

**Nadia Christiana KAGHO GOUADJIO**  
Université Paris-Est, IFSTTAR, Marne-la-vallée

**André ORCESI**  
Université Paris-Est, IFSTTAR, Marne-la-vallée

**Christian CREMONA**  
SETRA, Sourdun

## Contribution à la quantification de la robustesse structurale

### ■ RÉSUMÉ

Les Eurocodes définissent la robustesse structurale comme « l'aptitude d'une structure à résister à des événements tels que les incendies, les explosions, les chocs ou les conséquences d'une erreur humaine, sans présenter de dégâts disproportionnés par rapport à la cause d'origine ». Cette définition permet d'intégrer explicitement des concepts de défaillances locale (dommages de faible ampleur) et globale (dommages associés à des conséquences structurales majeures).

Cet article propose un cadre probabiliste pour quantifier la robustesse structurale en mesurant l'impact d'une défaillance localisée sur la défaillance globale du système. La démarche proposée consiste à identifier les chemins de défaillance les plus probables partant d'une défaillance localisée. L'écart entre les défaillances locale et globale dans le chemin de défaillance avec la plus grande probabilité, considéré comme le chemin de référence, est alors quantifié pour construire des indices de robustesse. L'identification des chemins de défaillance les plus probables est effectuée au travers de la méthode des « branches et bornes ». Deux exemples d'application sont considérés pour illustrer la méthodologie proposée.

### Contribution to the quantification of structural robustness

#### ■ ABSTRACT

*The Eurocodes define structural robustness as "the ability of a structure to withstand events like fire, explosions, impact or the consequences of human error, without being damaged to an extent disproportionate to the original cause". Such a definition clearly involves concepts of local (relatively small damage) and global (associated with major structural consequences) failures.*

*This paper proposes a probabilistic framework to quantify structural robustness by appreciating the impact of local failure on the overall system failure.*

*The proposed approach is introduced to determine significant failure sequences.*

*The gap between local and global failures in the failure path with the largest probability of occurrence, considered as the reference failure path, is then quantified to build some robustness indices. Stochastically dominant failure paths are identified with reasonable computational times by using the branch-and-bound method. Two numerical examples are considered to illustrate the proposed methodology.*

## 1. INTRODUCTION

Le cadre réglementaire des Eurocodes préconise qu'une structure doit être conçue pour résister à des événements exceptionnels (incendies, explosions, chocs ou conséquences d'une erreur humaine), sans être endommagée de manière disproportionnée par rapport à la cause initiatrice. Un enjeu majeur est donc de pouvoir apprécier le passage d'une défaillance localisée/initiatrice à la défaillance globale du système structural. Deux exemples marquants de défaillance structurale

illustrant l'impact d'une défaillance locale initiatrice sur la défaillance globale de la structure sont l'effondrement partiel et progressif de la tour du Ronan Point à Canning Town à Londres, le 16 mai 1968, causé par une explosion de gaz naturel au dix-huitième étage, qui a entraîné l'effondrement total de l'angle sud-ouest de l'édifice et causé la mort de quatre personnes, et, plus récemment, l'effondrement total du pont autoroutier de l'Interstate 35-Ouest du Mississippi à Minneapolis (USA), le 1<sup>er</sup> août 2007, dû à la fissuration des goussets de la poutre principale en treillis, qui a provoqué la mort de 13 personnes et en a blessé 145 autres.

Cet article a pour objectif de proposer une approche générale pour qualifier et quantifier la robustesse structurale, en caractérisant l'écart entre un dysfonctionnement local et un dysfonctionnement global et la probabilité du système de passer d'un état de dysfonctionnement local à un état de dysfonctionnement global. Ces travaux ont fait l'objet d'une présentation aux Journées 2013 de l'Association Française de Génie Civil (AFGC).

On trouve dans la littérature plusieurs définitions du terme robustesse (tableau 1).

Dans cette étude, la notion de robustesse est liée à la définition donnée dans les normes de structures (tableau 1). De nombreuses mesures de la robustesse structurale ont été proposées par ailleurs (Faber et al., 2006 ; Baker et al., 2008 ; Biondini et Restelli, 2008 ; Starossek et Haberland, 2008a, 2008b, etc.). Il en ressort qu'il existe globalement deux familles d'indices de robustesse probabiliste pour la quantification de la robustesse structurale :

- la première famille compare les probabilités de défaillance d'un système à l'état intègre et à l'état endommagé. Cette première approche présente la limite de ne pas caractériser la cinématique de passage d'un dysfonctionnement local à un dysfonctionnement global du système structural ;
- la deuxième famille utilise une analyse de risque et compare les conséquences d'un dysfonctionnement local aux conséquences d'un dysfonctionnement global du système. Cette deuxième approche, tout en définissant un cadre théorique, ne précise pas de mise en œuvre pratique.

L'approche proposée dans cet article vise à revoir ces limites. C'est dans cette optique qu'elle quantifie l'impact de dommages localisés sur la défaillance globale du système. Étant donné que les dommages constatés peuvent être faibles ou élevés à l'échelle globale de la structure, c'est l'évaluation des dommages constatés qui permet de déduire le niveau de robustesse structurale. Un impact faible caractérise alors une structure robuste, tandis qu'un impact fort caractérise une structure non robuste.

Ingénierie du logiciel	Capacité d'un système à réagir de manière appropriée aux circonstances anormales (Meyer, 1997).
Développement des produits et contrôle qualité	Mesure de la capacité d'un processus de production à ne pas être affecté par de petites variations délibérées de paramètres internes, de manière à fournir une indication de la fiabilité lors d'une utilisation normale.
Écosystèmes	Capacité d'un système à maintenir sa fonction même en présence de changements dans sa structure interne ou dans l'environnement extérieur (Callaway et al., 2000).
Statistiques	Insensibilité d'une technique statistique aux petits écarts dans les hypothèses (Huber, 1996).
Normes « Structures »	Capacité d'une structure à soutenir des dommages de sorte que les conséquences d'une défaillance structurale ne soient pas disproportionnées par rapport à l'effet provocateur de la défaillance (CEN, 1994).
Langage	Mesure de la capacité de l'homme à communiquer malgré une information incomplète ou ambiguë, et la présence d'un élément constant de surprise (Briscoe, 1997).

