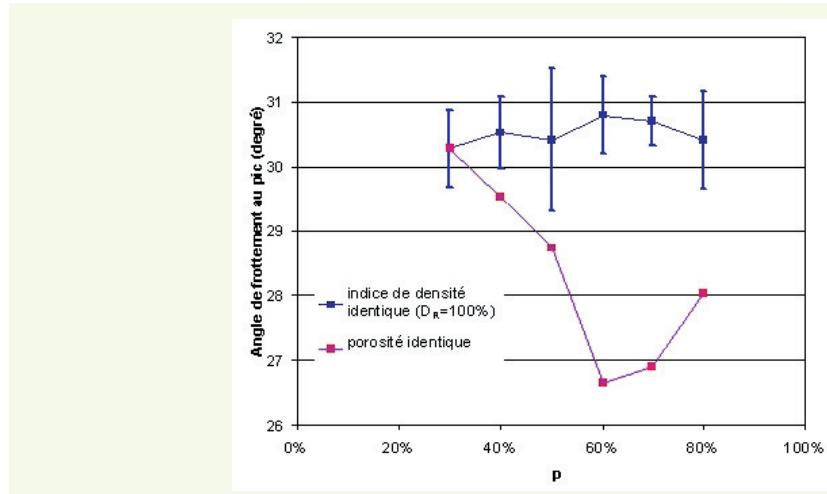
**figure 21**

Évolution de l'angle de frottement équivalent à l'état caractéristique des échantillons à indice de densité identique ( $D_R = 100\%$ ) en fonction de leur porosité initiale.



**figure 22**

Évolution de l'angle de frottement au pic de contrainte des échantillons à indice de densité identique ( $D_R = 100\%$ ) en fonction de leur porosité initiale.



### > Conclusion

Le mélange de deux familles de particules caractérisées chacune par une valeur unique de rayon, comparativement à un échantillon parfaitement homométrique, entraîne des modifications profondes de l'état initial sous confinement isotrope. Les variations des comportements mécaniques des assemblages à porosité donnée sont à relier directement aux indices de densité relative de l'état initial. À indice de densité constant ( $D_R = 1$ ), les variations de caractéristiques mécaniques des assemblages bimétriques sont peu importantes, et ce, quelles que soient les proportions du mélange.

## INFLUENCE DE L'ÉTALEMENT GRANULAIRE DES FAMILLES CONSTITUTIVES DU MÉLANGE

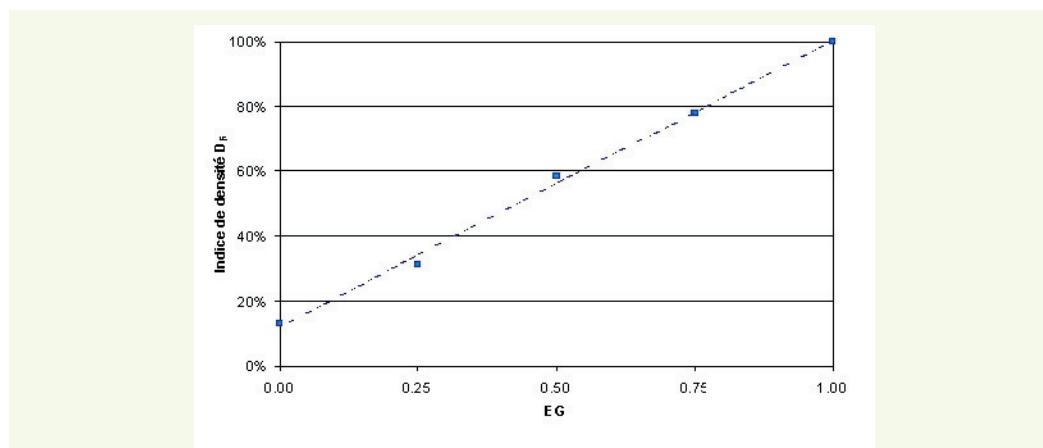
### ■ État initial

Les résultats présentés ici se réfèrent à la seconde série d'échantillons constitués par des mélanges de deux familles de particules à distribution granulaire étalée. L'étalement granulaire d'un échantillon donné est caractérisé par le coefficient  $EG$  défini par l'équation (11). On rappelle qu'un assemblage à granulométrie uniforme possède un étalement granulaire de 1, tandis qu'un assemblage bimétrique pour lequel chaque famille constitutive se compose de particules de même taille a un étalement granulaire de 0.

