

Analyse comparative de la modélisation numérique d'un élément de structure en béton armé : approches 2D et 3D

Lucas ADÉLAÏDE

Université Paris-Est, IFSTTAR, Marne-la-Vallée

Benjamin RICHARD

CEA, DEN, Laboratoire d'Études de Mécanique Sismique,
Gif-sur-Yvette

■ RÉSUMÉ

Dans le cadre du projet National CEOS.fr, destiné à mieux appréhender le développement de la fissuration dans les structures et éléments de structure en béton armé, plusieurs simulations numériques d'une poutre de grande taille en béton armé chargée en flexion ont été effectuées et comparées avec les données expérimentales. L'objectif était d'examiner les effets du type de calcul (2D ou 3D), de la modélisation du béton et des conditions aux limites sur la précision des résultats quantitatifs et qualitatifs, en particulier les ouvertures et espacements des fissures, et l'évolution de la force et des déformations en fonction du déplacement. Les cartographies d'endommagement obtenues montrent des différences qualitatives selon le modèle de béton et le type de modélisation considérés alors que la différence quantitative est beaucoup moins marquée.

A numerical comparative analysis of a reinforced concrete structural element: 2D and 3D approaches

■ ABSTRACT

In the framework of French National Project CEOS.fr, which aimed at better understanding and predicting the development of cracks in reinforced concrete structures or elements of structure, several numerical simulations of a large reinforced concrete beam subjected to bending were performed and compared to experimental data. The purpose of this study was to examine the effect of modeling approach (2D or 3D), of the model adopted for concrete and of boundary conditions on the accuracy of quantitative and qualitative results, in particular the width and spacing of cracks and the evolution of forces and strains versus displacement. The obtained damage patterns highlight qualitative differences depending on the modeling approach (2D/3D) and the concrete model used. Quantitative differences were less important.

1. INTRODUCTION

Toute structure de génie civil doit remplir les fonctions pour lesquelles elle a été conçue tout au long de sa durée de vie. Cependant, ces fonctions peuvent être altérées de manière intentionnelle (changement de charge) ou non intentionnelle (dégradation provenant d'interactions entre l'environnement et les matériaux constitutifs de la structure). Les fonctions de la structure peuvent aller au-delà de sa simple résistance et couvrir l'étanchéité à l'air et à l'eau (pour certains ouvrages industriels) ou encore l'esthétique sur le long terme (pour certaines structures de prestige ou ouvrages d'art).

Pour évaluer la performance d'une structure, le gestionnaire d'ouvrages doit être en mesure d'estimer son état structural avant de conclure sur la nécessité d'une intervention (réparation, démolition,

limitation, etc.). Disposer d'outils numériques capables d'évaluer de manière pertinente la structure est nécessaire en plus des inspections détaillées de site. Ces outils devraient permettre de prédire le comportement de la structure pour anticiper son inaptitude éventuelle à remplir ses fonctions et les interventions nécessaires sur site, pour diminuer leur coût. C'est dans ce contexte que le projet National CEOS.fr (Comportement et Évaluation des Ouvrages Spéciaux - fissuration retrait) a été lancé en 2008 (www.ceosfr.org). Il vise à mieux appréhender le développement de la fissuration dans les structures et les éléments de structure en béton armé. Ce projet comporte des expérimentations effectuées sous chargements monotone, cyclique et/ou de retrait gêné ou libre car la prédiction de la fissuration de structures en béton, béton armé et/ou précontraint est essentielle au contrôle du bon fonctionnement et de la durabilité. Se fondant sur ces expérimentations, le projet a également l'ambition d'offrir des outils simples et pertinents pour la modélisation numérique du comportement de structures en béton armé, capables de décrire et de prédire l'état de fissuration (ouverture et espacement de fissures) de la structure en question au cours du temps.

Dans ce contexte, les auteurs se sont concentrés sur la modélisation d'une des expérimentations, à savoir la mise en flexion d'une poutre en béton armé appelée RL1, préalablement soumise à un retrait libre. Dans cette modélisation, seule la partie mécanique a été traitée. Deux types de modélisation ont été choisis, l'une bidimensionnelle (2D) en contraintes planes et l'autre tridimensionnelle (3D). L'objectif est d'examiner les effets du type de modélisation sur la précision des résultats quantitatifs et qualitatifs, à savoir les ouvertures et les espacements de fissure, l'évolution de la force et des déformations en fonction du déplacement.

Cet article s'articule en trois parties. La première partie rend compte de l'expérimentation associée à l'essai de flexion sur la poutre RL1. La seconde partie présente les hypothèses des modélisations 2D et 3D et les modèles de béton et d'acier utilisés. La troisième partie expose les résultats numériques 2D et 3D obtenus et les compare aux résultats expérimentaux afin de montrer l'importance de la modélisation considérée et les limites des modèles continus. Pour finir, après une discussion des résultats, une conclusion est formulée et quelques perspectives sont envisagées.

Ces travaux ont fait l'objet d'une présentation aux Journées 2013 de l'Association Française de Génie Civil (AFGC).

2. PROGRAMME EXPÉRIMENTAL

Nous avons choisi pour cette étude un des essais du projet de recherche CEOS.fr. Il s'agit du chargement en flexion d'une poutre en béton armé dans le but d'évaluer son état de fissuration et l'influence de cette dernière sur le comportement mécanique de la poutre. Cet essai a fourni les données expérimentales qui ont été confrontées aux résultats obtenus par calcul avec deux modèles de béton.

■ 2.1. Géométrie et plan de ferrailage

La poutre en béton armé a une longueur de 6100 mm et une section rectangulaire de $800 \times 1600 \text{ mm}^2$ (**figure 1**). Le plan des armatures est composé principalement de 2 lits de 8 aciers longitudinaux HA de 32 mm de diamètre disposés horizontalement dans la partie haute de la poutre, un lit de 8 aciers longitudinaux HA de 25 mm de diamètre disposé horizontalement en partie basse, 2 lits de 3 aciers longitudinaux HA de 16 mm de diamètre disposés verticalement, l'un dans la partie arrière de la poutre et l'autre dans la partie avant et 2 lits de 4 aciers longitudinaux HA de 14 mm de diamètre disposés horizontalement à chaque extrémité de la poutre. La poutre RL1 comporte également 19 cadres de 16 mm de diamètre associés à des U de 16 mm de diamètre entourant les aciers longitudinaux. D'autres cadres de diamètres 14 mm et 16 mm sont associés à la poutre (**figure 2**). L'enrobage de béton est de 30 mm.

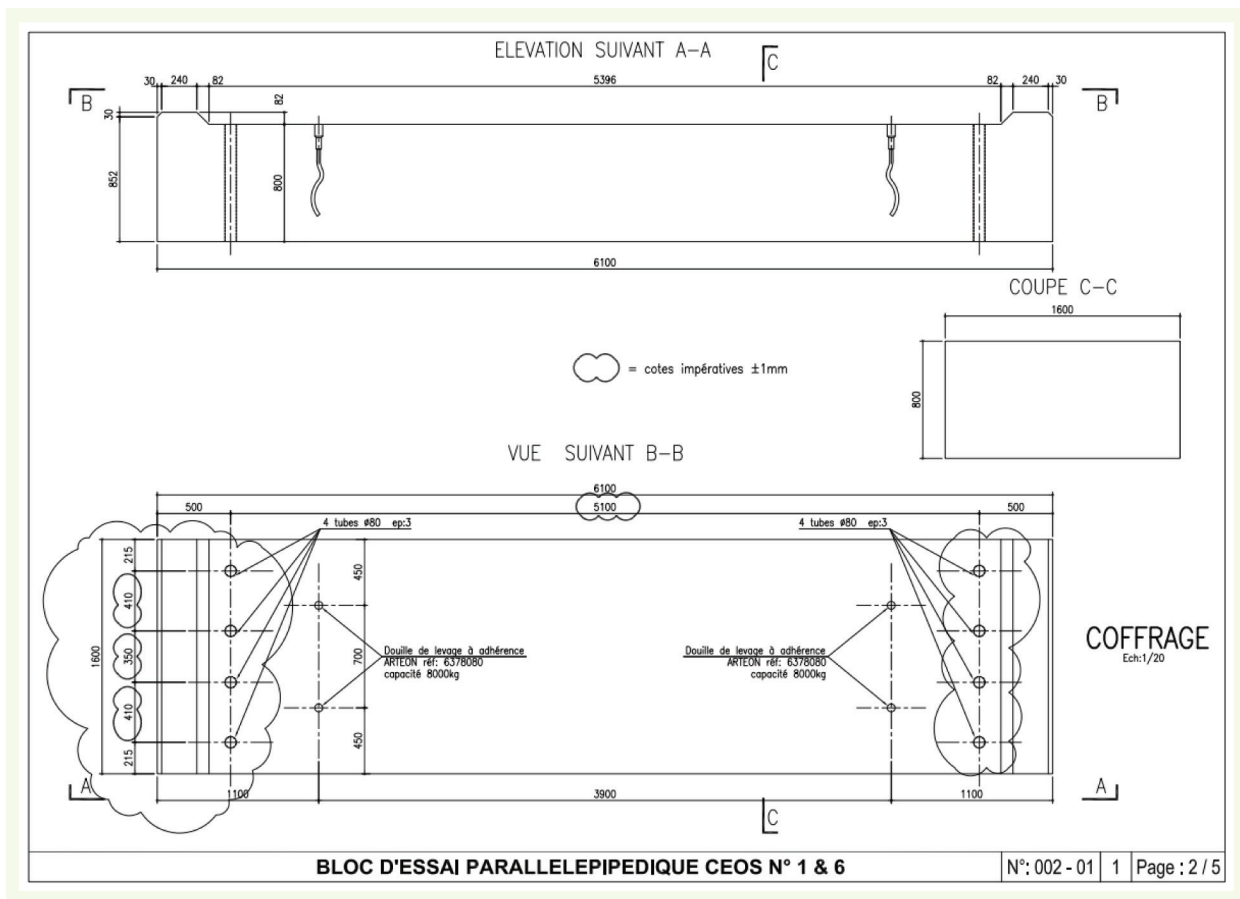


figure 1
Géométrie de la poutre.

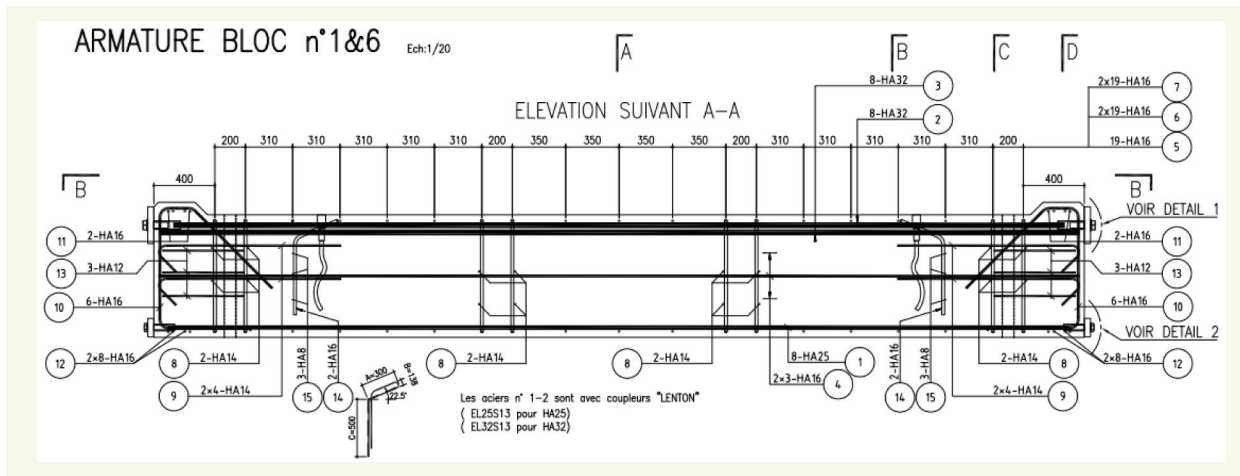


figure 2
Plan de ferrailage.

