

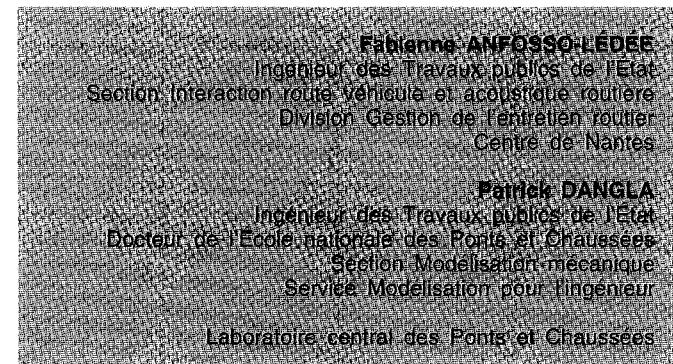
# Modélisation numérique du fonctionnement des écrans antibruit routiers dans leur environnement



## RÉSUMÉ

La protection des riverains contre le bruit routier est une préoccupation d'environnement très actuelle. Cet article présente les bases d'un modèle de prévision du fonctionnement de dispositifs de protection de type écran antibruit. Les paramètres du problème étant multiples, le modèle retenu est un modèle numérique bidimensionnel par équations intégrales et éléments de frontière (BEM). La méthode a été implémentée dans le code CESAR-LCPC, profitant ainsi des possibilités des pré- et post-processeurs. Des comparaisons avec des résultats expérimentaux ou issus de la littérature internationale ont permis de valider la méthode ainsi développée, sur des configurations simples. Le modèle numérique offre l'avantage de permettre l'étude de configurations beaucoup plus complexes et réalistes que les modèles analytiques, notamment en ce qui concerne la forme architecturée des écrans antibruit, la répartition des absorbants sur leur surface et l'interaction avec l'environnement proche, s'agissant d'un terrain plat ou accidenté, engazonné, bitumineux fermé ou poreux...

**MOTS CLÉS :** 10 - Écran antibruit - Modèle numérique - Prévision - Protection - Environnement - Forme - Conception - Équation intégrale - Élément frontière - CESAR.



## Introduction

Le bruit généré par les infrastructures routières est une préoccupation grandissante des pouvoirs publics, et la recherche de solutions techniques permettant de préserver l'environnement sonore ou d'améliorer le confort des riverains est largement encouragée. Parmi ces techniques de lutte contre le bruit routier, les plus prometteuses actuellement sont l'action sur la nature du revêtement routier, afin de réduire l'émission sonore du roulement des véhicules, et l'interposition d'obstacles entre la route et les bâtiments avoisinants, dont les plus courants sont les écrans antibruit et les buttes de terre. La compréhension fine de leur fonctionnement est capitale, d'une part, pour optimiser leur dimensionnement et, d'autre part, pour connaître l'influence de leur forme, de la répartition des absorbants, de leur emploi combiné avec d'autres moyens de protection sonore tels que les chaussées absorbantes par exemple. L'efficacité acoustique de ces dispositifs de protection a été longtemps abordée de manière empirique, mais est actuellement largement étudiée à l'aide de méthodes géométriques (construction de rayons sonores) par analogie avec les lois de l'optique géométrique. En tout état de cause, ces méthodes reposent sur des hypothèses de configurations relativement simples et restreintes : dans la majeure partie des cas, l'écran est supposé droit, mince, vertical et homogène, il doit reposer sur un sol parfaitement plan et réfléchissant. Or, bien souvent, les configurations environnantes sont très complexes et, par souci d'esthétique, les écrans implantés dans la pratique présentent des formes architecturées et sont constitués de matériaux variés, sans qu'il soit possible d'en prévoir l'incidence sur le comportement acoustique.

Notre travail a porté sur la modélisation des phénomènes de diffraction du son par les obstacles dans un contexte très général, englobant notamment les particularités de forme, de matériaux, d'hétérogénéités de matériaux et d'interaction avec l'environnement immédiat. Seules les méthodes numériques sont susceptibles d'intégrer tous ces paramètres. Dans un environnement non limité spatialement, les méthodes d'éléments finis sont trop coûteuses et conduiraient à des systèmes trop gros pour les capacités actuelles de machine. En revanche, les méthodes d'équations intégrales (BEM), pour lesquelles la résolution s'effectue uniquement sur les surfaces limites, sont beaucoup plus efficaces.