Comme précédemment, des échantillons ont été testés à porosité minimale, d'autres à porosité donnée. Dans ce dernier cas, la porosité est prise égale à la porosité minimale des assemblages à étalement granulaire  $EG = 1$  (granulométrie continue), d'où les indices de densité relatifs présentés sur la figure 23.

**figure 23**

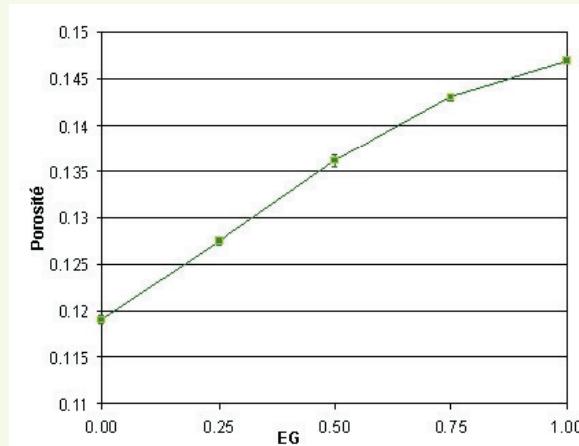
Indice de densité en fonction de l'étalement granulaire  $EG$  pour les échantillons présentant la même porosité.



### > Étude de la porosité

Si l'on représente la courbe de porosité minimale en fonction de l'étalement granulaire  $EG$ , on constate que la porosité minimale d'un assemblage granulaire bimétrique est d'autant plus faible que la discontinuité granulométrique est grande (**figure 24**).

**figure 24**  
Porosité minimale en fonction de l'étalement granulaire  $EG$ .



Ce résultat peut s'expliquer en considérant l'assemblage de particules comme un ensemble de triangles formés par les centres de trois particules jointives [7]. En effet, on constate que les cellules triangulaires présentant la porosité la plus faible sont celles mettant en jeu des particules de tailles différentes. Par exemple, dans un mélange granulaire composé de 70 % en masse de particules de rayon 4R (particules G) et 30 % de particules de rayon R (particules P), les cellules triangulaires engendrant la porosité la plus importante sont celles mettant en jeu trois particules G ou trois particules P. Leur porosité est d'environ 1,5 fois supérieure à la porosité des deux autres types de cellules (PPG et PGG). Ce rapport augmente avec le rapport des rayons entre les particules G et les particules P.

Dans le cas étudié, plus l'étalement granulaire augmente, plus le rapport entre les rayons des particules formant une cellule triangulaire est statistiquement faible. Ainsi, la porosité minimale globale du mélange est plus élevée. Pour un mélange à rapport de rayons extrêmes donné, la porosité minimale sera donc d'autant plus faible que l'étalement granulaire est peu étendu.

### > Orientation et nombre de contacts intergranulaires

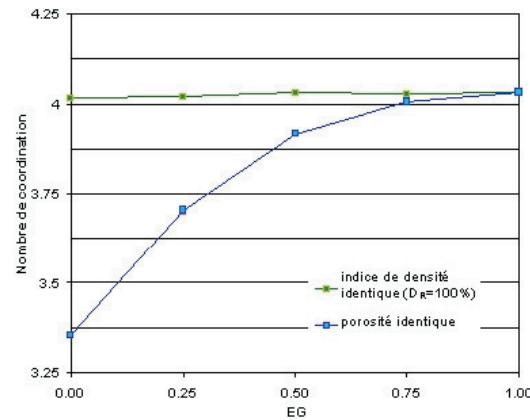
Les échantillons réalisés par grossissement sans frottement – c'est-à-dire à porosité minimale – présentent un nombre de coordination global sensiblement constant et voisin de 4, ce qui confirme l'absence de tout arrangement régulier entre les particules. On observe ici une bonne corrélation entre le nombre de coordination et la porosité relative qui sont tous deux constants (**figure 25**).