**tableau 1**  
Définitions du terme  
« robustesse » dans divers  
domaines scientifiques  
(Faber et al., 2006).

## 2. CARACTÉRISATION DE LA ROBUSTESSE STRUCTURALE

### ■ 2.1. Analyse de la robustesse structurale dans un cadre général

Pour analyser la robustesse structurale dans un cadre général, il faut commencer par définir la défaillance locale et la défaillance globale. La défaillance locale peut intervenir au niveau d'un élément, d'un sous-ensemble d'éléments ou d'une zone critique : on parle de mode de défaillance. La défaillance globale fait référence à une fonction critique de la structure qui n'est plus assurée, suite à l'occurrence d'un certain nombre de dysfonctionnements localisés. La définition des dysfonctionnements local et global permet d'identifier les chemins de défaillance dominants/significatifs c'est-à-dire avec la plus grande probabilité d'occurrence. En effet, la défaillance d'un ouvrage est définie par l'occurrence d'un chemin de défaillance complet (c'est-à-dire conduisant au critère de dysfonctionnement global). Il existe deux approches permettant d'identifier les chemins de défaillance dominants (Kagho, 2013) : une analyse par l'intérieur, qui étudie la manière successive et séquentielle avec laquelle apparaît la défaillance, et une analyse par l'extérieur, qui analyse l'occurrence simultanée de plusieurs modes de défaillance, sans regarder le cheminement interne de la défaillance.

### ■ 2.2. Démarche proposée

Pour tenir compte des multiples incertitudes inhérentes au problème de robustesse structurale (les fluctuations de chargements, la variabilité des propriétés mécaniques des matériaux, les incertitudes et imperfections des modèles d'analyse...), un cadre probabiliste a été retenu. Dans un premier temps, le système doit être défini et la structure modélisée. Dans un deuxième temps, les dysfonctionnements local et global doivent être définis, pour permettre l'identification des chemins de défaillance les plus probables en utilisant soit une analyse par l'intérieur, soit une analyse par l'extérieur telles que présentées précédemment.

L'écart entre les probabilités d'occurrence des dysfonctionnements aux échelles locale et globale permettra de quantifier la robustesse structurale. Dans la suite de cet article, seule l'approche par l'intérieur est utilisée dans la démarche de quantification de la robustesse structurale.

### ■ 2.3. Détermination de la défaillance à l'échelle globale

La détermination de la défaillance à l'échelle globale du système à l'aide d'une approche par l'intérieur consiste à utiliser une méthode permettant d'identifier les chemins de défaillance les plus probables. En effet, partant d'une défaillance locale (mode de défaillance donné), le nombre de chemins de défaillance menant au dysfonctionnement global peut être très élevé et le nombre de modes de défaillance peut lui-même être très élevé. C'est pourquoi il est crucial d'utiliser une méthode permettant de réduire significativement le nombre de chemins de défaillance pris en compte en ne considérant que les chemins de défaillance ayant des probabilités d'occurrence significatives. Il existe dans la littérature plusieurs méthodes pour l'identification des chemins de défaillance dominants, parmi lesquelles on peut citer la méthode des branches et bornes (Okada et al., 1984 ; Thoft-Christensen et Murotsu, 1986), la méthode du  $\beta$ -unzipping (Thoft-Christensen et Murotsu, 1986), la méthode du  $\beta$ -unzipping avec bornage (Kagho et al., 2013), la méthode des configurations stables (Ditlevsen et Bjerager, 1984 ; Quek et Ang, 1986, 1990), la méthode des énumérations tronquées (Drebes, 1969). Dans la suite de cet article, seule la méthode des branches et bornes est utilisée.

#### › 2.3.1. Méthode des branches et bornes

La méthode des branches et bornes est une méthode de parcours d'arbres de défaillance permettant de n'identifier que les chemins de défaillance dominants, c'est-à-dire des chemins dont l'occurrence affecte le niveau de performance globale du système. L'idée majeure de la méthode est de parcourir l'arbre d'événements jusqu'à obtenir des chemins de défaillance complets (occurrence du dysfonctionnement global). À chaque nœud, la probabilité de défaillance du système est

comparée à celle du chemin le plus probable identifié. Les branches pour lesquelles la probabilité de défaillance est inférieure à celle du chemin le plus probable sont alors écartées. L'objectif est de ne conserver que les chemins de défaillance prédominants, ayant été sélectionnés lors de leur inclusion dans le système en série final (Kagho et al., 2011).

### › 2.3.2. Étude fiabiliste

Un chemin de défaillance noté  $q$  est considéré (ce chemin pouvant par exemple être le chemin de défaillance avec la plus grande probabilité d'occurrence), avec un ordre séquentiel d'apparition de la défaillance  $q_1, q_2, \dots, q_n$ , où les  $q_i$  sont les éléments défaillants et  $n$  la longueur du chemin de ruine. Avec une analyse par l'intérieur, il est possible d'exprimer la probabilité locale comme la probabilité de défaillance du premier élément dans le chemin de référence, et donc d'écrire  $P_{\text{locale}} = P_f(q_1) = P[g(q_1) < 0]$ , avec  $P_f(q_1)$  probabilité de défaillance liée à l'élément  $q_1$  et  $g(q_1)$  marge d'évènement liée à l'élément  $q_1$ . Il est également possible d'exprimer la probabilité globale  $P_{\text{globale}} = P\left[\bigcap_{i=1}^n g^{q_1 \dots q_{i-1}}(q_i) \leq 0\right]$  avec  $g^{q_1 \dots q_{i-1}}(q_i)$  marge d'évènement liée à l'élément  $q_i$  lorsque les éléments  $q_1, q_2, \dots, q_{i-1}$  sont déjà défaillants. Manifestement,  $g^{q_1 \dots q_{i-1}}(q_i) = g(q_1)$  pour  $i = 1$  (Kagho, 2013).