L'objet de cet article est de présenter les bases de la méthode BEM utilisée pour résoudre un tel problème d'acoustique environnementale, et de présenter quelques exemples de résultats et de validations. Le code de calcul que nous avons choisi comme support de la méthode est CESAR-LCPC, en raison des commodités offertes par les pré- et post-processeurs MAX et PEGGY, et en raison des bases communes existant entre les résolutions numériques d'éléments finis et d'« équations intégrales ». Cette étude s'inscrit dans le cadre d'une thèse de l'université de Strasbourg. (Université Louis Pasteur et IUT de Génie civil) réalisée en partie au LRPC de Strasbourg et au LCPC.

## Définition du problème

### Équation des ondes acoustiques en champ libre

Le son est une perturbation de la pression atmosphérique qui se propage dans l'air. Cette propagation s'étudie en observant le mouvement d'un élément de volume de milieu continu déformable. Les lois de conservation de la masse et de la quantité de mouvement, d'une part, les lois de comportement du milieu, d'autre part, permettent d'établir l'équation des ondes acoustiques dans un milieu continu. Cette équation est couramment établie pour des ondes sonores se propageant dans l'air sous les hypothèses suivantes :

- le milieu est un fluide parfait (pas de cisaillement, absence de viscosité),
- le milieu est homogène et isotrope,
- les variations de pression sont petites par rapport aux valeurs d'équilibre : c'est l'hypothèse de l'acoustique dite « linéaire ».

L'équation qui régit la pression acoustique au point M à l'instant t peut alors s'écrire :

$$\Delta p(M, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(M, t)}{\partial t^2} = S \quad (1)$$

où S est un terme représentant la source sonore,

$$c = \sqrt{\frac{dp}{dt}} \text{ est la célérité des ondes.}$$

Lorsque, de plus, on suppose une dépendance temporelle de type harmonique :  $p(M, t) = Re[p(M) \exp(-i\omega t)]$  où  $\omega$  est la pulsation de l'onde et  $i = \sqrt{-1}$ , on obtient l'équation des ondes, ou équation de Helmholtz :

$$\Delta p(M) + k_0^2 p(M) = S \quad (2)$$

$$k_0 \text{ est le nombre d'onde défini par : } k_0 = \frac{\omega}{c}.$$

Pour l'air supposé satisfaire les hypothèses ci-dessus, dans les conditions normales de pression atmosphérique,  $c = 340 \text{ m/s à } 20^\circ\text{C}$ .

La connaissance de la pression acoustique, grandeur scalaire exprimée par une amplitude et une phase, ne suffit pas, à elle seule, à décrire complètement l'état acoustique au point M dans le milieu. La vitesse des particules d'air  $\bar{v}$  est la deuxième inconnue du problème. C'est une grandeur vectorielle qui est liée à la pression acoustique par la relation :

$$\overline{\text{grad}} p(M, t) + \rho_0 \frac{\partial \bar{v}(M, t)}{\partial t} = \bar{0} \quad (3)$$

où  $\rho_0$  est la masse volumique de l'air.

## Les sources de bruit

Naturellement, il n'existe pas de propagation d'onde sonore sans source émettrice. La modélisation d'une source de bruit s'effectue à partir de sources élémentaires, générant chacune des ondes de forme particulière. Si l'on exclut les sources générant des ondes « planes », que l'on ne rencontre pas en acoustique extérieure (c'est le type d'onde se propageant à l'intérieur d'un conduit, par exemple), deux grands types de sources existent : les sources ponctuelles et les sources linéaires.