■ 2.2. Matériaux constitutifs

Les propriétés mécaniques des matériaux constitutifs de la poutre (béton et acier) sont indiquées dans le **tableau 1**. Ces caractéristiques sont nécessaires à l'identification des paramètres des modèles de béton et de l'acier. Ces valeurs ont été déduites d'essais classiques sur des éprouvettes ayant les mêmes caractéristiques que la poutre RL1 dans le cas du béton.

tableau 1
Caractéristiques
mécaniques du béton
et de l'acier.

Béton	Module d'Young (GPa)	Coefficient de Poisson	Résistance à la traction (MPa)	Résistance à la compression (MPa)
	40,2	0,19	4,65	63,7
Acier	Module d'Young (GPa)	Coefficient de Poisson	Limite élastique (GPa)	
	200	0,3	500	

■ 2.3. Dispositif expérimental et chargement

Comme le montrent les **figures 3 et 4**, le dispositif de mise en flexion de la poutre RL1 comprend un bâti sur lequel la poutre a été posée. La fixation de la poutre au bâti est effectuée par le biais de 2 rangées de 4 barres d'acier, de diamètre 40 mm, placées à chaque extrémité et traversant la poutre ainsi que le bâti. Des platines en acier ont été placées au-dessus de la poutre et en-dessous du bâti afin d'obtenir une tension uniforme dans les barres lors de la mise en chargement. Pour que cette tension soit effectivement uniforme, il faut que le contact entre la platine et le béton soit parfait donc sans irrégularité (bosse). Dans le cas contraire, des différences préjudiciables de tension de barres peuvent apparaître.

Des platines d'extrémité (**figures 3 et 4**) ont également été mises en place. Ces platines servent à ancrer de façon parfaite le premier lit de HA32 en partie haute et HA25 en partie basse et non à mettre sous contrainte les aciers. Il est important que l'appui des platines sur le béton soit le meilleur possible pour conserver un enrobage uniforme tout le long de la poutre.

Par ailleurs, les conditions de serrage des boulons de fixation, c'est-à-dire les précontraintes des barres de fixation au bâti, ne sont pas connues.

La poutre est soumise à un chargement monotone de bas en haut, sur 2 lignes de vérins espacées de 1600 mm en partie centrale et en dessous de la poutre. Chaque ligne de vérins permet d'appliquer un chargement allant jusqu'à 2 250 kN. Le chargement de la poutre par ligne de vérins en fonction du temps est montré sur la **figure 5**.



figure 3
Photo du montage
de l'ensemble
{poutre + bâti}.

figure 4
Montage du chargement appliqué à la poutre.

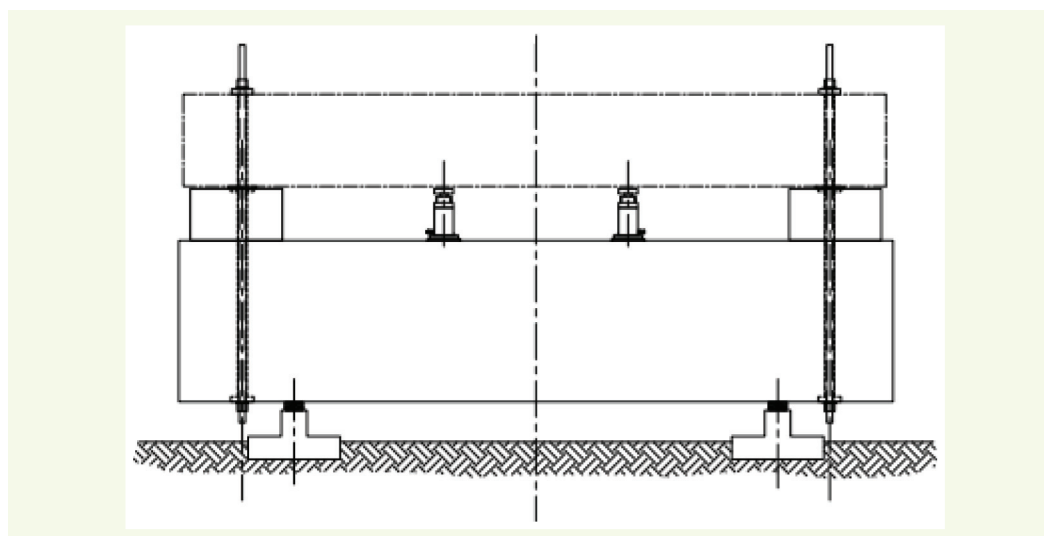
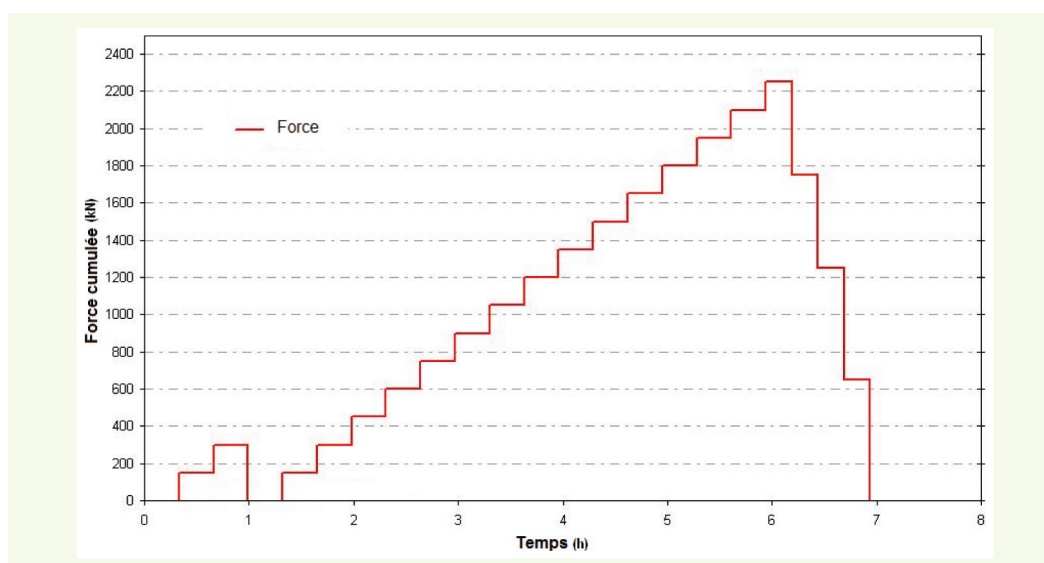


figure 5
Évolution au cours du temps du chargement appliqué à la poutre.



■ 2.4. Instrumentation de la poutre

Divers capteurs ont été utilisés pour suivre le comportement de la poutre : des capteurs à corde vibrante, des capteurs de température noyés dans le corps de la poutre, des capteurs de déplacement, des capteurs de tension d'acier et des fibres optiques en externe.

Les capteurs de déplacement ont été fixés sur une structure indépendante de la poutre et du bâti, de manière à obtenir le comportement global (déplacement) de la poutre à certains emplacements du corps d'épreuve (**figure 6 et tableau 2**). Les capteurs à corde vibrante (capteurs de déformation) sont disposés comme indiqué sur les **figures 7 et 8** et dans le **tableau 3**, afin de fournir les déformations dans le béton en des points particuliers et sur les aciers supérieur et inférieur.

3. MODÉLISATIONS NUMÉRIQUES

Les deux approches choisies pour modéliser l'essai de flexion s'appuient sur des modèles numériques non linéaires pour représenter au mieux le comportement de l'élément de structure en béton armé. Ces deux approches se basent sur une description de type milieu continu pour chacun des

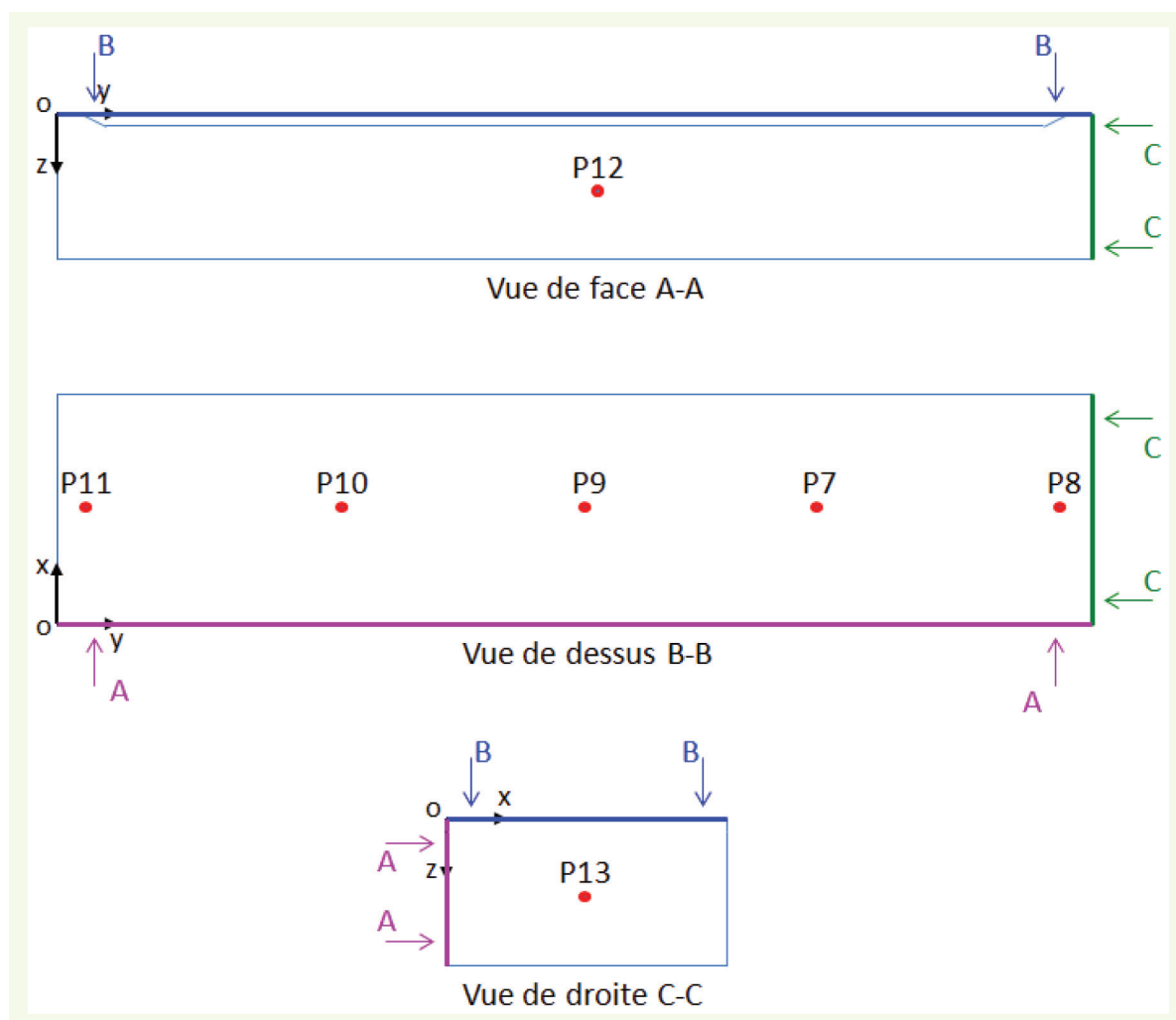


figure 6
Emplacement des capteurs
de déplacement.