Par contre, pour les assemblages à porosité identique, on observe une diminution du nombre de contacts moyen par particule d'autant plus forte que l'indice de densité est faible. En effet, plus la porosité visée lors de la création de l'échantillon est éloignée de la porosité minimale de l'échantillon, plus le coefficient de frottement inter-particulaire lors de la réalisation de l'assemblage est important, ce qui limite par conséquent le nombre de contacts global dans l'assemblage, à nombre de particules constant.

L'orientation des contacts ne présente aucune direction privilégiée, et ce pour toutes les granulométries étudiées et quelle que soit la porosité relative de l'assemblage considéré.

**figure 25**

*Nombre de coordination global en fonction de l'étalement granulaire EG, pour des échantillons à même indice de densité ( $D_R = 100\%$ ) ou à même porosité pour  $p = 70\%$ .*



## ■ Étude du comportement mécanique sous sollicitation biaxiale

Le comportement global des assemblages à étalement granulaire variable se caractérise toujours par une première phase de contractance observée pour des déformations axiales faibles (inférieures à 2,5%) suivie d'une phase de dilatance très prononcée (figures 26 et 27).

### ➤ Domaine des petites déformations

#### Module d'élasticité 2D

Les variations du module d'élasticité sont très influencées par l'état initial de porosité. En effet, à porosité minimale, le module d'élasticité 2D diminue en même temps que la discontinuité granulométrique (de 248 MPa pour  $EG = 0$  à 215 MPa pour  $EG = 1$ ) (figure 28). Il n'y a ici aucune corrélation entre le module d'élasticité et le nombre de coordination global initial qui est constant.

En revanche, lorsque la porosité est identique, on observe encore une fois l'influence de l'indice de densité. Ainsi, le module d'élasticité augmente avec l'étalement granulaire et donc avec le nombre de coordination global de l'assemblage.

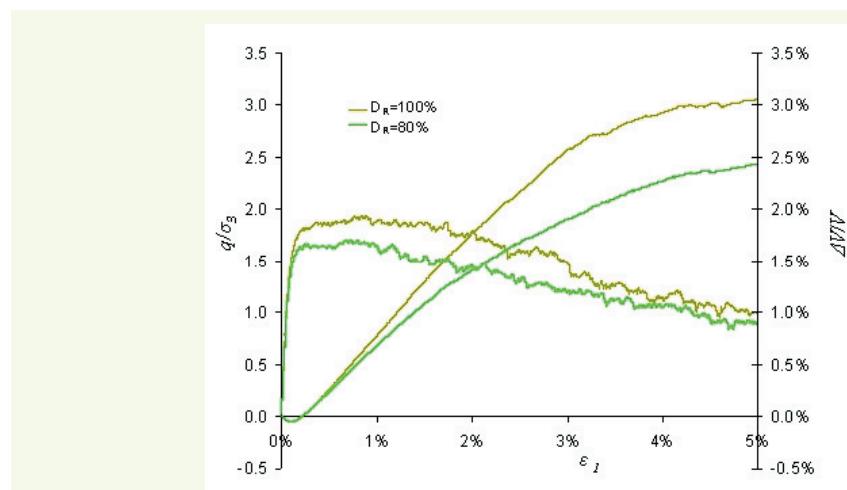
Au-delà d'un étalement granulaire de 0,5, les différentes granulométries se caractérisent par des propriétés mécaniques proches, liées bien sûr à la similitude de leur état initial (porosité minimale, nombre de coordination). L'effet de la discontinuité est sensible lorsque l'étalement granulaire devient inférieur à 0,5.