### › 2.3.3. Mesure de la robustesse structurale

En adéquation avec le paragraphe précédent, la probabilité locale  $P_{\text{locale}}$  est la probabilité de défaillance du premier mode de défaillance  $q_1$  dans le chemin de défaillance partant de  $q_1$ , et la probabilité globale  $P_{\text{globale}}$  est la probabilité d'occurrence du chemin de défaillance le plus probable (égale à la probabilité de défaillance du dernier mode de défaillance dans le chemin de défaillance le plus probable).

Un premier indice de robustesse est proposé sur la base d'un rapport entre les probabilités de défaillance locale et globale, comme défini par la formule (1) (Kagho, 2013) :

$$I_{r,1} = 1 - \frac{P_{\text{globale}}}{P_{\text{locale}}} . \quad (1)$$

Ce premier indice de robustesse compare directement les probabilités locale et globale. L'indice de robustesse  $I_{r,1}$  varie dans l'intervalle  $[0,1[$ . Une valeur proche de 1 indique une structure infiniment robuste et une valeur proche de 0 indique une structure non robuste.

Un second indice de robustesse est défini par la formule (2) (Kagho, 2013) :

$$I_{r,2} = 1 - \frac{C_{\text{locale}} P_{\text{globale}}}{C_{\text{locale}} P_{\text{locale}} + C_{\text{globale}} P_{\text{globale}}} . \quad (2)$$

Ce second indice de robustesse compare le risque ( $R = C P$ ) à l'échelle locale et globale. Cet indice peut également s'écrire de la manière suivante :

$$I_{r,2} = 1 - \frac{P_{\text{globale}}}{P_{\text{locale}} + a P_{\text{globale}}} . \quad (3)$$

où  $a = \frac{C_{\text{globale}}}{C_{\text{locale}}} \geq 1$  représente le rapport entre les conséquences globales et locales. Ce deuxième indice peut s'exprimer en fonction de  $I_{r,1}$  :

$$I_{r,2} = 1 - \frac{1}{1 + a(1 - I_{r,1})} . \quad (4)$$

Comme pour l'indice  $I_{r,1}$ , une valeur de  $I_{r,2}$  proche de 1 indique une structure infiniment robuste et une valeur proche de 0 indique une structure non robuste.

#### ► 2.3.4. Remarque

Kagho (2013) a montré que l'indice de robustesse le plus critique (c'est-à-dire le plus faible) n'était pas toujours celui calculé à partir du chemin de défaillance le plus probable. En effet, considérant tous les modes de défaillance du système, on peut identifier le chemin de défaillance le plus probable issue de la défaillance de chaque mode de défaillance. L'indice de robustesse critique est alors le plus petit indice de robustesse calculé. Cet indice est noté  $\min(I_{r,1}^k)$  s'il est calculé avec  $I_{r,1}$  ou  $\min(I_{r,2}^k)$  s'il est calculé avec  $I_{r,2}$ , où  $k$  est le mode de défaillance sujet de la défaillance locale. En effet, l'indice de robustesse critique s'obtient à partir d'un chemin de défaillance ayant une probabilité d'occurrence plus faible que celle du chemin le plus probable identifié; Il s'agit d'un chemin de défaillance peu probable mais donc l'occurrence serait très préjudiciable pour la structure. Cet indice de robustesse critique doit être pris en compte dans la quantification de la robustesse structurale. C'est pourquoi une approche par analyse de risque est justifiée (Baker et al., 2008 ; Faber et al., 2006, 2011 ; JCSS, 2001, 2008).

### ■ 2.4. Couplage

Dans cette étude, la technique des « branches et bornes » a été implémentée sous MATLAB© et un couplage a été réalisé entre le code de calcul CALFEM© utilisant des éléments poutres et la boîte à outils de fiabilité RELIABTBX développée à l'IFSTTAR (figure 1).

### ■ 2.5. Notion d'état limite

Les états limites sont des états d'une construction qui ne doivent pas être atteints pour que la structure continue de satisfaire les exigences structurales et fonctionnelles pour lesquelles elle a été conçue. La vérification d'une structure consiste à s'assurer que de tels états ne peuvent pas être atteints ou dépassés. Deux types d'exigences sont généralement considérés :

- une exigence d'aptitude au service, nécessaire au maintien de l'exploitation de la structure. Les états limites de service associés peuvent concerner une flèche ou un niveau de contraintes excessifs, la déformabilité de la structure ou encore certains effets dynamiques ;
- une exigence de sécurité, pour être en mesure de résister à toutes les actions qu'elle aura à subir pendant sa construction et son utilisation prévue en utilisation normale. L'état limite ultime peut concerner une perte d'équilibre statique, une rupture d'élément, une déformation plastique excessive, des instabilités de forme (flambement, déversement, voilement, ...), une défaillance due à la transformation en mécanisme de tout ou une partie de la structure, etc.

Dans cet article, le premier exemple est associé à l'état limite ultime, avec formation d'un mécanisme de ruine, dû à la ruine d'éléments de structure par allongement ou raccourcissement, transformant la structure en un système instable. Le second exemple est associé à un état limite de service vis-à-vis de la fissuration étendue du béton.