Numéro	Coordonnées (mm)			Direction
	x	y	z	
P7	800	4035	82	z
P8	800	5430	82	z
P9	800	2880	82	z
P10	800	1745	82	z
P11	800	400	82	z
P12	0	3050	400	x
P13	760	6100	485	y

tableau 2
Coordonnées des capteurs
de déplacement.

matériaux. Le béton et les aciers longitudinaux HA32 et H25 ont été modélisés par des éléments massifs ainsi que le bâti alors que les autres aciers longitudinaux, cadres et U ont été modélisés par des éléments rectilignes. L'interface entre l'acier et le béton a été considérée comme parfaite parce que le chargement pendant l'essai n'est pas assez élevé pour provoquer une détérioration précoce de la liaison acier/béton. La modélisation numérique de l'essai étant effectuée dans le cadre de la mécanique des milieux continus, elle ne permet pas de tenir compte des discontinuités cinématiques liées à la fissuration du béton. Mais il est possible d'estimer la fissuration grâce à certaines techniques telles que l'approche combinant éléments finis et éléments discrets ou celle fondée sur

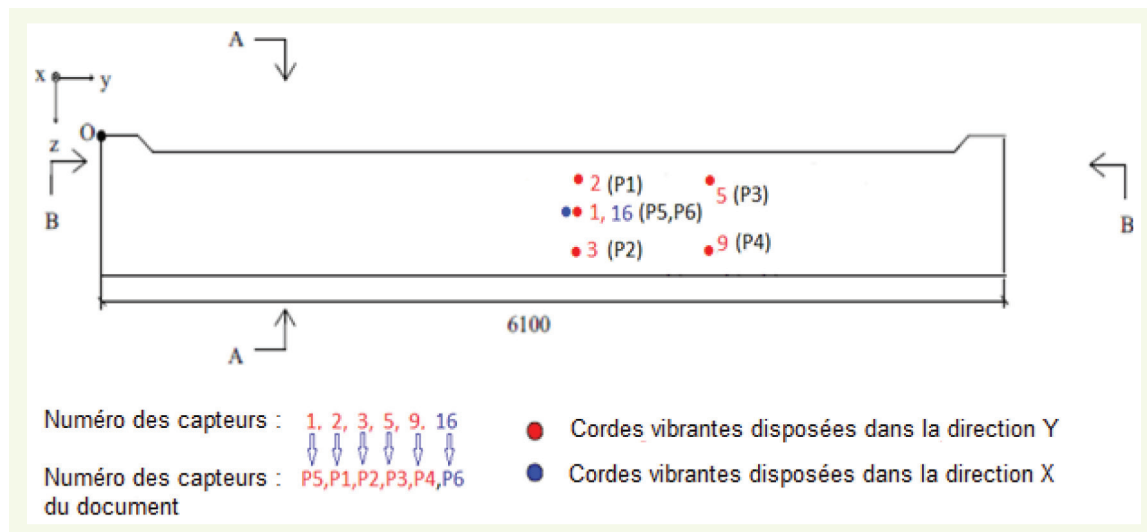


figure 7
Emplacement des capteurs de déformation du béton.

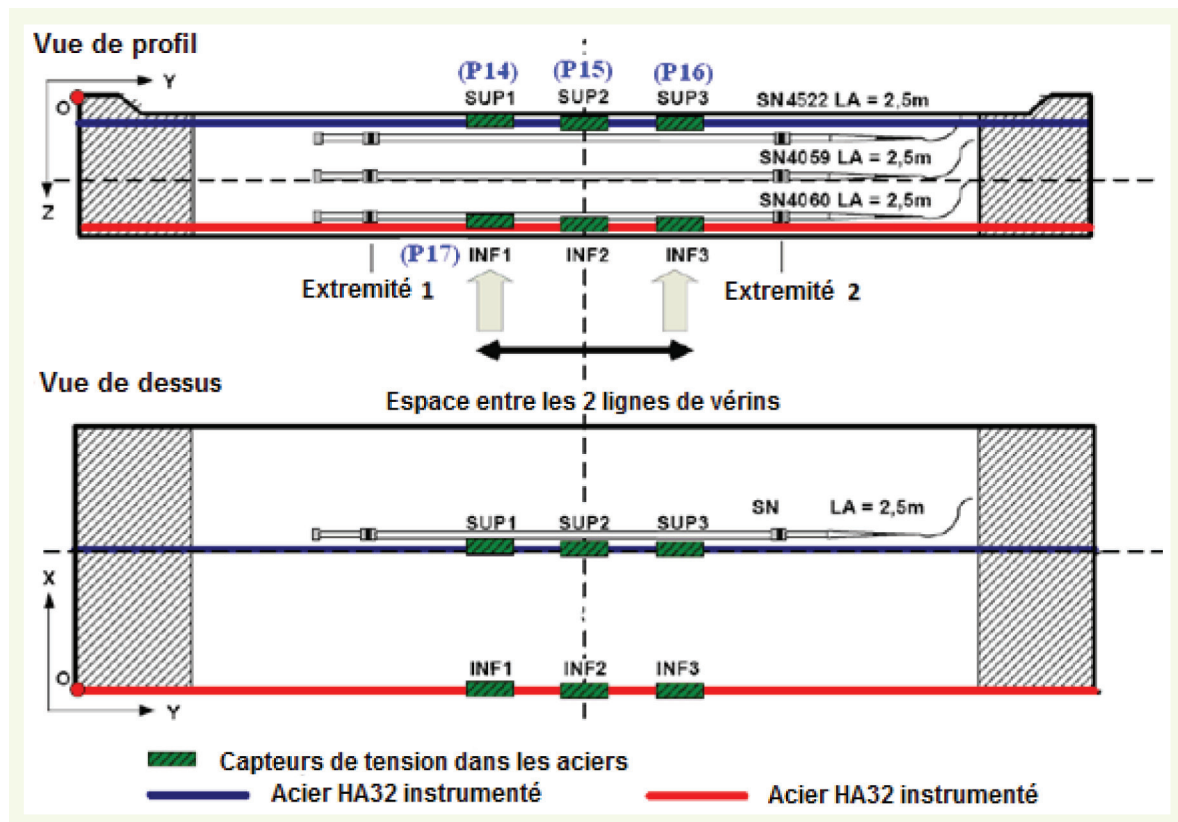


figure 8
Emplacement des capteurs de déformation de l'acier.

l'analyse des déplacements relatifs. Les lois de comportement sont celles des matériaux en présence (béton et acier).

■ 3.1. Lois de comportement du béton

Le béton est un matériau hétérogène qui peut être sujet à une dégradation chimique ou/et mécanique. Suite à un chargement quelconque, dès que la résistance de traction du béton est atteinte, des microfissures apparaissent, engendrant par la suite des macrofissures et la localisation des déformations. En cas d'augmentation des déformations, la résistance du matériau continue de chuter, ce qui se traduit par le caractère adoucissant du comportement (phase post-pic). Cette phase s'achève

tableau 3
Coordonnées des capteurs
de déformation
pour le béton et l'acier.

Matériau	Numéro	Coordonnées (mm)			Direction
		x	y	z	
Béton	P1	780	2910	200	y
	P2	795	2860	865	y
	P3	795	3825	200	y
	P4	795	3825	875	y
	P5	700	2890	515	y
	P6	790	2990	515	x
Acier	P14	720	2130	142	y
	P15	720	2905	142	y
	P16	720	3720	142	y
	P17	110	2110	807	y

par la ruine du matériau. Globalement, le béton est donc un matériau fragile en traction, ductile en compression et présentant un comportement non linéaire lors de la phase post-pic. Les non linéarités regroupent entre autres les déformations permanentes, la présence d'effets unilatéraux et l'apparition de phénomènes hystérétiques locaux.

Pour respecter le comportement du béton, il est donc primordial que le modèle puisse considérer d'une part la dissymétrie de comportement entre la traction et la compression et d'autre part le caractère adoucissant post-pic. Pour cette raison, notre attention s'est tout d'abord portée sur le modèle de Mazars (1984) du fait de sa simplicité et sa robustesse. Ce modèle est élasto-endommageable isotrope et prend en compte la dissymétrie traction/compression et le caractère adoucissant du comportement du béton en phase post-pic. Par contre, il ne tient pas compte des autres non linéarités évoquées précédemment. Ceci représente une limitation des capacités du modèle mais, tant que les déformations n'ont pas atteint un certain seuil, cette limitation n'a qu'un effet peu prononcé.

Un autre modèle appelé Ricrag (Richard et al., 2010), développé au sein de l'IFSTTAR, a été utilisé. Il s'agit d'un modèle plus complexe, élasto-endommageable isotrope, tenant compte du glissement interne. En fait, ce modèle permet de considérer certains phénomènes bien connus tels que la dissymétrie traction/compression, les déformations permanentes, l'effet unilatéral de manière partielle et les effets hystérétiques dus au frottement entre les lèvres des fissures en cas de chargement cyclique.

Lors des simulations, nous avons utilisé les versions non locales des modèles, qui fournissent des résultats indépendants de la finesse de la discrétisation en éléments finis grâce à une technique de régularisation (Pijaudier-Cabot et Bazant, 1987).

■ 3.2. Loi de comportement de l'acier

Le modèle d'acier utilisé est celui de Von Mises à écrouissage cinématique linéaire, intégré dans le logiciel Cast3M.

■ 3.3. Conditions aux limites et chargement

Quel que soit l'essai modélisé, la précision des simulations numériques dépend de différents paramètres tels que les modèles de comportement des matériaux, le type d'analyse (2D ou 3D) ainsi que les conditions aux limites utilisées. À première vue, la première hypothèse serait de simplifier le problème et de considérer cet essai comme un simple essai de flexion 4 points. Comme la flexion de la poutre est empêchée par les barres de fixation en acier et le bâti sur lequel est fixée la poutre

par ces mêmes barres, l'influence de ces deux contraintes doit être prise en compte. Deux types de modélisations ont été effectués, l'un en contraintes planes (2D) et l'autre en tridimensionnel (3D).

› 3.3.1. Analyse bidimensionnelle (2D)

Suite à une étude numérique en 2D effectuée par Adélaïde et al. (2013) et prenant en compte plusieurs conditions aux limites et modélisations de cet essai de flexion, la modélisation et les conditions aux limites les plus pertinentes ont été sélectionnées. Pour cette analyse 2D, il a été décidé de modéliser toute la poutre, bien que la modélisation de la moitié aurait pu suffire pour des raisons de symétrie. L'hypothèse des contraintes planes a été retenue compte-tenu de la géométrie de la poutre et du chargement appliqué.

Le béton a été maillé au moyen d'éléments finis massifs quadrangulaires à 4 nœuds. Pour des raisons de simplification du maillage, la totalité du ferrailage n'a pas été maillée ; seuls les principaux aciers l'ont été. Les armatures longitudinales (HA32 et HA25) ont été maillées à l'aide d'éléments finis massifs quadrangulaires à 4 nœuds également. Les autres aciers (filants, cadres, U, barres de fixation et autres armatures longitudinales situées aux extrémités) ont été maillés à partir d'éléments finis barre. Évidemment, les sections de ces autres aciers ne sont pas décrites géométriquement mais elles sont tout de même considérées lors de la modélisation. L'interface entre le béton et l'acier est considérée comme parfaite pour la raison rappelée précédemment. Les plaques d'appui et de chargement ont également été maillées au moyen d'éléments finis massifs quadrangulaires à 4 nœuds.

Dans un premier temps, seule la poutre a été maillée, sans tenir compte du bâti, en supposant une pseudo-flexion 4 points. Les conditions aux limites ont consisté à bloquer les déplacements des plaques d'appui situées aux extrémités de la poutre suivant x, y ou/et x et y (**figure 9**). Mais les résultats numériques en 2D ont montré que ces conditions aux limites ne rendaient pas compte du comportement global de la poutre : lors de ces simulations, les résultats ont mis en évidence un manque de rigidité et une phase post-pic trop basse par rapport au comportement observé pendant l'essai.

Par la suite, de nouvelles conditions aux limites ont été adoptées pour le bâti ; ceci a abouti au maillage de l'essai de flexion représenté sur la **figure 10**.

figure 9
Maillage d'éléments finis 2D, montrant le béton (noir), les armatures (rouge et vert), les U et cadres (bleu), les barres de fixation (violet) et les patins d'appui et de chargement (jaune).