### Les sources ponctuelles

Le modèle consiste en une petite sphère pulsante qui répartirait son énergie sonore de façon isotrope dans l'espace. Les ondes générées sont dites sphériques. Ce sont les ondes sonores les plus courantes. Une onde sphérique satisfaisant l'équation de propagation (2) donne une pression acoustique en champ libre en un point M situé à une distance  $r$  de la source ponctuelle sous la forme (A est un terme d'amplitude sur lequel on reviendra ultérieurement) :

$$p(M) = A \frac{\exp(i k_0 r)}{4\pi r} \quad (4)$$

## Les sources linéaires

Elles se modélisent par une ligne source (ou un cylindre) infiniment longue, pulsant uniformément et répartissant son énergie sonore de façon équiprobable dans le plan perpendiculaire à son axe, c'est-à-dire sur des cylindres. Les ondes générées sont alors dites cylindriques. Dans la réalité, un train et même un trafic routier génèrent des ondes proches des ondes cylindriques. Dans la présente étude, c'est donc cette représentation de ligne source que nous avons retenue pour modéliser le trafic routier en tant que source sonore. La solution propagative générée par une source linéaire en champ libre s'écrit :

$$p(M) = A \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k_0 r) \quad (5)$$

où  $H_0^{(1)}$  est la fonction de Hankel de 1<sup>re</sup> espèce et d'ordre 0, encore appelée fonction de Bessel de 3<sup>me</sup> espèce.

On vient de voir que la géométrie de la source sonore pouvait conditionner le type d'ondes émises, leur forme, leur façon de se propager. Mais une source sonore est également caractérisée par la puissance de son émission. On définit la puissance acoustique moyenne émise par la source par :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T \int_S \operatorname{Re} [p \exp(-i\omega t) \operatorname{Re} [\bar{v} \exp(-i\omega t) \bar{n} dS dt] = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left( \int_S p \bar{v} * \bar{n} dS \right) \quad (6)$$

Dans cette expression  $S$  est une surface fermée quelconque entourant la source et  $\bar{n}$  est la normale extérieure à cette surface. De plus,  $T$  est la période et  $\operatorname{Re}$  désigne la partie réelle.

On peut alors montrer que, pour une source ponctuelle, le terme d'amplitude de la pression  $A$  exprimé ci-dessus est relié à la puissance acoustique de la source par :

$$A = \sqrt{8 \pi \rho_0 c_0 P} \quad (7)$$

Pour une ligne source, le terme d'amplitude  $A$  est relié à la puissance acoustique par unité de longueur  $P$  par une relation dépendant de la fréquence :

$$A = 4 \sqrt{\pi \rho_0 f P} \quad (8)$$

## Conditions aux limites et conditions de radiation

### Condition à l'infini : condition de Sommerfeld

Cette condition exprime qu'à l'infini, la pression acoustique s'annule et que l'onde sonore est uniquement divergente. Cette condition s'écrit :

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left[ r^\epsilon \left( \frac{\partial p(r)}{\partial r} - i k_0 p(r) \right) \right] = 0 \quad (9)$$

avec  $\epsilon = 1$  en 3-D,  $\epsilon = 1/2$  en 2-D

### Condition de réflexion parfaite

Les conditions aux limites les plus simples imposent soit la pression acoustique, soit la vitesse normale de l'air aux parois. Il est cependant rare, en acoustique, qu'une condition aux limites impose la valeur de l'une ou l'autre de ces grandeurs. Le seul cas « sympathique » correspond à une réflexion parfaite du son sur la surface considérée, c'est-à-dire que l'énergie sonore de l'onde rencontrant la surface est entièrement réfléchie. Alors, la composante normale à la surface de la vitesse des particules d'air excitée s'annule, d'où la condition aux limites :

$$v_n = 0 \quad (10)$$

Notons que, d'après l'équation (3), la vitesse normale  $v_n$  et le gradient de pression acoustique selon la normale sont liés par (pour une onde harmonique) :

$$\frac{\partial p}{\partial n} - i k_0 \rho_0 c_0 v_n = 0 \quad (11)$$

La condition de réflexion parfaite peut donc également s'exprimer par :

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad (12)$$

### Condition générale de réflexion partielle sur une surface quelconque

Dans le cas plus général, lorsqu'un son se propage au-dessus d'une surface, seule une partie de son énergie est réfléchie, le reste étant absorbé par la surface. Le pouvoir d'absorption de la surface limite est traduit par l'impédance acoustique normale de surface, définie en un point de la surface comme le rapport de la pression sur la vitesse particulière selon la norme à cette surface :