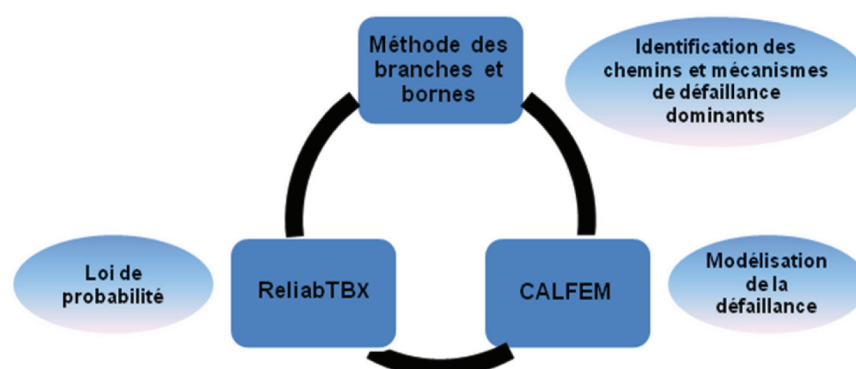


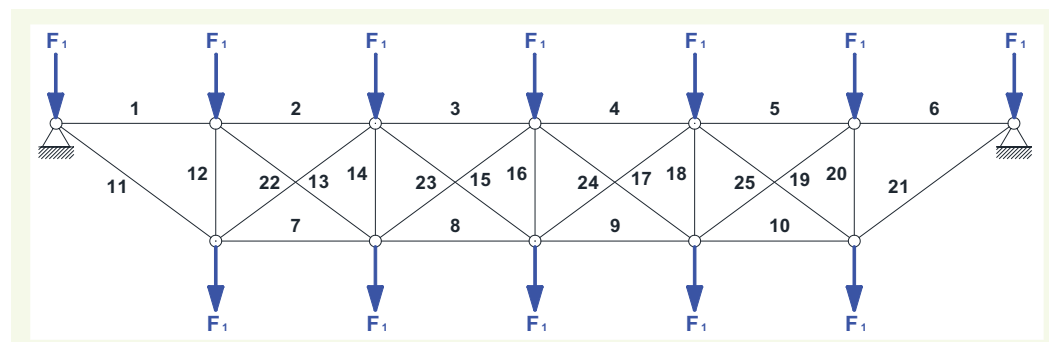
figure 1  
Illustration du couplage effectué.

### 3. APPLICATION À UN ÉTAT LIMITE ULTIME AVEC PERTE DE STABILITÉ

La poutre de pont en treillis représentée sur la **figure 2** est considérée dans ce paragraphe. Les éléments constitutifs sont des éléments barres, reliés entre eux par des joints articulés. Cette structure, articulée à ses deux extrémités, est soumise à l'action de douze forces statiques ponctuelles.

La poutre est constituée de vingt-cinq éléments « barre » de section  $A = 1,44 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$  et d'inertie  $I = 1728 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$ . Le module d'Young du matériau est égal à  $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$ . La hauteur de la poutre vaut  $h = 4 \text{ m}$  et la portée  $6 \times 3 \text{ m}$ . La limite élastique du matériau et la charge appliquée  $F_1$  sont des variables aléatoires indépendantes suivant une loi normale dont les paramètres sont indiqués dans le **tableau 2**.

Les chemins de défaillance dominants identifiés par la méthode des branches et bornes sont représentés sur la **figure 3a**. Il est observé que le chemin de ruine  $8 \rightarrow 9 \rightarrow 16$  est le plus probable. Le mécanisme de défaillance correspondant est représenté sur la **figure 3b**. Les résultats obtenus sont détaillés dans le **tableau 3**.

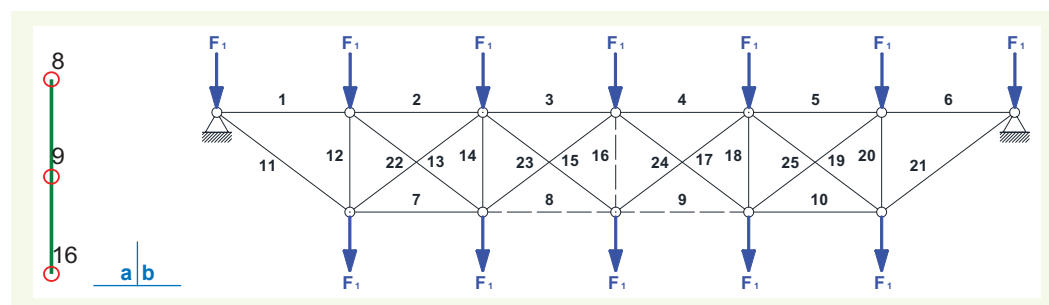


**figure 2**  
Structure étudiée.

**tableau 2**  
Variables aléatoires considérées.

Variables	Loi	Moyenne	Coefficient de variation
$F_1$	Normale	200 000 N	30%
$f_y$		$250 \cdot 10^6 \text{ Pa}$	2%

**figure 3**  
a) Arbre de défaillance de la méthode des branches et bornes,  
b) Mécanisme le plus probable correspondant au chemin de ruine  $8 \rightarrow 9 \rightarrow 16$ .



**tableau 3**  
Résultats obtenus.

Méthodes utilisées	Nme	Chemin le plus probable	$P_{\text{locale}}$	$P_{\text{globale}}$	$I_{r,1}$	$I_{r,2}$ ( $a = 100$ )	Temps de calculs (s)
Branches et bornes	1	8-9-16	$2,0946 \cdot 10^{-9}$	$5,9937 \cdot 10^{-10}$	0,71	0,03	3392

Nme – nombre de mécanismes identifiés



#### 4. APPLICATION À UN ÉTAT LIMITE DE SERVICE AVEC FISSURATION LOCALE ET GLOBALE

Le cas d'étude est une des poutres du VIPP de Merlebach (Cremona, 2007), ouvrage construit en 1968 et démoli en 2004 (figure 4). Cet ouvrage permettait à l'autoroute A320 de franchir des voies ferrées et la rivière « Roselle » à Freyming – Merlebach. Long de 0,2 km, il comportait deux tabliers constitués de six travées isostatiques d'une longueur de 32,50 m. Les travées de chaque tablier comportaient chacune cinq poutres (de hauteur de 2,10 m) espacées de 3,15 m et reliées entre elles par un hourdis de 1,65 m de large et de 0,18 m d'épaisseur. La précontrainte longitudinale dans les poutres était assurée par 10 câbles STUP 12Ø8 (figure 4b), dont les six premiers étaient ancrés à l'about (Tessier et al., 2005 ; Cremona, 2007 ; Mohammadkhani-Shali, 2007).