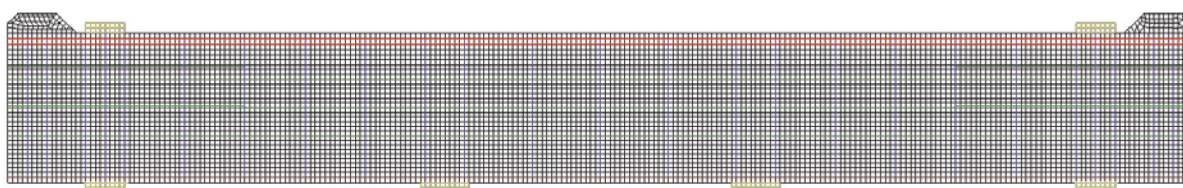
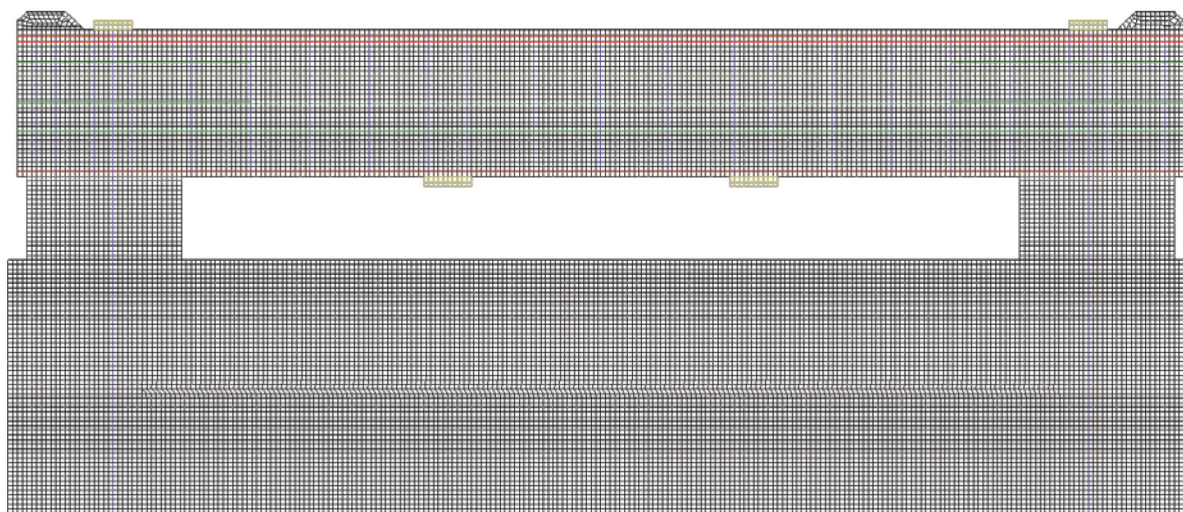


figure 10
Maillage d'éléments finis 2D.



Le chargement est contrôlé en déplacement afin d'assurer une bonne description de la phase post-pic et une amélioration de la robustesse numérique des simulations.

Concernant les conditions aux limites, les déplacements verticaux et horizontaux de la base du bâti ainsi que les déplacements verticaux des patins d'appui situés au-dessus de la poutre ne sont pas autorisés (**figure 11**).

L'identification des paramètres de matériaux associés aux lois de comportement du béton et de l'acier n'est pas détaillée dans cet article.

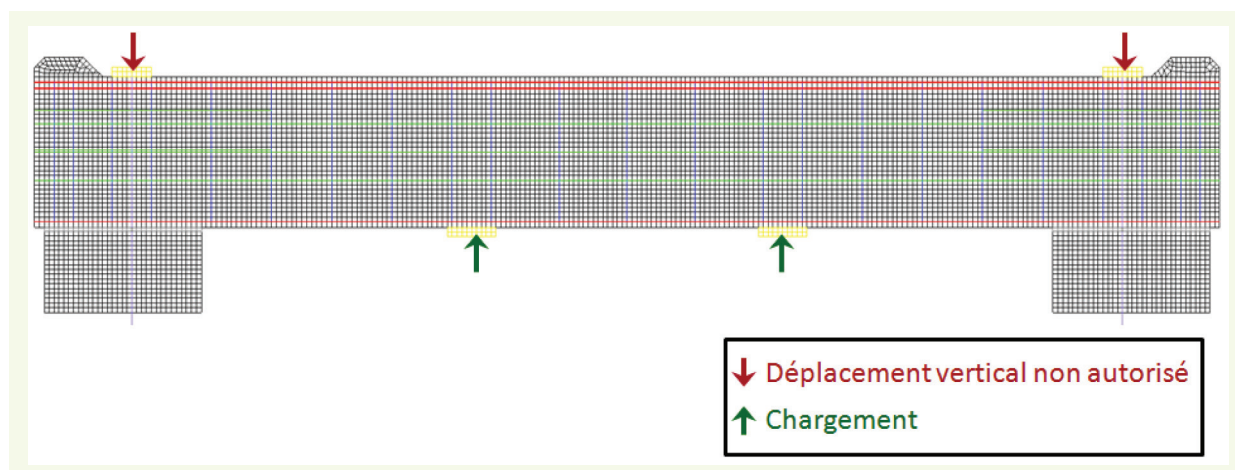
Pour l'acier, il s'agit d'une loi élastoplastique avec écrouissage cinématique. Pour le béton, deux lois sont utilisées, le modèle de Mazars et le modèle Ricrag. Pour identifier les paramètres de ces deux lois de béton, les auteurs se sont référés aux recommandations issues des travaux de Mazars (1984) et de Richard et al. (2010), associées aux caractéristiques du béton rappelées dans le **tableau 1**. Les paramètres de l'acier sont, quant à eux, essentiellement basés sur les caractéristiques de l'acier du **tableau 1**.

› 3.3.2. Analyse tridimensionnelle (3D)

Afin d'évaluer la pertinence de l'approche 2D dont le maillage vient d'être présenté, une modélisation 3D a également été réalisée. En effet, du fait des dimensions importantes du corps d'éprouve testé, des effets 3D sont susceptibles d'apparaître comme par exemple une dilatance importante au cours du processus de déformation ou encore une propagation particulière des fissures dans l'épaisseur. Pour ces calculs, le béton est maillé par des éléments cubiques à 8 nœuds, les armatures longitudinales sont explicitement maillées par des éléments prismatiques à 6 nœuds et, enfin, les cadres et les filants sont maillés par des éléments barres. Pour des raisons de symétrie, seul un quart du corps d'éprouve est modélisé. Le maillage est montré sur la **figure 12**.

Comme pour le cas de l'approche 2D, les déplacements verticaux sur le patin supérieur sont bloqués. Le chargement est imposé en déplacement imposé sur le patin inférieur. De plus, des rigidités additionnelles ont été considérées pour limiter la rotation des parties du corps d'éprouve en contact avec le bâti de chargement. Ces dernières ont été calibrées afin de bien décrire la partie élastique de la courbe de réaction obtenue expérimentalement. Le béton est modélisé avec la loi de comportement Ricrag disponible dans Cast3M. Les aciers sont supposés suivre un comportement élastoplastique avec écrouissage isotrope. L'ensemble des paramètres des matériaux a été identifié d'après les données disponibles. Le module d'écrouissage des aciers a été supposé égal à 5 % du module d'Young, ce qui est une hypothèse couramment admise.

figure 11
Conditions aux limites
du modèle 2D.



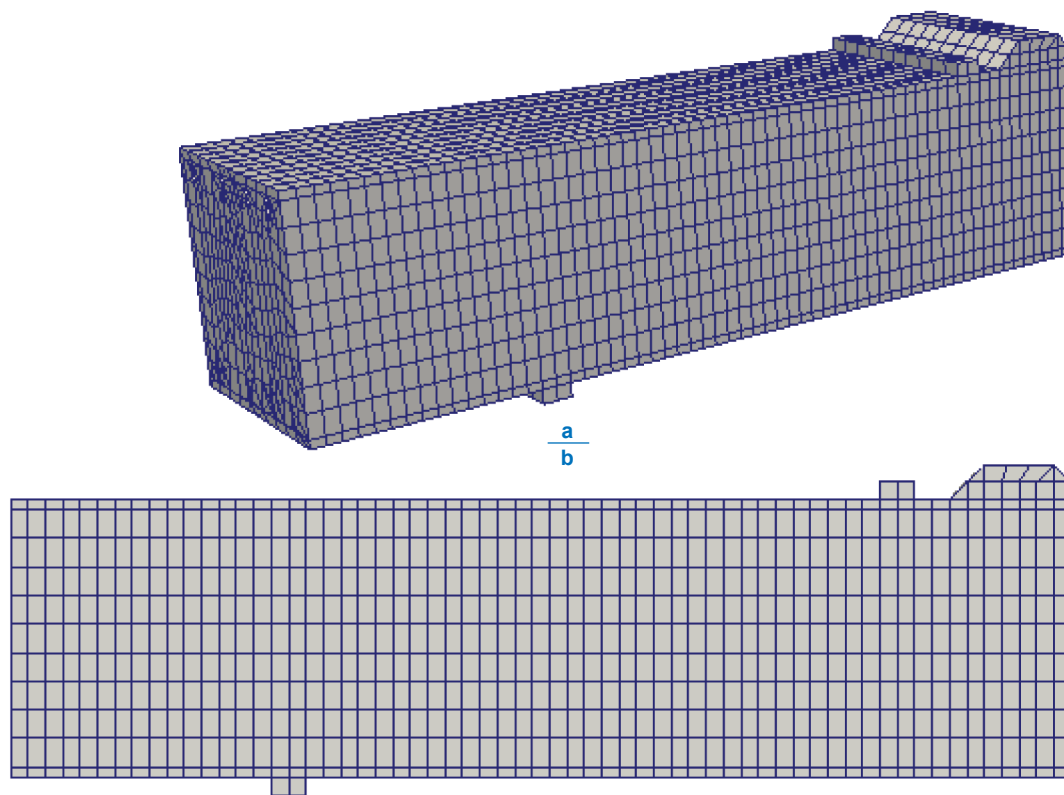


figure 12
Maillage 3D du béton –
vue globale (a)
et vue de côté (a).

4. RÉSULTATS DES SIMULATIONS NUMÉRIQUES

Comme il a été précisé précédemment, deux modélisations ont été réalisées, l'une en 2D et l'autre en 3D. Les résultats numériques de ces modélisations ont été comparés entre eux et également aux données expérimentales.

Cette analyse comparative a pour but de montrer les avantages et les inconvénients d'une modélisation 2D ou 3D, d'un point de vue global et local.

■ 4.1. Déplacements et déformations

Tout d'abord, l'intérêt s'est porté sur le comportement global force/déplacement de la poutre (**figure 6** et **tableau 2**). Dans le cas 2D, les déplacements suivant l'axe x ne peuvent pas être pris en considération ce qui implique l'impossibilité de traiter les déplacements du point P12. Pour des raisons de symétrie et l'intérêt que l'on porte à la partie centrale de la poutre, seuls les déplacements des points P7 et P9 sont observés.

Les déformations sont également examinées du point P1 au point P5 dans le béton et du point P14 au point P17 dans l'acier. Du fait que le traitement et l'analyse complète des données expérimentales ne seront disponibles qu'ultérieurement, tous les résultats numériques n'ont pu être comparés aux données expérimentales.

La **figure 13** présente les courbes force/déplacement obtenues numériquement et expérimentalement aux points P7 et P9. On constate que, dans un premier temps, la raideur initiale obtenue numériquement est plus faible que la valeur expérimentale et, dans un second temps, durant la phase de fissuration, une perte progressive de la raideur calculée du béton est observée alors qu'expérimentalement cette raideur tend à croître. Cela peut provenir des conditions aux limites ou d'un capteur peu fiable décollé par une fissure.

La comparaison des résultats obtenus à partir des modèles Ricrag et de Mazars montre que ces deux modèles de béton donnent des résultats très proches.