$$Z_n = \frac{p}{v_n} \quad (13)$$

Ainsi, la condition aux limites ne donne pas directement la pression ou la vitesse particulière, mais le rapport entre les deux. Pour la plupart des surfaces absorbantes (surface engazonnée, tapis, mousse naturelle ou synthétique, absorbants placés sur écrans acoustiques routiers...), cette impédance est supposée constante sur la surface, indépendante de la position de la source sonore excitatrice, (hypothèse dite de *réaction localisée*). Cette impédance peut se mesurer sur des échantillons de matériaux au moyen d'un tube à ondes stationnaires ou *in situ* par technique sonore impulsionale. Des modèles existent permettant d'estimer cette impédance de surface en fonction des caractéristiques physiques du matériau. Le plus largement utilisé est le modèle empirique de Delany et Bazley (1970) qui, sous l'hypothèse de

réaction localisée, s'écrit :

$$Z_n / \rho_0 c_0 = [1 + 0,0571 C^{-0,754}] + i [0,087 C^{-0,732}]$$

$$\text{avec } C = \frac{f \rho_0}{R_s} \quad (14)$$

$R_s$  est la résistance au passage de l'air, qui s'exprime en Rayls/m (1 Rayl = 1 Nm<sup>-3</sup>s). La résistance au passage de l'air est égale à l'inverse de la perméabilité à l'air. Elle s'obtient expérimentalement par les techniques traditionnelles de mesure de perméabilité.

En combinant les équations (11) et (13), on exprime souvent la condition de surface par une relation ne faisant intervenir que la pression et son gradient :

$$\frac{\partial p}{\partial n} - i k_0 \beta_n p = 0 \quad (15)$$

où  $\beta_n = \frac{\rho_0 c_0}{Z_n}$  est encore appelée l'admittance normale de surface.

### Le traitement de l'interface air/milieu poreux

Pour certaines surfaces limites, comme les surfaces à forte porosité de type enrobés drainants, l'hypothèse selon laquelle l'impédance normale de surface est constante n'est plus valide. L'impédance de surface dépend de la position de la source sonore et le matériau poreux intervient dans toute son épaisseur sur l'atténuation sonore et non plus seulement localement en surface. En conséquence, un traitement particulier de l'interface entre l'air et un milieu poreux est nécessaire afin de définir une condition aux limites acceptable.

La prise en compte de la couche poreuse et de son interaction avec l'air nécessite d'exprimer les phénomènes propagatifs à l'intérieur du milieu poreux. Nous utiliserons, pour décrire ce milieu, le modèle phénoménologique développé par Hamet (1992), qui assimile le milieu poreux à un fluide compressible dissipatif dans lequel sont introduits des phénomènes de dissipation d'énergie sonore par thermoconductivité. La propagation du son se traduit par les mêmes équations (2) et (3) que dans l'air, mais la constante de propagation  $k_0$  et la masse volumique  $\rho_0$  de l'air sont remplacées respectivement par la constante de propagation dans le milieu  $k_p$  et la densité équivalente  $\rho_p$  du milieu poreux. Ces deux grandeurs sont complexes afin de traduire la dissipation d'énergie ; elles s'expriment par :

$$k_p = k_0 \sqrt{K \gamma} \left(1 + i \frac{f_\mu}{f}\right)^{1/2} \left(1 - \frac{1 - 1/\gamma}{1 + i f_\theta/f}\right)^{1/2} \quad (16)$$

et

$$\rho_p = \rho_0 \sqrt{\frac{K}{\Omega}} \left(1 + i \frac{f_\mu}{f}\right) \quad (17)$$

où  $f_\mu$  et  $f_\theta$  sont des fréquences définies par :

$$f_\theta = \frac{R_s}{2\pi\rho_0 P_r} \quad \text{et} \quad f_\mu = \frac{R_s \Omega}{2\pi\rho_0 K} \quad (18)$$

$\Omega$ ,  $R_s$ ,  $K$  sont respectivement la porosité, la résistance au passage de l'air et le facteur de forme du milieu poreux ( $K$  traduit la forme plus ou moins tortueuse des pores),

$\gamma = 1,4$  : le rapport des chaleurs spécifiques,

$P_r$  : nombre de Prandtl.

L'indice « 0 » se réfère à l'air, et « p » au milieu poreux.

Le traitement de l'interface entre air et milieu poreux se fait par application des relations de continuité :

– de la pression :  $p_{\text{air}} = p_{\text{poreux}}$  (19)

– de la composante normale de la vitesse parti-culaire :  $v_{n(\text{air})} = v_{n(\text{poreux})}$ .