#### Coefficient de Poisson 2D

Les variations du coefficient de Poisson 2D sont d'autant plus fortes que l'étalement granulaire est faible (figure 29). Pour  $EG$  supérieur à 0,5, l'influence de l'étalement granulaire est faible comme

**figure 26**

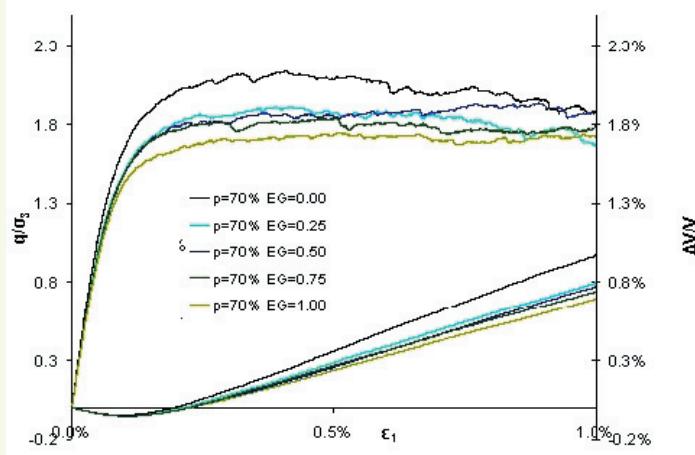
*Courbes d'évolution de  $q/\sigma_3$  et de la déformation volumique en fonction de la déformation axiale  $\varepsilon_1$ , pour les échantillons P070EG050 à  $p = 70\%$  et  $EG = 0,5$  et pour deux indices de densité.*



précédemment. Par contre, la diminution de l'indice de densité d'un assemblage entraîne l'augmentation de son coefficient de Poisson de manière significative.

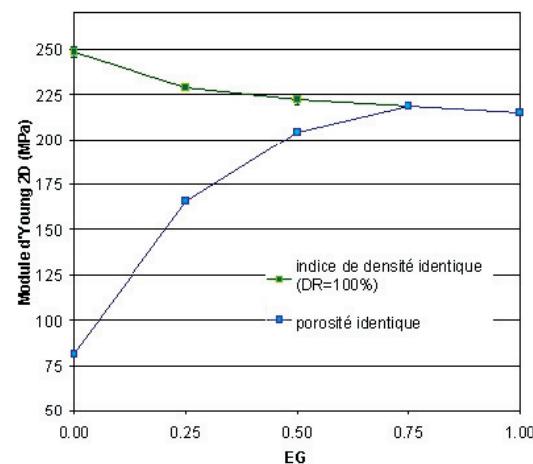
**figure 27**

Courbes d'évolution de  $q/\sigma_3$  et de la déformation volumique en fonction de la déformation axiale  $\epsilon_1$  pour les échantillons à étalement granulaire EG variable et pour un indice de densité  $D_R = 100\%$ .



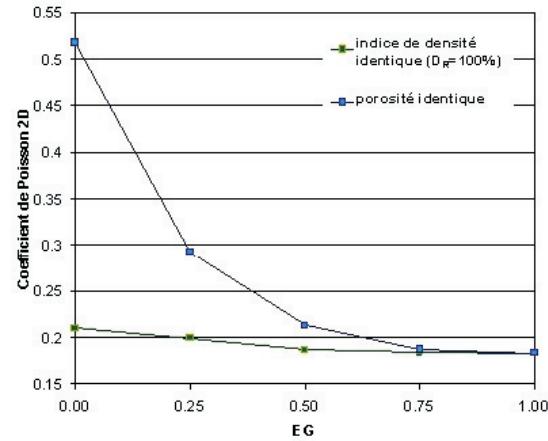
**figure 28**

Évolution du module 2D d'élasticité bidimensionnel en fonction de l'étalement granulaire EG, pour des échantillons à même indice de densité ( $D_R = 100\%$ ) ou à même porosité.