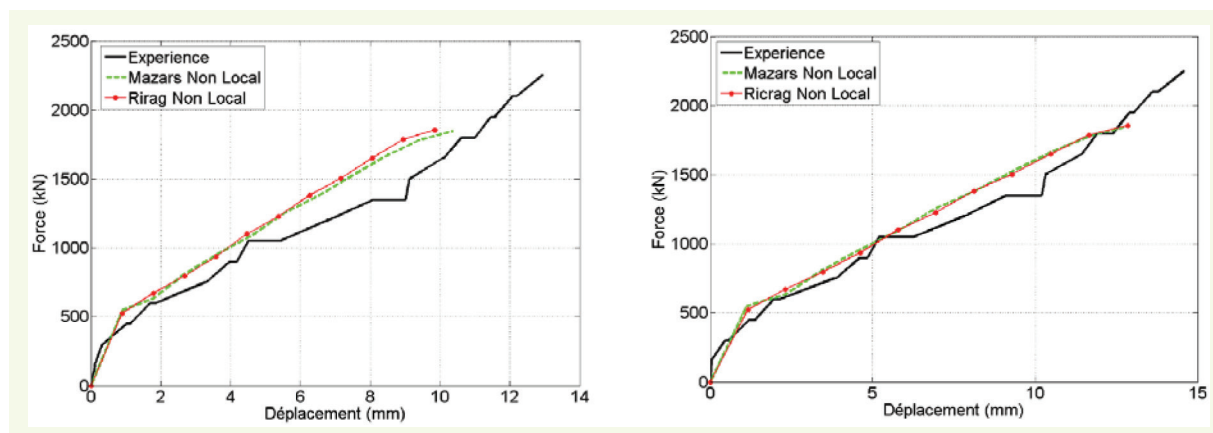


figure 13

*Courbe force/déplacement
aux points P7 (gauche)
et P9 (droite).*

Pour aller plus loin dans cette comparaison, une analyse des déformations du béton et de l'acier a été effectuée. Les **figures 14** et **15** regroupent les courbes force/déformation dans le béton et la **figure 16** donne les courbes force/déformation dans l'acier.

Globalement, les déformations des points P2 et P4 situés dans la zone de compression sont négatives, ce qui est cohérent avec la réalité (**figure 15**). De plus, l'ordre de grandeur n'est pas trop éloigné de celui de l'expérience, surtout pour le point P4. L'écart vient peut-être d'une fissure ayant perturbé les données obtenues au point P2.

figure 14

*Courbe force/déformation
du béton aux points
P1 (gauche) et P5 (droite).*

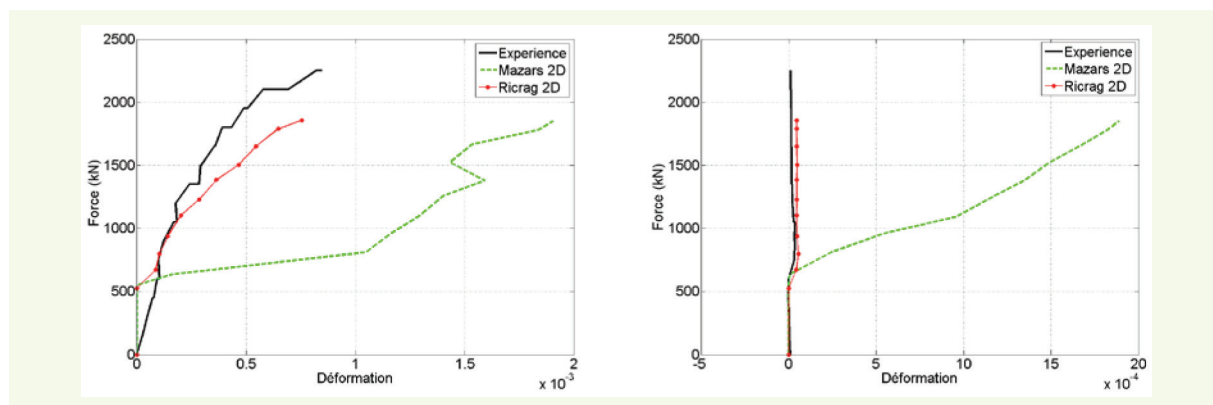
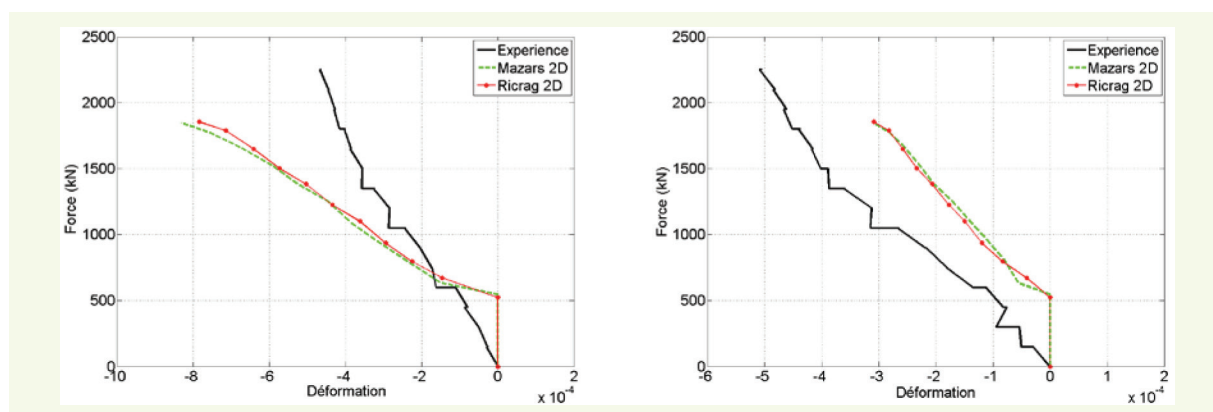


figure 15

*Courbe force/déformation
du béton aux points
P2 (gauche) et P4 (droite).*



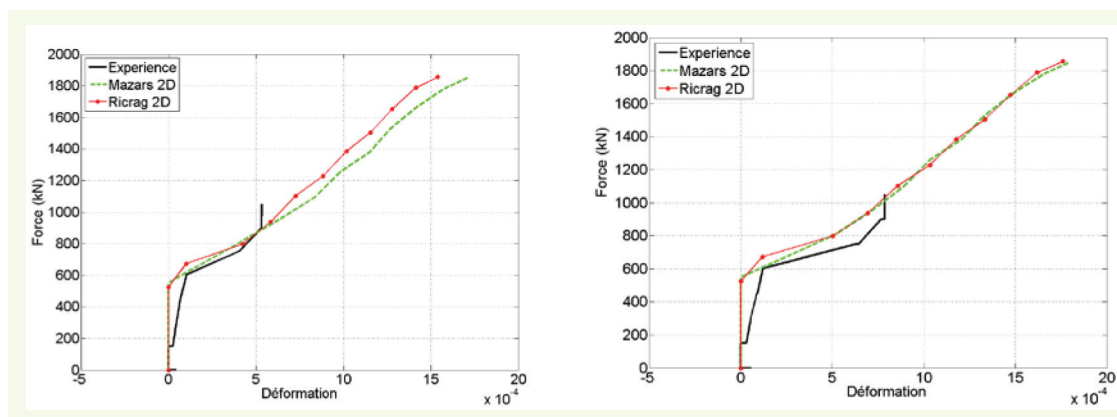


figure 16
 Courbe force/déformation
 de l'acier aux points
 P14 (gauche)
 et P16 (droite).

Dans la partie en compression, les deux modèles ont tendance à donner les mêmes déformations.

Dans la partie en traction, on constate que le modèle Ricrag donne des résultats plus proches de l'expérience (figure 14). La figure 14 montre bien que le point P5 se trouve en zone de traction et non en compression. Comme le point P5 est au-dessous de l'axe neutre de la poutre non fissurée ($z = 482 \text{ mm}$), cela met bien en évidence qu'une fois que la poutre est fissurée la cote z de son axe neutre croît ; ceci est tout à fait logique.

Quand on s'intéresse à l'acier, les résultats numériques sont quasi semblables aux données expérimentales. On voit apparaître, pour une force comprise entre 500 et 1000 kN, une déformation plus forte de l'acier, qui serait due à un transfert de forces provenant de la fissuration. Ce phénomène est constaté au plan numérique et dans l'expérience.

L'évolution des forces de réaction en fonction du déplacement calculé au point P7 est montrée sur la figure 17 et est comparée aux mesures. On note une cohérence satisfaisante entre les résultats numériques et les résultats expérimentaux.

■ 4.2. Endommagement

Les figures 18 à 21 montrent les cartographies d'endommagement de la poutre pour des valeurs de la flèche de 2 mm, 6 mm, 11 mm et 14 mm, qui correspondent respectivement à des forces voisines de 600 kN, 1 200 kN, 1 800 kN et 2 200 kN. Selon le modèle choisi, on observe que la cartographie

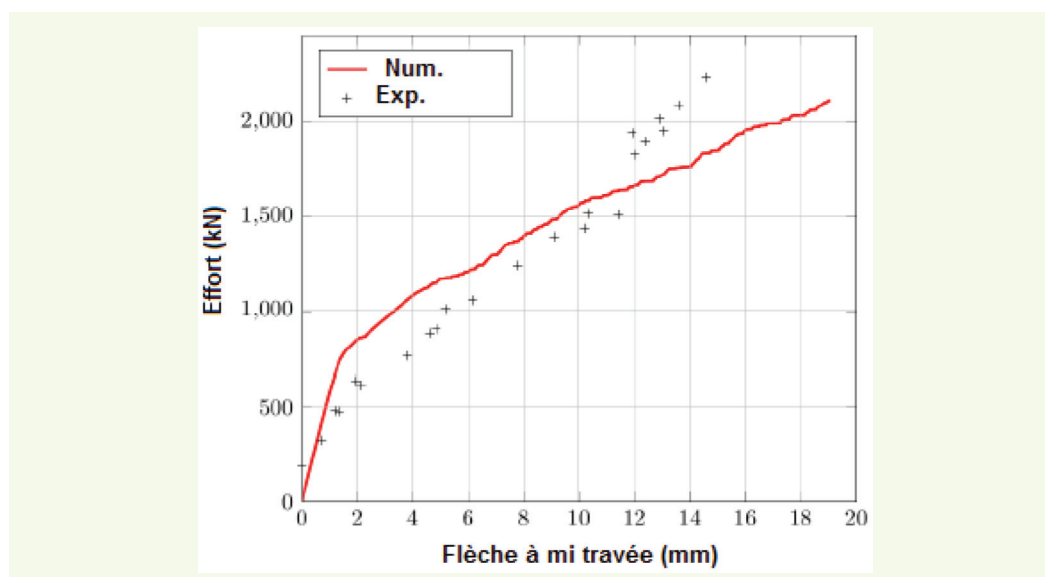


figure 17
 Comparaison numérique/
 expérimentale
 de l'évolution de l'effort de
 réaction en fonction
 du déplacement à mi-travée
 (point P7).

figure 18
 Cartographies
 d'endommagement 2D
 de la poutre (1600 mm)
 obtenues par les modèles
 de Mazars (haut) et Ricrag
 (bas) pour une flèche
 de 2 mm.