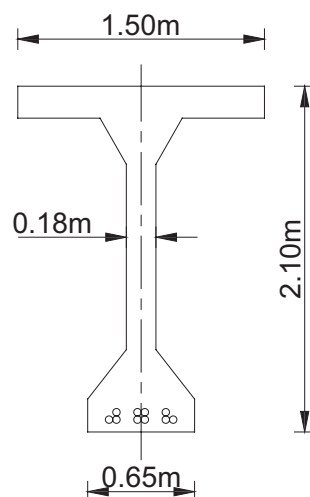
Cette étude considère une des poutres du VIPP. Pour ce type de structure, plusieurs types d'analyses de la robustesse sont envisageables :

- l'étude de la propagation d'une défaillance localisée sur une poutre à une défaillance plus globale de cette même poutre ;
- l'étude de la propagation d'une défaillance locale sur une poutre à une ou plusieurs autre(s) poutre(s).

Seul le premier cas est considéré dans cette analyse. Plus particulièrement, la défaillance locale est supposée être une hauteur de zone fissurée dans le talon de la poutre, dépassant un seuil critique et la défaillance globale est supposée être un volume total de béton fissuré excédant un seuil préalablement défini (Kagho, 2013).



a. Vue d'ensemble.



b. Section de poutre à mi-travée.

figure 4  
Viaduc de Merlebach.

La poutre considérée repose sur deux appuis simples et est soumise à une charge ponctuelle  $P$  appliquée à mi-travée. La modélisation de cette structure est réalisée à l'aide du logiciel SETRA-ST1©, qui est un logiciel de calcul de structures à barres (figure 5a). Cette étude reprend la modélisation de la poutre VIPP développée dans le cadre d'une étude antérieure sur l'ouvrage du VIPP de Merlebach (Cremona, 2007) ayant eu pour objectif de prendre en compte la fissuration dans le calcul d'une poutre isostatique en béton précontraint et de mieux appréhender les déformations de la poutre fonctionnant en mode dégradé. La modélisation de la poutre est effectuée de telle sorte qu'elle soit constituée de trois zones, les deux zones d'extrémité d'une longueur de 15,25 m constituées chacune d'une barre, et la zone centrale de 2 m, constituée de 20 barres (figure 5b). La zone d'étude est située à mi-travée dans la zone centrale et comporte sept sections numérotées de 1 à 7 (figure 5c).

La modélisation sous ST1 de la poutre étudiée est représentée sur la figure 5a. Cette modélisation représente les câbles de précontrainte en rouge, la fibre neutre de la poutre en noir et la zone étudiée en jaune. Cette zone est détaillée sur la figure 5c. En ce qui concerne les caractéristiques de la précontrainte, la diminution de section des câbles ainsi que la diminution de la tension des câbles de précontrainte ont été prises en compte uniquement par une diminution de la tension dans les câbles. Cette valeur de tension est supposée intégrer les pertes de précontrainte instantanées et différées ainsi que les éventuelles pertes de section des câbles (Kagho, 2013).

#### ■ 4.1. Modélisation de la défaillance

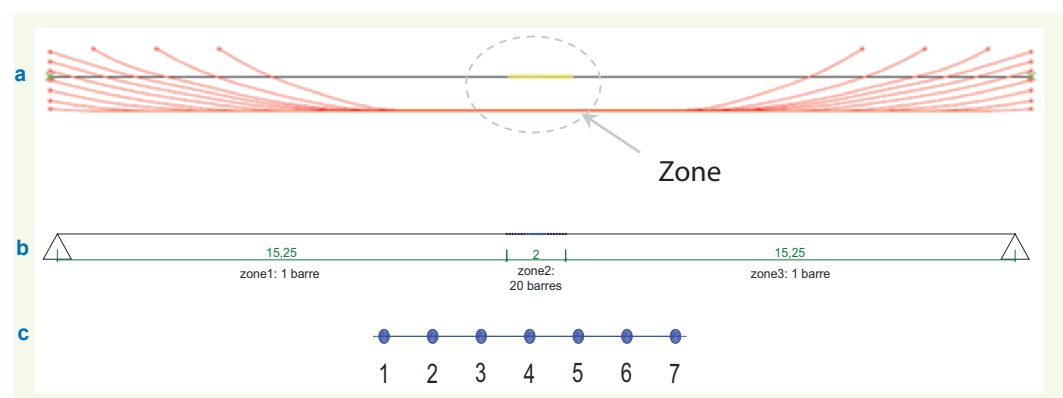
L'étude a consisté à analyser la propagation d'une fissuration dans la poutre précontrainte. Lorsqu'une section est défaillante (hauteur fissurée en fibre inférieure supérieure à une hauteur de fissure critique), la géométrie de la poutre est modifiée au droit de cette section en réduisant la hauteur du talon d'une épaisseur forfaitaire en partie inférieure de celui-ci, ce qui se caractérise par une élévation de la position du centre de gravité de la section.

La défaillance globale considérée correspond dans cette étude à l'atteinte ou au dépassement du volume critique de béton fissuré calculé sur les différentes sections étudiées. Le volume de béton fissuré calculé sur les sept sections étudiées de la figure 5 s'exprime par :

$$V_{\text{fissuré}} = e_{\text{section}} I_{\text{talon}} \sum_{i=1}^7 h_{i,\text{fissure}} \quad (5)$$

où  $e_{\text{section}} = 0,10$  m est l'espacement entre les sections étudiées,  $I_{\text{talon}}$  la largeur du talon et  $h_{i,\text{fissure}}$  la hauteur de fissure calculée à la section  $i$ .