## Résolution numérique par équations intégrales

### Formulation intégrale

Considérons un écran acoustique bidimensionnel (longueur infinie) de forme quelconque reposant à la surface du sol et une source de bruit linéique, de puissance  $P(\omega)$  localisée en  $x_s$  (fig. 1).

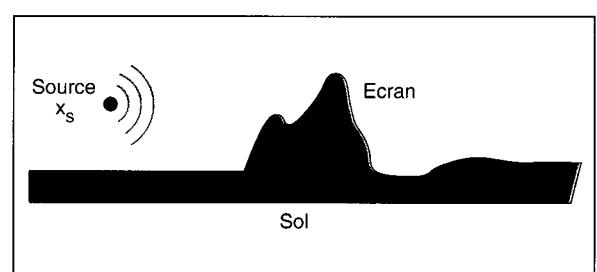


Fig. 1 - Configuration d'une section du problème.

Le problème de la diffraction, par l'écran, de l'onde acoustique émise par la source revient à trouver le champ de pression  $p(x)$  satisfaisant l'équation des ondes (2) et les conditions aux limites à la surface  $S$  du sol et de l'écran. Si  $P(x,y)$  désigne la fonction de Green de l'équation de Helmholtz ce champ de pression vérifie, indépendamment des conditions aux limites, l'équation intégrale :

$$\theta(y) p(y) +$$

$$\int_S \left( \frac{\partial P(x,y)}{\partial n} p(x) - P(x, y) \frac{\partial p(x, y)}{\partial n} \right) da(x) = p^{\text{inc}}(y) \quad (20)$$

Dans l'équation précédente  $p^{inc}(y)$  est l'onde de pression incidente émise par la source. C'est, à un coefficient multiplicatif près, dépendant de la puissance  $P$  (8), la fonction de Green  $P(x, y)$

$$p^{inc}(y) = A(P) P(y, x_s) \quad (21)$$

La fonction  $\theta(y)$  est donnée par :

$$\theta(y) = \begin{cases} 1/2 & \text{si } y \in S \text{ en tout point régulier} \\ 1 & \text{si } y \in \Omega \\ 0 & \text{si } y \notin \Omega \end{cases} \quad (22)$$

$\Omega$  est le domaine de l'espace dans lequel se propagent les ondes c'est-à-dire typiquement le milieu aérien au-dessus du sol.

$\theta(y)$  ne prend la valeur 1/2 qu'en tout point régulier de  $S$ .

Aux points irréguliers de  $S$ ,  $\theta(y)$  dépend en fait de l'angle solide formé par  $S$ .

L'équation (20) montre qu'en tout point intérieur à  $\Omega$ , le champ de pression est explicitement déterminé par les pressions et leurs dérivées normales sur la surface  $S$ . Le problème revient alors à résoudre l'équation intégrale (20) pour  $y \in S$ .

## Discrétisation

La résolution numérique de cette équation intégrale s'appuie sur une approximation des pressions et de leurs dérivées normales à l'aide d'éléments finis de surface. Sur un élément particulier  $e$  les pressions et leurs dérivées normales sont approchées au moyen de fonctions d'interpolation  $N_i^e(x)$  et  $M_i^e(x)$  ( $i$  = numéro de nœud) :

$$p(x) = \sum_{i,e} N_i^e(x) p_i \quad \text{et} \quad \frac{\partial p}{\partial n}(x) = \sum_{i,e} M_i^e(x) q_i^e \quad (23)$$

Le champ de pression étant continu sur  $S$ , il est représenté par les valeurs nodales  $p_i$ . À l'inverse, le champ  $\partial p / \partial n$  n'est pas nécessairement continu sur  $S$ . Dans la description précédente, il est continu par élément et représenté par les valeurs nodales de chaque élément qui sont notées  $q_i^e$ . Bien que les fonctions  $N_i^e(x)$  et  $M_i^e(x)$  puissent être du point de vue théorique différentes, pour des raisons pratiques de mise en œuvre elles sont généralement égales. La substitution des expressions (23) dans (20) conduit alors au calcul des fonctions :

$$Q_i^e(y) = \int_{S_e} \frac{\partial P(x, y)}{\partial n} N_i^e(x) da(x) \quad (24)$$