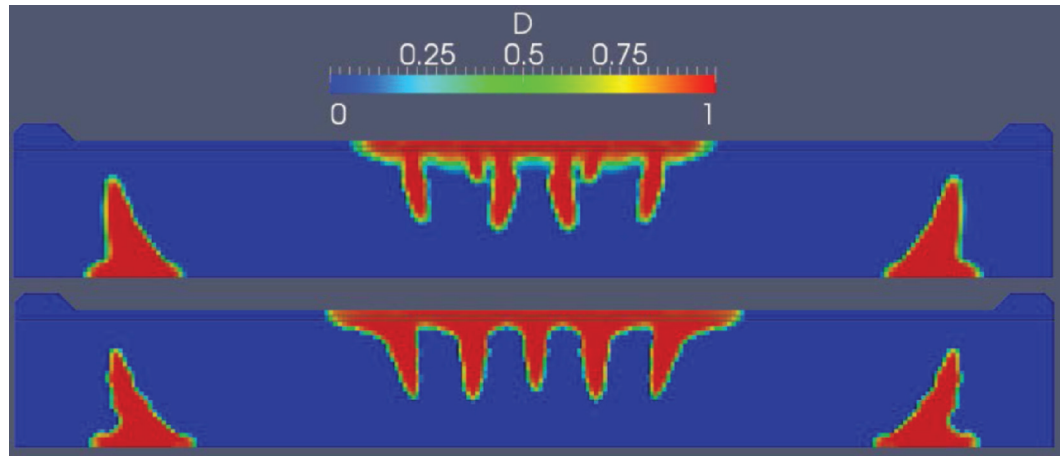


figure 19
 Cartographies
 d'endommagement 2D
 de la poutre (1 600 mm)
 obtenues par les modèles
 de Mazars (haut) et Ricrag
 (bas) pour une flèche
 de 6 mm.

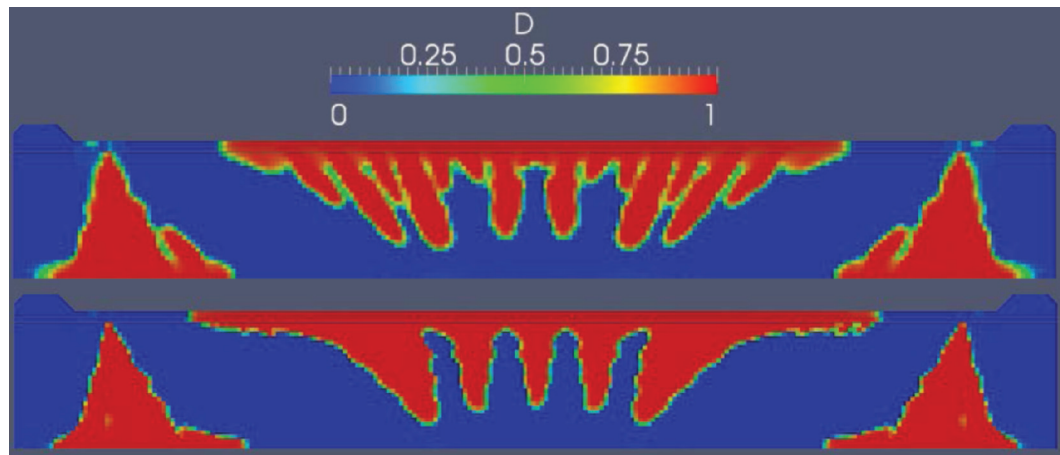


figure 20
 Cartographies
 d'endommagement 2D
 de la poutre (1 600 mm)
 obtenues par les modèles
 de Mazars (haut) et Ricrag
 (bas) pour une flèche
 de 11 mm.

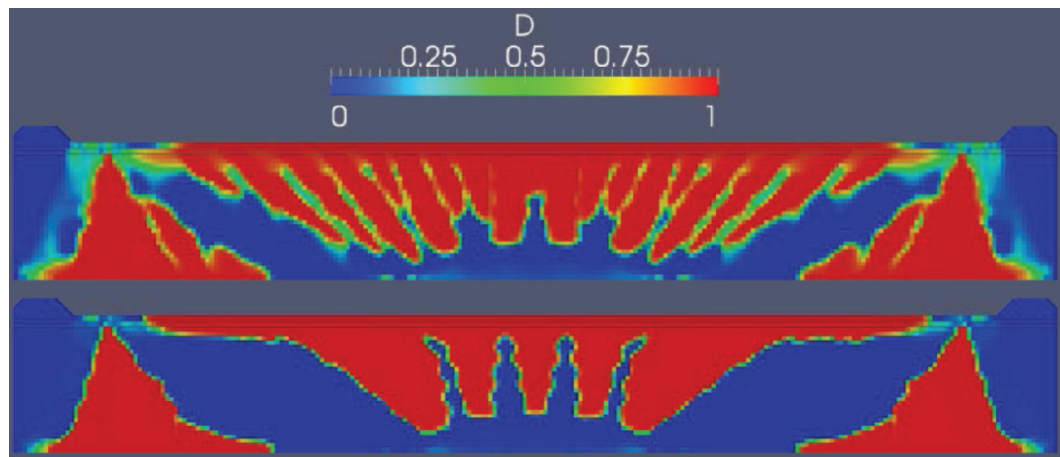
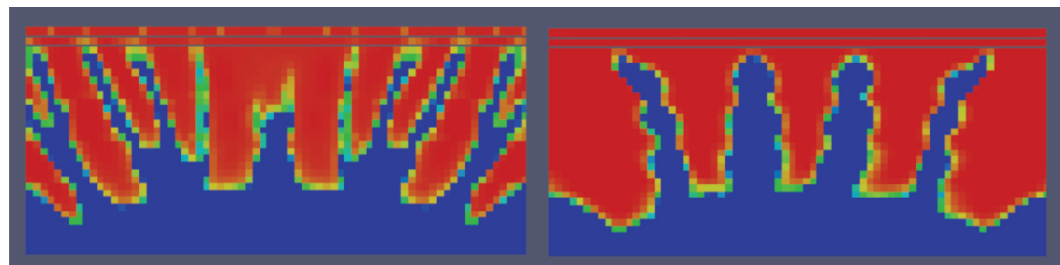


figure 21
 Cartographies
 d'endommagement 2D
 dans la partie centrale
 de la poutre (1 600 mm)
 obtenues par les modèles
 de Mazars (gauche)
 et Ricrag (droite)
 pour une flèche de 14 mm.



d'endommagement est très différente. En fin de chargement, les fissures semblent plus distinctes en utilisant le modèle Ricrag que le modèle de Mazars. Le cisaillement semble être plus important quand on utilise le modèle de Mazars.

La cartographie d'endommagement obtenue suite à l'analyse 3D de la poutre en béton armé est présentée sur la **figure 22**. Deux éléments essentiels doivent être notés. D'une part, du fait de la complexité du problème à résoudre et de sa taille importante (nombre important de degrés de liberté), un maillage plus fin n'a pu être utilisé. D'autre part, pour limiter l'influence de la discrétisation sur les résultats (endommagement et courbe de réaction), les calculs ont été réalisés en mode non local. Ces deux faits expliquent la nature diffuse de l'endommagement. Toutefois, en zone centrale, cinq fissures distinctes peuvent être discernées. Cette observation est cohérente avec les résultats obtenus par l'approche 2D. En particulier, on remarque le développement de fissures au voisinage des zones de contact avec le bâti de chargement. De plus, la propagation des fissures dans l'épaisseur ne semble pas être influencée de manière significative par la présence des armatures.

■ 4.3. Contraintes

Les **figures 23** et **24** représentent les contraintes dans les aciers longitudinaux supérieurs HA32. Le profil des contraintes permet d'obtenir des informations sur la fissuration de la poutre. En effet, lorsqu'une fissure apparaît et se propage, dans notre cas du haut vers le bas, on observe un accroissement des contraintes en droit de la fissure dans l'acier et une mise à zéro des contraintes dans le béton.

On remarque que les variations de contrainte dans le lit d'aciers HA32 le plus proche de la surface de la poutre sont un peu plus accentuées lors de l'utilisation du modèle de Mazars que du modèle

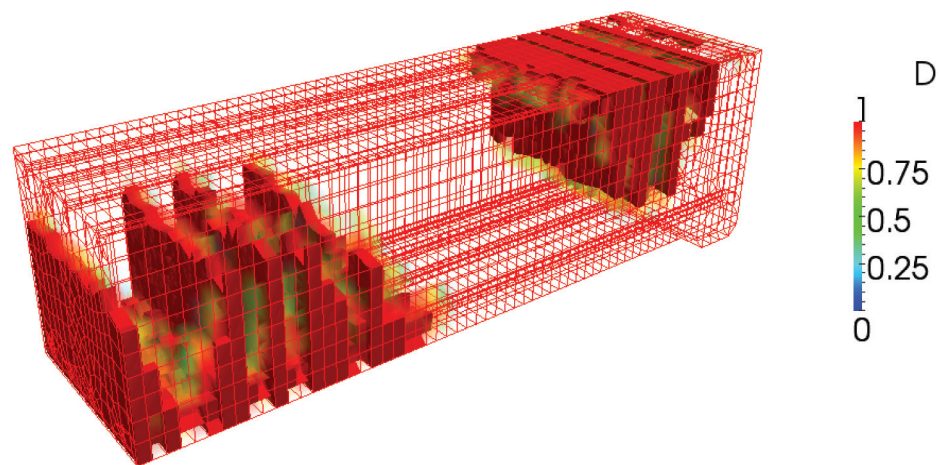


figure 22
Cartographie
d'endommagement
pour une flèche de 17 mm.

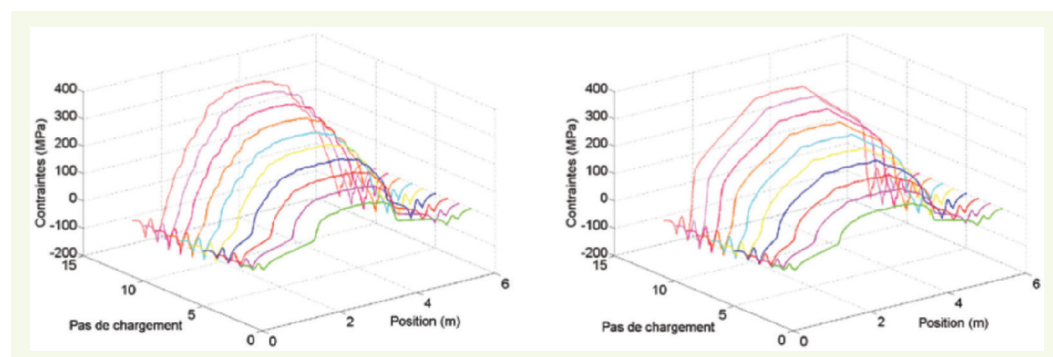


figure 23
Courbes de contraintes
dans l'acier supérieur
HA32 le plus proche
de la surface en fonction
de la position le long
de l'acier et du pas
de chargement
[Modèles de Mazars
(gauche)
et Ricrag (droite)].

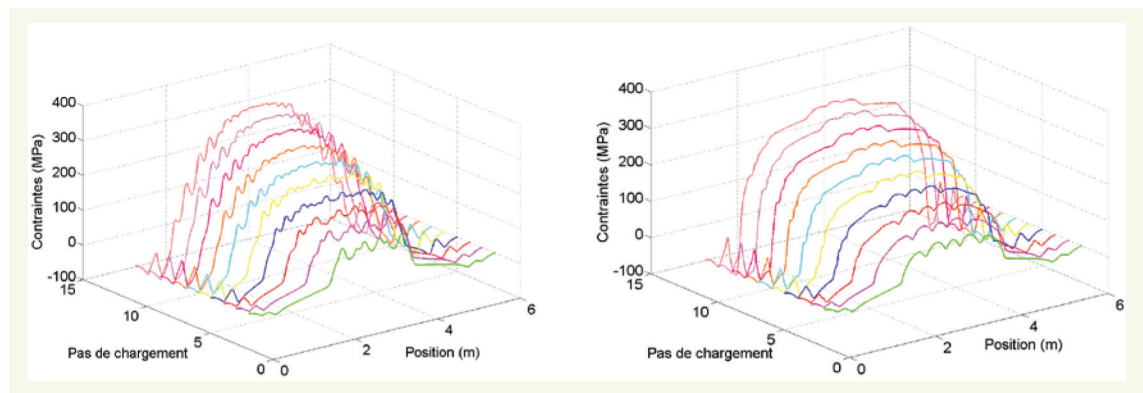


figure 24

Courbes de contraintes dans l'acier supérieur HA32 le plus éloigné de la surface en fonction de la position le long de l'acier et du pas de chargement [Modèles de Mazars (gauche) et Ricrag (droite)].