Afin d'analyser l'impact de la modélisation des paramètres de calcul sur l'indice de robustesse, de nouvelles analyses structurales ont été menées avec la structure modélisée comme précédemment (la zone étudiée est celle représentée sur la figure 5c). L'état limite considéré pour déterminer la défaillance locale est l'apparition d'une zone de béton fissurée d'au moins 10 cm de hauteur ( $h_{\text{fissure,critique}} = 0,10$  m).



**figure 5**  
Modèle de calcul.  
(a) Schéma de la poutre étudiée, (b) Zone du modèle, (c) Zone étudiée.



La valeur moyenne de la tension dans les câbles de précontrainte  $\sigma_{\text{câbles}}$  est par ailleurs prise égale à 800 MPa (Kagho, 2013). Les lois statistiques des variables aléatoires utilisées sont indiquées dans le **tableau 4**.

### ■ 4.2. Analyse de la robustesse structurale

Les résultats obtenus et les arbres de défaillance correspondants sont reportés dans le **tableau 5**.

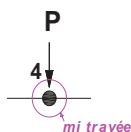
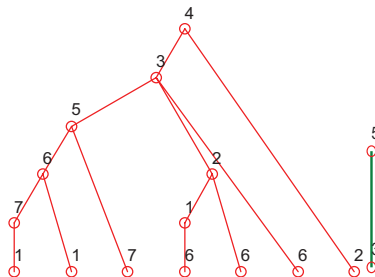
Les résultats obtenus montrent que c’est le chemin de défaillance 5→3 qui est le plus probable. Ce chemin ne part pas de la section où est appliquée la charge. Une étude a été réalisée au point de fonctionnement ayant permis le calcul de la probabilité de défaillance, pour regarder l’état de fissuration dans la poutre à chaque étape de l’arbre de défaillance. Les résultats sont reportés sur la **figure 6**.

On remarque que, lorsque la section/nœud 5 est défaillant(e) et qu’on regarde la probabilité au nœud 3, on a un plus grand volume de béton fissuré dans la zone étudiée que sur les chemins 4→2 et 5→4 et aussi une plus grande probabilité de défaillance. C’est la raison pour laquelle l’algorithme des branches et bornes a identifié le chemin 5→3 comme étant le chemin de défaillance le plus probable, car le critère de défaillance global est un volume de béton fissuré supérieur au volume de

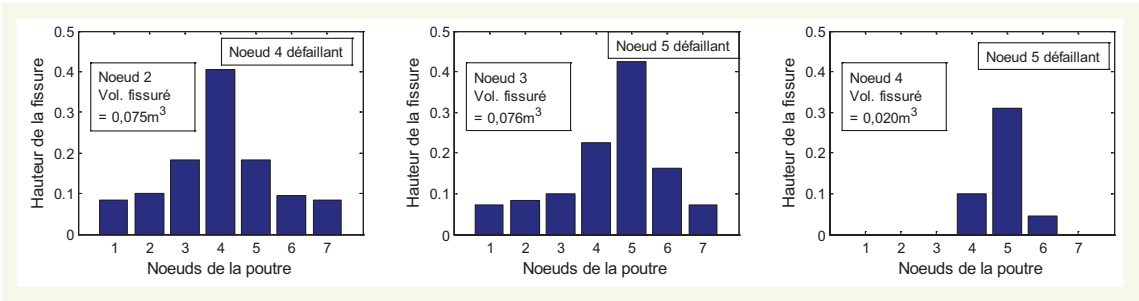
**tableau 4**  
Lois statistiques  
des variables aléatoires  
utilisées.

Variables	P	$\rho$	$\sigma_{\text{câbles}}$	$\sigma^h_{\text{trac}}$	$\sigma^1_{\text{trac}}$	$\sigma^2_{\text{trac}}$	$\sigma^3_{\text{trac}}$	$\sigma^4_{\text{trac}}$	$\sigma^5_{\text{trac}}$	$\sigma^6_{\text{trac}}$	$\sigma^7_{\text{trac}}$	$h_{\text{fissure,critique}}$
Loi	normale		lognormale									
Moyenne	0,79 MN	2,5 t/m <sup>3</sup>	800 MPa	3,27 MPa	3,27 MPa	3,27 MPa	3,27 MPa	3,27 MPa	3,27 MPa	3,27 MPa	3,27 MPa	0,10 m
Coefficient de variation	5 %	5 %	9 %	20 %	20 %	20 %	20 %	20 %	20 %	20 %	20 %	3 %

**tableau 5**  
Résultats obtenus.

Charge appliquée à la section 4 (mi-travée)	$Ir,1$	$Ir,2$	Chemin de défaillance le plus probable identifié	Probabilité d'occurrence du chemin le plus probable	Arbre de défaillance de la méthode des branches et bornes
	0,18	0,01	5→3	$P = 3,551.10^{-1}$	

**figure 6**  
État de la fissuration au point de fonctionnement.



béton critique  $Vol.critique = 0,07 \text{ m}^3$ . Comme on peut le constater sur la **figure 6**, avec le chemin 4→2 on atteint aussi le critère global de défaillance. Cependant, ce chemin n'est pas sélectionné à cause de sa plus faible probabilité de défaillance, par rapport à celle du chemin 5→3.

## 5. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

La communauté scientifique et technique a pris conscience ces dernières décennies de l'importance de la robustesse structurale des ouvrages du génie civil. Un des problèmes majeurs en ce qui concerne son incorporation dans les méthodes actuelles de conception et de gestion est de pouvoir la quantifier. Les travaux menés dans cette étude ont permis de proposer une démarche probabiliste pour la quantification de la robustesse structurale. La démarche proposée s'appuie sur l'étude d'une série de propagation de défaillance dans l'ouvrage afin d'identifier les dysfonctionnements globaux les plus probables et d'en déduire un écart entre la probabilité d'occurrence d'un dommage local et celle d'un dommage global. Cette démarche a été appliquée dans le cas où les états limites sont des états limites de service ou des états limites ultimes, ce qui montre que la méthodologie proposée peut s'appliquer de manière générale à différents types de défaillances dès lors que les concepts de défaillances locales et globales peuvent être caractérisés et modélisés. Une réflexion supplémentaire est nécessaire quant à la mise en œuvre opérationnelle des indices proposés et à leur inclusion dans un cadre réglementaire.