**figure 29**

Évolution du coefficient de Poisson bidimensionnel en fonction de l'étalement granulaire EG, pour des échantillons à même indice de densité ( $D_R = 100\%$ ) ou à même porosité.



### > État caractéristique

L'état caractéristique est défini par un niveau de contrainte quantifiable au travers d'un angle de frottement équivalent pour  $\dot{\epsilon}_v = 0$ . À porosité minimale, ce niveau de déviateur est plus important

lorsque la discontinuité granulométrique est importante (**figure 30**) ; l'angle de frottement à l'état caractéristique varie dans ce cas entre  $\Phi_{carac} = 26,5$  degrés pour  $EG = 0$  et  $\Phi_{carac} = 25$  degrés pour  $EG = 1$ .

Les essais biaxiaux réalisés sur les assemblages à même porosité initiale révèlent une forte dépendance de l'angle de frottement équivalent à l'état caractéristique en fonction de la porosité initiale. En effet, les assemblages d'étalement granulaire nul, pour lesquels la différence d'indice de densité est la plus grande, montrent une chute de l'angle de frottement équivalent à l'état caractéristique de  $\Phi_{carac} = 26,5$  degrés pour un indice de densité  $D_R = 100\%$  ; à  $\Phi_{carac} = 12,1$  degrés pour  $D_R = 0,13$ . L'indépendance de l'état caractéristique vis-à-vis de la porosité initiale n'est donc pas retrouvée.

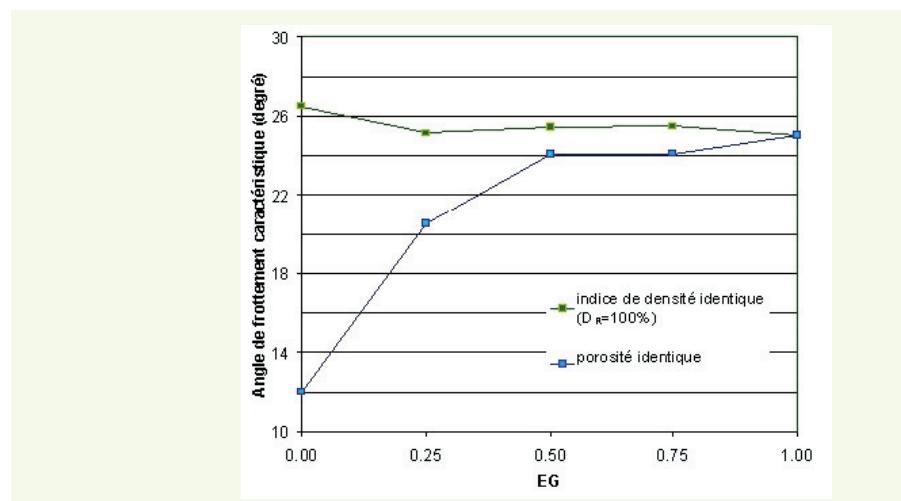
L'effet de la discontinuité granulométrique est peu significatif lorsque l'étalement granulaire est supérieur à 0,5.

#### > État de contrainte au pic

La résistance en cisaillement des assemblages, caractérisée par l'angle de frottement au pic de contrainte, suit des variations analogues à celles observées pour l'angle de frottement équivalent à l'état caractéristique (**figure 31**). Lorsque  $D_R = 100\%$ , la résistance au cisaillement est plus importante lorsque la discontinuité granulométrique est grande ( $\Phi_{pic} = 30,7$  degrés pour  $EG = 0$  contre  $\Phi_{pic} = 28,2$  degrés pour  $EG = 1$ ). De plus, la forte dépendance à l'indice de densité est une nouvelle fois avérée : à étalement granulaire nul, la résistance au cisaillement chute à  $\Phi_{pic} = 19$  degrés pour  $\eta = 0,1465$ .