Ricrag, surtout entre l'appui de chargement et la barre de fixation. En se concentrant sur la partie centrale située entre les deux appuis de chargement (zone de moment constant), les fluctuations de contraintes sont très légères. Ceci impliquerait que le béton est multifissuré et que c'est l'acier qui reprend tous les efforts.

N'ayant pas de résultat suffisamment concluant sur ce lit d'aciers, les contraintes dans l'autre lit d'aciers HA32, plus éloigné de la surface de la poutre, ont été analysées. Ce que l'on observait sur la **figure 23** est confirmé et amplifié sur la **figure 24**. En d'autres termes, avec le modèle de Mazars, les variations de contraintes dans l'acier sont plus importantes, surtout dans les parties hors zone centrale.

De plus, dans cette partie centrale, avec le modèle Ricrag, on observe 5 pics de contraintes en début de chargement (à 2 mm de flèche), ce qui implique que l'on est en présence de 5 fissures principales. On constate que cette observation corrobore la cartographie d'endommagement de la **figure 18**. En fin de chargement (à une flèche de 11 mm) seuls 3 pics de contraintes sont observés, ce qui impliquerait 3 fissures principales alors que l'on a toujours les 5 fissures apparaissant sur la **figure 20**. En utilisant le modèle de Mazars, on observe 6 pics de contrainte en début de chargement (flèche de 2 mm) en cohérence avec la **figure 18**. En fin de chargement (flèche de 11 mm), le nombre de fissures est bien plus élevé. Ceci est confirmé par les **figures 20** et **21**.

Cette analyse nous permet de situer les fissures principales et secondaires, mais ne nous permet pas d'obtenir des informations sur leur ouverture quels que soient le modèle de béton et la technique de régularisation utilisés.

■ 4.4. Fissuration

Expérimentalement, pour $z = 102$ mm, il a été observé une ouverture de fissures minimale de 164 μ m, maximale de 598 μ m et moyenne de 346 μ m pour une force de 1 800 kN. Pour une force de 2 200 kN, la valeur minimale vaut 83 μ m, la valeur maximale 689 μ m et la valeur moyenne 404 μ m. Pour les espacements de fissures, pour une force de 1 800 kN, l'espacement minimal mesuré est de 101 mm, l'espacement maximal de 475 mm et l'espacement moyen de 205 mm. Pour une force de 2200 kN, un espacement minimal de 77 mm, un espacement maximal de 326 mm et un espacement moyen de 162 mm ont été constatés.

D'après les données expérimentales traitées par corrélation d'images numériques, l'ouverture moyenne de fissures a tendance à croître lorsque l'on augmente le chargement tandis que leur espacement tend vers une valeur asymptotique. En d'autres termes, l'espacement des fissures se stabilise à partir d'une certaine valeur du chargement. Numériquement, on s'aperçoit d'un fort accroissement de l'allongement entre 550 kN et 650 kN quand on utilise le modèle de Mazars, alors que pour le modèle Ricrag, sur le même intervalle, l'allongement semble constant. Cela est certainement dû à une ou plusieurs ouvertures de fissures durant ce laps de temps.

Comme on utilise des modèles continus, les discontinuités dues aux fissures ne peuvent être prises en compte directement, ni, par conséquent, les ouvertures de fissures. Il est donc nécessaire d'effectuer un post-traitement pour obtenir ces ouvertures de fissures.

Une des approches pour obtenir l'ouverture moyenne de fissure est de diviser l'allongement par le nombre de fissures observées. Toutefois, cette approche surestime l'ouverture moyenne car l'allongement tient compte des déformations élastiques (réversibles) et, selon le modèle de béton, la cartographie d'endommagement ne permet pas de déceler les fissures secondaires. Nous allons tout de même utiliser cette approche afin de comparer les résultats numériques aux données expérimentales.

L'évolution de l'allongement de la partie centrale de la poutre à différentes hauteurs de la poutre $z = 82$ mm, $z = 102$ mm, $z = 182$ mm et $z = 482$ mm en fonction du chargement est montrée sur les figures 25 et 26. D'après les cartographies d'endommagement (figure 21), nous déduisons que le nombre de fissures est de 8 à 9 en utilisant le modèle de Mazars et de 5 en utilisant le modèle Ricrag. On obtient ainsi les ouvertures moyennes de fissure (figures 27 et 28).

On constate que les allongements sont quasiment les mêmes quel que soit le modèle utilisé, excepté entre 550 et 650 kN. Par contre, pour $z = 102$ mm, en termes d'ouverture de fissure, le modèle de Mazars donne une valeur moyenne d'un peu moins de 600 mm alors que le modèle Ricrag donne une valeur moyenne d'un peu plus de 1000 mm. Expérimentalement, l'ouverture moyenne est de 346 mm. On voit que l'ouverture moyenne numérique est surestimée par rapport à la valeur expérimentale.

figure 25
Allongement de la partie centrale de la poutre (1600 mm) en fonction du chargement, $z = 82$ mm (gauche) et $y = 102$ mm (droite).

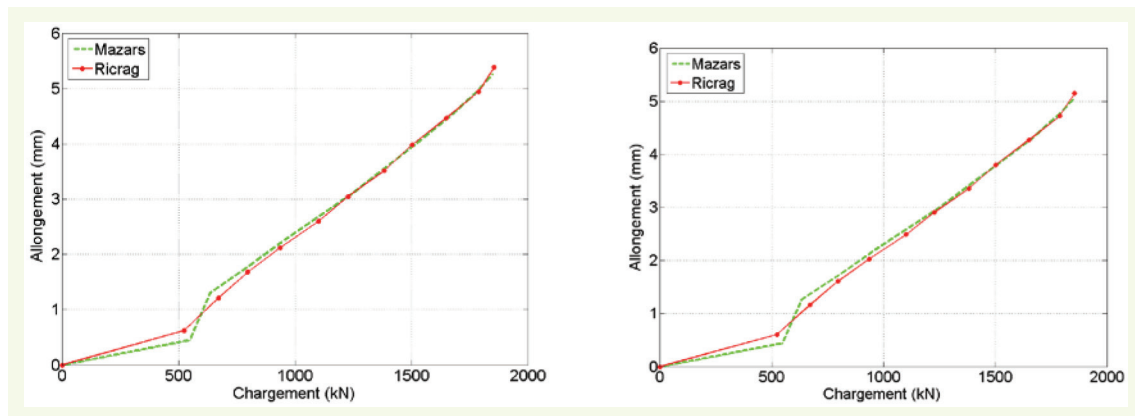
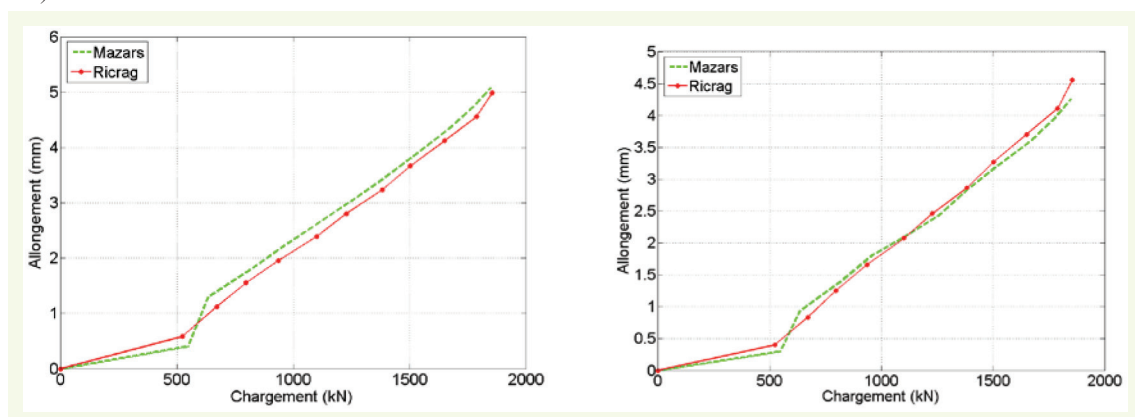


figure 26
Allongement de la partie centrale de la poutre (1600 mm) en fonction du chargement, $z = 182$ mm (gauche) et $z = 482$ mm (droite).



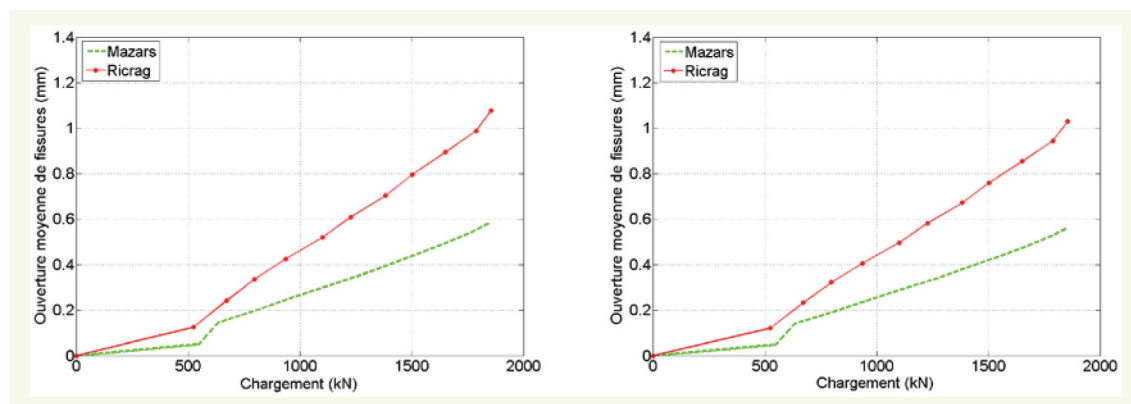


figure 27
*Ouverture moyenne
 de la partie centrale
 de la poutre (1600 mm)
 en fonction du chargement,
 $z = 82$ mm (gauche)
 et $z = 102$ mm (droite).*

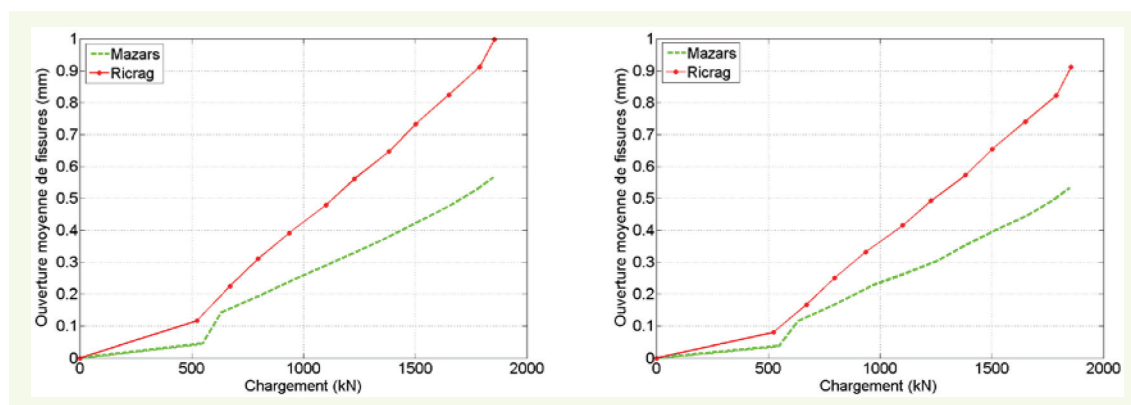
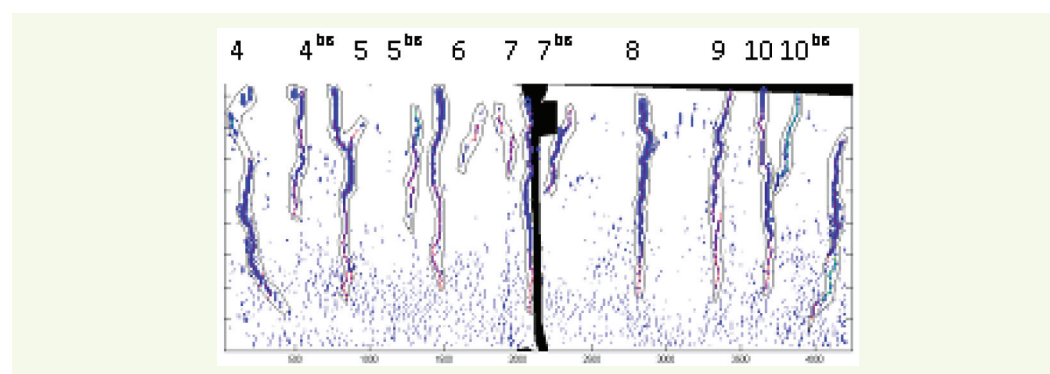


figure 28
*Ouverture moyenne
 de la partie centrale
 de la poutre (1600 mm)
 en fonction du chargement,
 $z = 182$ mm (gauche)
 et $z = 482$ mm (droite).*

figure 29
*Faciès de fissuration
 dans la partie centrale
 de la poutre (1800 mm)
 pour un chargement
 de 2 500 kN,
 Corrélation d'images
 numériques (DIC).*



5. DISCUSSION

Dans cette section de l'article, on s'intéresse au règlement et plus particulièrement à celui de l'Eurocode 2. L'intérêt est d'observer les ouvertures et espacements de fissures selon l'évolution des contraintes dans les aciers et ensuite de comparer les résultats obtenus par les formules de l'Eurocode à ceux issus des simulations numériques.