## 6. RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- BAKER J.W., SCHUBERT M., FABER M.H. (2008).** On the assessment of robustness. Elsevier, Structural Safety 30(3), pp. 253-267.
- BIONDINI F., RESTELLI S. (2008).** Damage propagation and structural robustness. In Biondini & Frangopol (eds), Life-Cycle Civil Engineering. Taylor & Francis Group, London.
- CEN (2002).** EN 1990. Bases de calcul des structures. Eurocode 0.
- CEN (2006).** EN 1991-1-7. Actions sur les structures: Part 1-7 : Actions accidentelles.
- CREMONA C. (2007).** Suivi du comportement mécanique d'une poutre de VIPP sous chargement : le cas du VIPP de Merlebach. Études et recherches des laboratoires des ponts et chaussées, OA 56, ISSN 1161-028X, Février 2007.
- DITLEVSEN O. (1979).** Narrow reliability bounds for structural systems. Journal of Structural Mechanics. Vol VII, No. 4, 1979, pp. 453-472.
- DITLEVSEN O., BJERAGER P. (1984).** Reliability of highly redundant plastic structures. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 110(5), pp. 671-693.
- DREBES C.B. (1969).** A truncated enumeration algorithm for the fixed charge problem. Washington University, Department of Applied Mathematics and Computer Science, 230 pages.
- FABER M.H., MAES M.A., STRAUB D., BAKER J. (2006).** On the quantification of robustness of structures. Offshore Mechanics and Arctic Engineering; Proc. Intern. Conf., Hamburg, Germany, 4-9 June 2006.
- FABER M.H., VROUWENVELDER T., SØRENSEN J.D., CHRYSSANTHOPOULOS M.K., NARASIMHAN H. (2011).** Robustness of structures - a report on a joint European project. ICASP 2011, Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering, Faber, Köhler & Nishijima (eds), Zürich, Switzerland, 1-4 August 2011.
- JCSS (2001).** Probabilistic model code. The Joint Committee on Structural Safety, www.jcss.ethz.ch.
- JCSS(2008).** Risk Assessment in Engineering. Internet publication: [http://www.jcss.ethz.ch/publications/JCSS\\_RiskAssessment.pdf](http://www.jcss.ethz.ch/publications/JCSS_RiskAssessment.pdf).
- KAGHO N., ORCESI A., CREMONA C. (201x).** Robustness analysis of structural systems considering accidental actions. ICASP11, Zurich.
- KAGHO N. (2013).** Étude de la vulnérabilité et de la robustesse des ouvrages. Thèse de doctorat, Université de Paris-Est, Marne-la-vallée.
- MOHAMMADKHANI-SHALI S. (2007).** Contribution à l'étude de la redondance dans les ponts : analyses des mécanismes de défaillance par surfaces de réponse. Thèse de doctorat, École Nationale des Ponts et Chaussées.
- OKADA H., MATSUZAKI S., MUROTSU Y. (1984).** Safety margins for reliability analysis of frames structures. Bulletin of University of Osaka Prefecture. Series A, Engineering and natural sciences, 32(2), pp. 155-163.
- QUEK S.T., ANG A.H-S. (1986).** Structural system reliability by the method of stable configuration. Structural Research Series No 529, University of Illinois, Urbana, Ill.
- QUEK S.T., ANG A.H-S. (1990).** Reliability analysis of structural systems by stable configuration. Journal of Structural Engineering, Vol. 116, No.10, pp. 2656-2670.
- STAROSSEK U., HABERLAND M. (2008).** Approaches to measures of structural robustness. Bridge Maintenance, Safety and Management; IABMAS'08, 4th Intern. Conf., Seoul, Korea, 13-17 July 2008.
- TESSIER C., GAILLET L., BRUHAT D., MICHEL R., NOBLET S., BARBIER V. (2005).** Les moyens d'auscultation et de surveillance : Applications au viaduc de Merlebach. Journées CABLES2005, Nantes, 2005.
- THOFT-CHRISTENSEN P., MUROTSU Y. (1986).** Application of structural systems reliability theory. Springer-Verlag, Berlin.

# ERRATUM du numéro 279 de BLCPC

Des erreurs de composition se sont glissées dans les équations suivantes, nous vous présentons toutes nos excuses

- page 22 erronée,

$$\frac{z_{eq}}{H} = \frac{-a_1}{H} \sqrt{1-K^2} - \frac{K^2}{1-K^2} \quad (2)$$

**Veillez lire :**

$$\frac{z_{eq}}{H} = \left( \frac{a_1}{H} \right)^2 \left( 1-K^2 \right) - \frac{K^2}{1-K^2} \quad (2)$$

- page 23 erronée,

$$T(t) = \int_{\Omega} \frac{1}{2} \rho(\underline{x}) \left( \frac{\partial s_k}{\partial t} \right)^2 d\Omega = -\omega_0^2 e^{2i\omega_0 t} \int_{\Omega} \frac{1}{2} \rho(\underline{x}) \psi_k^2(\underline{x}) d\Omega \quad (6)$$

$$\text{d'où :} \quad T_{\max} = \max_t T(t) = -\omega_0^2 \int_{\Omega} \frac{1}{2} \rho(\underline{x}) \psi_k^2(\underline{x}) d\Omega \quad (7)$$

L'énergie élastique V s'écrit alors :

$$V(t) = \int_{\Omega} \frac{1}{2} \sigma_{jl}(\underline{x}) \varepsilon_{jl}(\underline{x}) d\Omega \quad (8)$$