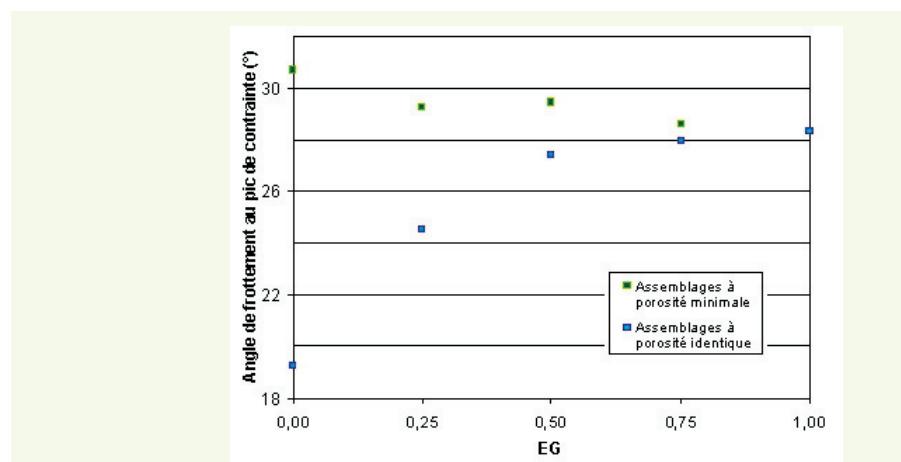
**figure 30**

Évolution de l'angle de frottement correspondant à l'état caractéristique en fonction de l'étalement granulaire  $EG$ , pour des échantillons à même indice de densité ( $D_R = 100\%$ ) ou à même porosité.



**figure 31**

Évolution de l'angle de frottement au pic de contrainte en fonction de l'étalement granulaire  $EG$ , pour des échantillons à même indice de densité ( $D_R = 100\%$ ) ou à même porosité.



### > Conclusion

L'étude de la variation de la taille relative de la discontinuité granulométrique montre que l'on observe une transition entre le comportement mécanique d'un assemblage à granulométrie continue ou uniforme et un assemblage présentant une discontinuité granulométrique. À rapport de rayons extrêmes et indices de densité égaux, les propriétés mécaniques sont supérieures lorsque la discontinuité granulométrique augmente. De plus, lorsque la taille de la discontinuité granulométrique est inférieure à la moitié de l'écart entre les rayons extrêmes, le comportement des assemblages est sensiblement le même que celui d'un assemblage à indice de densité de 1.

## CONCLUSION GÉNÉRALE

Les assemblages granulaires hétérométriques peuvent être décrits par de nombreux paramètres de structure, notamment au niveau de leur granulométrie. On a caractérisé qualitativement l'influence de deux de ces paramètres (la proportion d'éléments grossiers et l'étalement granulaire) sur la réponse mécanique d'assemblages de particules 2D soumis à une sollicitation biaxiale. Les simulations numériques en deux dimensions présentées ont été réalisées sur des matériaux modèles bimétriques (à deux familles de particules caractérisées chacune par une granulométrie particulière). Les paramètres étudiés sont, d'une part la proportion massique  $p$  d'un assemblage en particules de plus grande dimension, et d'autre part l'étalement granulaire  $EG$  permettant de quantifier la discontinuité granulométrique séparant les deux familles de particules.

L'étude statistique des échantillons a permis de mettre en évidence une valeur remarquable du pourcentage massique en éléments les plus gros,  $60 < p < 70\%$ , pour laquelle la porosité optimale obtenue est la plus faible. Ce résultat vient confirmer les résultats expérimentaux de P. Reiffsteck obtenus sur des assemblages de billes de verre [5]. Cependant, il est important de souligner que le nombre de disques sans contacts, donc libres dans les assemblages, croît avec la proportion  $p$  pour atteindre un maximum de 30 % pour  $p = 85\%$ .