L'Eurocode 2 s'intéresse à la durabilité de structures en béton, ce qui met en évidence la performance de ces dernières pour une durée d'utilisation donnée. Cette durabilité est liée à divers paramètres entrant en jeu lors de la durée d'utilisation (durée de vie) de la structure tels que les

conditions d'environnement, l'enrobage, la qualité du béton, le type d'armature, etc. Une des conséquences visibles, à terme, associée à la durabilité des structures en béton est la fissuration. Une bonne maîtrise de la fissuration conduit à une durabilité mieux maîtrisée.

Selon l'Eurocode 2 (AFNOR, 2005a,b), la maîtrise de la fissuration définit une valeur limite de l'ouverture calculée des fissures, w_{\max} en considérant la classe d'exposition et la nature de la structure considérée (béton armé, béton précontraint, ...).

Plusieurs approches existent dans l'Eurocode 2 pour la maîtrise de la fissuration. En se référant aux parties 1-1, 2 et leur annexe respective, trois méthodes apparaissent, dont deux méthodes simplifiées et une méthode de calcul direct. La première méthode, dite méthode simplifiée, issue de la partie 1-1, est une approche sans calcul se basant sur des tableaux mettant en évidence l'ouverture w_k , en fonction de la contrainte dans les aciers et le diamètre ou l'espacement maximal des armatures sous certaines hypothèses bien précises. La deuxième méthode, également dite méthode simplifiée, est issue de l'annexe nationale de la partie 2. Contrairement à la précédente, l'ouverture de fissure n'est pas demandée et seules des conditions sur l'espacement des armatures et leur contrainte sont requises. La troisième méthode, dite méthode de calcul direct de l'ouverture de fissure w_k , se base comme son nom l'indique sur un calcul faisant intervenir l'espacement maximal entre fissures $S_{r,\max}$ et les déformations moyennes de l'acier et du béton respectivement ε_{sm} et ε_{cm} . La formule utilisée pour ce calcul est $w_k = S_{r,\max} (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$. Par ailleurs, le champ d'application de la méthode directe est bien moins limité que celui de la méthode simplifiée car cette dernière repose essentiellement sur des hypothèses restrictives telles que la géométrie de la structure, son enrobage, etc. C'est la raison pour laquelle, dans la suite, nous avons retenu la méthode de calcul direct.

Selon l'Eurocode 2, la formule utilisée pour le calcul d'ouverture de fissure est :

$$w_k = S_{r,\max} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad (1)$$

où

$$S_{r,\max} = \begin{cases} k_3 \cdot c + \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot k_4 \cdot \varphi}{\rho_{p,eff}} & \text{si espacement} \leq 5(c + \varphi/2) \\ 1,3(h - x) & \text{si espacement} > 5(c + \varphi/2) \end{cases} \quad (2)$$

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \cdot \rho_{p,eff})}{E_s} \geq 0,6 \left(\frac{\sigma_s}{E_s} \right) \quad (3)$$

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_s}{A_{c,eff}} \quad (4)$$

avec les notations suivantes :

$f_{ct,eff}$ est la résistance moyenne en traction du béton au moment où les premières fissures sont supposées apparaître,

A_s est l'aire des aciers tendus,

c est l'enrobage des armatures longitudinales,

φ est le diamètre des armatures longitudinales,

$\alpha_e = E_s / E_{cm}$ est le coefficient d'équivalence, rapport des modules de l'acier E_s et du béton E_{cm} ,

σ_s est la contrainte dans l'acier,

$P_{p,eff}$ est le pourcentage d'armatures dans $A_{c,eff}$, qui est la section effective de béton autour des armatures tendues,

k_t est un facteur dépendant de la durée de la charge,

k_1 est un coefficient qui tient compte des propriétés d'adhérence des armatures adhérentes,

k_2 est un coefficient qui tient compte de la distribution des déformations,

k_3 et k_4 sont des coefficients donnés par l'annexe nationale du pays concerné (dans notre cas, la France).

Pour ne pas allonger cet article, nous ne présentons que le résultat (**tableau 4**). La démarche est détaillée dans les références (Calgaro et Cortade, 2008 ; AFNOR, 2005a,b et SETRA, 2008).

Par ailleurs, avec le modèle de Mazars l'espacement moyen de fissures est d'environ 180 mm alors qu'avec le modèle Ricrag il vaut environ 200 mm (résultat avec 8 fissures). En comparant les espacements de fissures obtenus numériquement et la valeur maximale obtenue par l'Eurocode 2, on constate que les modèles de Mazars et Ricrag donnent un résultat inférieur à $S_{r,max}$, ce qui est convenable.

Pour ce qui concerne l'ouverture des fissures, en utilisant le modèle de Mazars, les contraintes dans les aciers supérieurs valent environ 400 MPa alors que l'utilisation du modèle Ricrag donne une contrainte de l'ordre de 375 MPa. Les ouvertures de fissures issues de l'Eurocode 2, sont comprises entre 302 et 358 μm . Ces dernières sont beaucoup plus petites que les valeurs obtenues numériquement.

La comparaison des valeurs obtenues numériquement, expérimentalement et par l'Eurocode 2, soulève quelques interrogations. Tout d'abord, les valeurs expérimentales et issues de l'Eurocode 2 ne sont pas très éloignées. Par contre, les résultats numériques sont convenables en termes d'espacement mais pas en termes d'ouverture. Cela vient probablement du post-traitement utilisé pour obtenir les ouvertures.

6. CONCLUSION

Une analyse par éléments finis a été effectuée sur une poutre en flexion à partir d'un essai réalisé dans le cadre du projet national CEOS.fr. Cet essai avait pour but de quantifier la durabilité et plus particulièrement l'état de fissuration (espacement, ouverture de fissure) d'une structure spéciale en béton armé soumise à un chargement mécanique. Notre étude numérique s'est concentrée sur l'influence de la modélisation utilisée, contraintes planes (2D) ou tridimensionnelle (3D), et sur les résultats qualitatifs et quantitatifs en termes de comportement global et local (état de fissuration, etc.).

σ_s	$S_{r,max}$	$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}$	w_k
150 MPa	226,5 mm	$4,5 \cdot 10^{-4}$	102 μm
200 MPa	226,5 mm	$6,0 \cdot 10^{-4}$	136 μm
250 MPa	226,5 mm	$8,3 \cdot 10^{-4}$	188 μm
300 MPa	226,5 mm	$10,8 \cdot 10^{-4}$	245 μm
350 MPa	226,5 mm	$13,3 \cdot 10^{-4}$	302 μm
400 MPa	226,5 mm	$15,8 \cdot 10^{-4}$	358 μm
450 MPa	226,5 mm	$18,3 \cdot 10^{-4}$	415 μm

tableau 4
Ouverture de fissures
et espacement maximal
entre fissures
selon l'Eurocode 2
et l'annexe nationale
française ($c = 30 \text{ mm}$).

Les cartographies d'endommagement obtenues mettent en évidence les différences qualitatives selon le modèle de béton et le type de modélisation considérés. Les différences quantitatives sont moins marquées sur les courbes force/déplacement et plus marquées sur les courbes force/déformation.

L'étude a montré que les résultats numériques en termes d'état de fissuration (espacement et ouverture de fissure) dépendent beaucoup du modèle utilisé et du type de modélisation, même si les résultats numériques globaux sont en adéquation avec les données expérimentales.

Plusieurs voies d'amélioration sont possibles : l'amélioration de la technique de régularisation en utilisant les travaux de Girý et al. (2011), l'amélioration du post-traitement de l'ouverture des fissures (Matallah et al., 2010) et le couplage éléments finis/éléments discrets (Richard et al., 2012). Leur inconvénient commun est le coût du calcul, qui devient de plus en plus long avec les dimensions de la structure étudiée.

Pour répondre aux besoins de l'ingénierie, les modèles continus ne sont donc pas opérationnels actuellement mais nous pensons que les pistes d'amélioration citées permettront d'obtenir des résultats satisfaisants dans l'avenir.

7. REMERCIEMENTS

Les recherches et les résultats rapportés dans cet article ont bénéficié de l'aide apportée par le projet national CEOS.fr.

8. RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ADÉLAÏDE L., ROSPARS C., RUOCCI G. (2013). *Numerical modelling of large reinforced concrete specimens based on experimental tests from benchmark Concrack*. FraMCoS-8, VIII International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures, Espagne.
- AFNOR (2005a). Eurocode 2, *Calcul de structure en béton*, Partie 1-1 : Règles générales et règles pour les bâtiments.
- AFNOR (2005b). Eurocode 2 - *Calcul de structure en béton*. Partie 2 : Ponts en béton – Calcul et dispositions constructives.
- CALGARO J.-A., CORTADE J. (2008). Applications de l'Eurocode 2, Calcul des bâtiments en béton, 2ème édition, Presse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- CEOS.FR (2009-2013). Projet national, Comportement et Évaluation des Ouvrages Spéciaux, Fissuration - Retrait, www.ceosfr.org.
- GIRY C., DUFOR F., MAZARS J. (2011). Modified nonlocal damage model based on stress state influence. *International Journal of Solids and Structures* 48:3431-3443.
- MATALLAH M., LA BORDERIE C., MAUREL O. (2010). A practical method to estimate crack openings in concrete. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. Vol. 34, N°15: pp. 1615-1633.
- MAZARS J. (1984). *Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire du béton de structure*, Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan.
- SETRA (2008). Guide méthodologique, Eurocode 2, Application aux ponts- routes en béton.
- PIJAUDIER-CABOT G., BAZANT Z.P. (1987). Non-local damage theory. *Journal of Engineering Mechanics ASCE*. Vol. 113, pp. 1512-1533.
- RICHARD B., RAGUENEAU F., CREMONA C., ADÉLAÏDE L. (2010). *Isotropic continuum damage mechanics for concrete under cyclic loading: stiffness recovery, inelastic strains and frictional sliding*. *Engineering Fracture Mechanics*. Vol. 77(8), pp. 1203-1223.
- RICHARD B., QUIERTANT M., BOUTELLER V., DELAPLACE A., ADÉLAÏDE L., RAGUENEAU F., TAILHAN J.-L., CREMONA C. (2012). Influence of accelerated corrosion on the reinforced cover concrete cracking behavior: experimental and numerical study, *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 16:3-4, 450-459.