**Veillez lire :**

$$T(t) = \int_{\Omega} \frac{1}{2} \rho(\underline{x}) \left( \frac{\partial s_k}{\partial t} \right)^2 d\Omega = -\omega_0^2 e^{2i\omega_0 t} \int_{\Omega} \frac{1}{2} \rho(\underline{x}) \psi_k^2(\underline{x}) d\Omega \quad (6)$$

$$\text{d'où :} \quad T_{\max} = \max_t T(t) = -\omega_0^2 \int_{\Omega} \frac{1}{2} \rho(\underline{x}) \psi_k^2(\underline{x}) d\Omega \quad (7)$$

L'énergie élastique V s'écrit alors :

$$V(t) = \int_{\Omega} \frac{1}{2} \sigma_{jl}(\underline{x}) \varepsilon_{jl}(\underline{x}) d\Omega \quad (8)$$

# ERRATUM du numéro 279 de BLCPC

- page 23 erronée,

$$\omega_o^2 = \frac{\int_{\Omega} \sigma_{jl}(\underline{x}) \varepsilon_{jl}(\underline{x}) d\Omega}{\int_{\Omega} \rho(\underline{x}) \psi_k^2(\underline{x}) d\Omega}. \quad (9)$$

**Veuillez lire :**

$$\omega_o^2 = \frac{\int_{\Omega} \sigma_{jl}(\underline{x}) \varepsilon_{jl}(\underline{x}) d\Omega}{\int_{\Omega} \rho(\underline{x}) \psi_k^2(\underline{x}) d\Omega}. \quad (9)$$

- page 24 erronée,

$$\omega_o^2 \leq \min_{\psi_k} \frac{\int_{\Omega} \sigma_{jl}(\underline{x}) \varepsilon_{jl}(\underline{x}) d\Omega}{\int_{\Omega} \rho(\underline{x}) \psi_k^2(\underline{x}) d\Omega} \quad (10)$$

**Veuillez lire :**

$$\omega_o^2 \leq \min_{\psi_k} \frac{\int_{\Omega} \sigma_{jl}(\underline{x}) \varepsilon_{jl}(\underline{x}) d\Omega}{\int_{\Omega} \rho(\underline{x}) \psi_k^2(\underline{x}) d\Omega} \quad (10)$$

- page 24 erronée,

$$\psi_2(x, z) = \cos^r \left( \frac{\pi}{2} (1 - f(x, z)) \right) \times \sin^{2s+1} \left( \frac{(n+1)\pi}{2} \left( 1 + \frac{x}{a} \right) \right) \times \cos^t \left( \frac{(2m+1)\pi}{2} \frac{z}{h} \right) \quad (11)$$

**Veuillez lire :**

$$\psi_2(x, z) = \cos^r \left( \frac{\pi}{2} (1 - f(x, z)) \right) \times \sin^{2s+1} \left( \frac{(n+1)\pi}{2} \left( 1 + \frac{x}{a} \right) \right) \times \cos^t \left( \frac{(2m+1)\pi}{2} \frac{z}{h} \right) \quad (11)$$

# ERRATUM du numéro 279 de BLCPC

- page 25 erronée,

$$\omega_o^2 \leq \min_{r,s,t} \frac{\int_{\Omega} \mu \left( \left( \frac{\partial \Psi_2}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Psi_2}{\partial z} \right)^2 \right) dx dz}{\int_{\Omega} \rho \Psi_2^2(x,z) dx dz} \quad (12)$$

**Veillez lire :**

$$\omega_o^2 \leq \min_{r,s,t} \frac{\int_{\Omega} \mu \left( \left( \frac{\partial \Psi_2}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Psi_2}{\partial z} \right)^2 \right) dx dz}{\int_{\Omega} \rho \Psi_2^2(x,z) dx dz} \quad (12)$$

- page 61 erronée,

$$\begin{aligned} \varepsilon_{jauge}^T(t) &= \frac{1}{l} \left( \int_{z_{bas}}^{z_f(t)} \alpha(\theta(z,t) - \theta_i) dz + \int_{z_f(t)}^{z_{haut}} (\alpha(\theta(z,t) - \theta_i) + \varepsilon_{gonflement}(S_r)) dz \right) \\ &= \frac{1}{l} \int_{z_{bas}}^{z_{haut}} \alpha(\theta(z,t) - \theta_i) dz + \varepsilon_{gonflement}(S_r) \frac{z_{haut} - z_f(t)}{l} \end{aligned}$$

En termes de vitesse de déformation, on en déduit :

$$\frac{d\varepsilon_{jauge}^T(t)}{dt} = \frac{\alpha}{l} \int_{z_{bas}}^{z_{haut}} \frac{\partial \theta}{\partial t}(z,t) dz + \varepsilon_{gonflement}(S_r) \frac{v_f}{l} = \alpha \frac{d\bar{\theta}}{dt} + \varepsilon_{gonflement}(S_r) \frac{v_f}{l}$$

**Veillez lire :**

$$\begin{aligned} \varepsilon_{jauge}^T(t) &= \frac{1}{l} \left( \int_{z_{bas}}^{z_f(t)} \alpha(\theta(z,t) - \theta_i) dz + \int_{z_f(t)}^{z_{haut}} (\alpha(\theta(z,t) - \theta_i) + \varepsilon_{gonflement}(S_r)) dz \right) \\ &= \frac{1}{l} \int_{z_{bas}}^{z_{haut}} \alpha(\theta(z,t) - \theta_i) dz + \varepsilon_{gonflement}(S_r) \frac{z_{haut} - z_f(t)}{l} \end{aligned}$$

En termes de vitesse de déformation, on en déduit :

$$\frac{d\varepsilon_{jauge}^T(t)}{dt} = \frac{\alpha}{l} \int_{z_{bas}}^{z_{haut}} \frac{\partial \theta}{\partial t}(z,t) dz + \varepsilon_{gonflement}(S_r) \frac{v_f}{l} = \alpha \frac{d\bar{\theta}}{dt} + \varepsilon_{gonflement}(S_r) \frac{v_f}{l}$$