Parallèlement, on a pu observer que, pour  $60 < p < 70\%$ , les angles de frottement à l'état caractéristique ( $\dot{\varepsilon}_v = 0$ ) et « au pic de contrainte » ( $\dot{q} = 0$ ) sont les plus forts. Cependant, si l'on considère la phase élastique du comportement de ces assemblages soumis à un chargement biaxial, le module d'Young le plus important est obtenu pour  $p = 60\%$ . Concernant le comportement des assemblages bimétriques à porosité minimale, on a montré que les caractéristiques mécaniques varient peu, et ce quelles que soient les proportions du mélange. Pour des échantillons à même indice de densité, on n'a pas observé de corrélation entre le nombre de coordination et le module d'élasticité bidimensionnel lorsque  $p$  varie, contrairement au cas des échantillons à même porosité.

L'étude de l'influence de l'étalement granulaire montre que la porosité minimale est plus faible lorsque la discontinuité granulométrique est plus grande.

Concernant la réponse mécanique de ces assemblages, deux éléments importants sont à noter. À même indice de densité, l'étalement des granulométries entraîne une diminution systématique des propriétés mécaniques mesurées ici (module d'Young, angles de frottement caractéristique et au pic). À même porosité initiale, la discontinuité granulométrique d'un assemblage ne semble pas influencer la réponse mécanique dès lors que l'étalement granulaire reste supérieur à  $EG = 0,5$ . Pour des valeurs de  $EG < 0,5$ , on observe une chute des propriétés mécaniques avec l'étalement granulaire qui est à mettre en relation avec la baisse de l'indice de densité  $D_k$ .

La comparaison des réponses mécaniques de l'ensemble des assemblages étudiés a permis de souligner que la porosité initiale et l'indice de densité  $D_k$  des échantillons sont des paramètres de structure qui ont une influence très grande sur le comportement mécanique des échantillons étudiés.

L'influence du rapport entre les valeurs extrêmes des rayons des particules reste à quantifier, notamment pour un rapport de rayon supérieur au rapport limite  $\alpha$  (2 ; 3) ( $\alpha_{2D} = 6,46$ ). Il serait également

intéressant d'étudier l'influence des discontinuités granulométriques pour d'autres proportions du mélange bimétrique (on a retenu pour cette étude  $p = 70\%$ ).

Afin d'obtenir des résultats cette fois plus quantitatif, il faudra étendre cette étude à des matériaux modèles en trois dimensions afin d'examiner dans quelle mesure la simulation numérique peut reproduire les essais triaxiaux expérimentaux sur les sols hétérogènes, mais aussi de faire des recherches sur des mécanismes plus spécifiques aux ouvrages tels que les mécanismes de transfert de charge, la formation de voûtes, le foisonnement ou encore les interactions sol/inclusion.

#### REMERCIEMENTS

*Cette étude a été réalisée au sein du Laboratoire interdisciplinaire de recherche impliquant la géologie et la mécanique (LIRIGM) de l'université Joseph Fourier de Grenoble, avant que les auteurs rejoignent le Laboratoire 3S-R le 1<sup>er</sup> janvier 2007.*

#### RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- 1 FLAVIGNY E., DESRUES J., PALAYER B., Note technique : Le sable d'Hostun « RF », *Revue Française de Géotechnique*, 1990, **53**, pp. 67-70.
- 2 O'SULLIVAN C., BRAY J.D., RIEMER M., Examination of the response of regularly packed specimens of spherical particles using physical tests and discrete simulations, *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 2004, pp. 1140-1150.
- 3 LADE P.V., NELSON R.B., Modelling the elastic behaviour of granular materials, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2005, **11-5**, pp. 521-542.
- 4 DANO C., HICHER P.Y., Evolution of elastic shear modulus in granular materials along isotropic and deviatoric stress paths, *15<sup>th</sup> ASCE Engineering Mechanics Conference*, Columbia University, New York, NY, June 2002.
- 5 REIFFSTECK P., Caractéristiques mécaniques d'un sol hétérogène : compactabilité, déformabilité, rupture, *Etudes et Recherches des Laboratoires des Ponts et Chaussées, Sciences pour le Génie Civil*, Laboratoire central des ponts et chaussées, 2004.
- 6 ITASCA CONSULTING GROUP Inc., *Particles Flow Code in two dimensions : User's Manual*, 1999.
- 7 DODDS J.A., The porosity and contact points in a multi-component random sphere packings calculated by a simple statistical geometrical model, *Journal of Colloid and Interface Science*, 1980, **77(2)**, pp. 317-327.
- 8 BERNAL J.D., MASON J., Packing of Spheres : Coordination of randomly packed spheres, *Nature*, 1960, **188**, pp. 910-911.
- 9 BEN AIM R., LE GOFF P., Effet de paroi dans les empilements désordonnés de sphères et application à la porosité des mélanges binaires, *Powder Technology*, 1967, **1**, pp. 281-290.
- 10 TROADEC J.-P., DODDS J.A., Global geometrical description of homogeneous hard sphere packings, In : *Disorder and Granular Media*, D. Bideau & A. Hansen (Eds), 1993, pp. 133-163.
- 11 BEN AIM R., *Étude de la texture des empilements de grains. Application de la perméabilité des mélanges binaires en régime moléculaire, intermédiaire, laminaire*, Thèse d'état de l'université de Nancy, 1970.
- 12 SUZUKI O., OSHIMA T., Estimation of the coordination number in a multi-component mixture of spheres, *Powder Technology*, 1983, **35**, pp. 159-166.
- 13 PINSON D., ZOU R.P., YU A.B., ZULLI P., MAC CARTHY M.J., Coordination number of binary mixtures of spheres, *Journal of Physics D : Applied Physics*, 1998, **31**, pp. 457-462.
- 14 ALLEN M.P., TILDESLEY D.J., Computer simulation of liquids, *Oxford Science Publications*, 1994.
- 15 CUNDALL P.A., STRACK O.D.L., A discrete numerical model for granular assemblies, *Géotechnique*, 1979, **29(1)**, pp. 47-65.
- 16 COMBE G., Mécanique des matériaux granulaires et origines microscopiques de la déformation, 2002, ERLPC, Si8, 165 pages.
- 17 ROUX J.-N., CHEVROT F., Simulation numérique discrète et comportement mécanique des matériaux, *Bulletin des laboratoires des ponts et chaussées*, 2005, **254**, pp. 109-138.
- 18 COMBE G., ROUX J.-N., Discrete numerical simulation, quasi-static deformation and origin of strain in granular materials, Actes du Colloque "Deformation characteristics of Geomaterials", Di Benedetto et al. (Eds), Balkema, 2003, pp. 1071-1078.
- 19 LANIER J., COMBE G., An experimental study of deformation in 2D granular media, In : E. Dembicki, J.L. Auriault and Z. Sikora (Eds), *International Workshop for Homogenization, Theory of Migration and Granular Bodies*, 1995, pp. 143-149.
- 20 THORNTON C., SUN G., Axisymmetric compression of 3D polydisperse systems of spheres, In *Powder and Grains 93*, Balkema, Rotterdam, 1993, pp. 129-134.
- 21 DODDS J.A., KUNO H., Computer simulation and statistical geometric model for contacts in binary random two-dimensional disk packings, *Nature*, 1977, **266**, pp. 615-615.
- 22 LUONG M.P., Etat caractéristique du sol, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1978, **287B**, pp. 305-307.
- 23 COMBE G., ROUX J.-N., Quasi-static deformation of granular materials (en préparation).
- 24 SHARIFIPOUR M., *Caractérisation des sols par propagation d'ondes - Analyse critique de la technique des bender-extender elements*, Thèse de l'école centrale de Nantes, 2006.
- 25 KUWANO R., JARDINE R. J., On the applicability of cross-anisotropic elasticity to granular materials at very small strains, *Géotechnique*, 2002, **52(10)**, pp. 727-749.
- 26 WYART M., On the rigidity of amorphous solids, *Annales de Physique*, 2005, **30(3)**, pp. 1-96.
- 27 ROWE P.W., The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact, *Proceedings of the Royal Society A*, 1962, **169(23)**, pp. 500-527.