$$P_i^e(y) = \int_{S_e} P(x, y) M_i^e(x) da(x) \quad (25)$$

Lorsque  $y$  est localisé sur l'élément de surface  $S_e$  les deux intégrales sont alors singulières. La singularité de la fonction de Green  $P(x, y)$  et la définition même de la fonction  $\theta(y)$  montrent que

l'intégrale (25) garde le sens d'une intégrale de Riemann alors que (24) doit être prise au sens des valeurs principales de Cauchy. Le calcul numérique de (24) et (25) nécessite alors de transformer les intégrales par une procédure dite de régularisation qui permet ensuite d'appliquer les techniques classiques d'intégration numérique par points de Gauss. Différentes procédures de régularisation existent dans la littérature [Dangla (1989), Bonnet (1986), Rizzo et al. (1985)]. Celle que nous avons choisie ici et que nous ne reprendons pas, est celle décrite dans Dangla (1989).

Choisissons pour  $y$  les coordonnées d'un nœud particulier  $j$  (point dit de collocation). L'équation intégrale (20) se met alors sous la forme discrétisée :

$$\theta_j p_j + \sum_{i,e} (Q_{ji}^e p_i - P_{ji}^e q_i^e) = p_j^{inc} \quad (26)$$

où les coefficients  $Q_{ji}^e$  et  $P_{ji}^e$  correspondent aux expressions données par (24) et (25) pour le choix particulier de  $y$ . Lorsque l'on considère tous les nœuds du maillage, les équations (26) prennent la forme matricielle,

$$[Q] \{p\} - [P]\{q\} = \{p^{inc}\} \quad (27)$$

Les composantes du vecteur  $\{q\}$  sont les  $q_i^e$  lorsque  $i$  et  $e$  parcourent tous les nœuds et tous les éléments de surface alors que celles du vecteur  $\{p\}$  sont les seuls  $p_i$ . Les composantes des matrices  $[Q]$  et  $[P]$  sont aisément identifiées aux expressions :

$$\begin{cases} Q_{ji} = \theta_j \delta_{ji} + \sum_e Q_{ji}^e \\ P_{jk} = P_{ji}^e \end{cases} \quad (28)$$

où  $k$  est le numéro attribué au nœud  $i$  de l'élément  $e$ .

## Prise en compte des conditions aux limites

Le système (27) n'est que la forme discrétisée de l'équation (20) qui ne prend pas en compte les conditions aux limites. La résolution du problème nécessite de spécifier ces conditions sur  $S$ . Ces conditions aux limites peuvent s'exprimer par la donnée en chaque nœud  $j$  soit des  $q_j^e$  pour tous les éléments  $e$  en contact avec  $j$  soit de la pression  $p_j$  et des  $q_j^e$  pour tous les éléments  $e$ , sauf un, en contact avec  $j$ . Ces conditions aux limites ainsi exprimées garantissent la définition d'un problème bien posé, c'est-à-dire l'obtention d'autant d'équations que d'inconnues.

Prenons l'exemple d'une surface  $S$  purement réfléchissante. Les conditions aux limites s'expriment par (12), le vecteur des pressions nodales  $\{p\}$  est alors solution du système linéaire :

$$[Q] \{p\} = \{p^{inc}\} \quad (29)$$

Le champ de pression en tout point de  $\Omega$  est alors donné par l'expression :

$$p(y) = p^{\text{inc}}(y) - \int_S \frac{\partial P(x, y)}{\partial n} p(x) da(x) \quad (30)$$

$$\text{où } p(x) = \sum_{i, e} N_i^e(x) p_i$$

La surface n'étant, dans le cas général, jamais parfaitement réfléchissante, l'absorption du son par la surface conduit à introduire la condition à la limite définie par (15). La pression  $p(y)$  est alors solution de l'équation intégrale :

$$\begin{aligned} \theta(y)p(y) + \\ \int_S \left( \frac{\partial P(x, y)}{\partial n} - ik_0 \beta_n(y) P(x, y) \right) p(x) da(x) \\ = p^{\text{inc}}(y) \end{aligned} \quad (31)$$

Dans le cas où la fonction admittance  $\beta_n(y)$  est constante par élément, on peut facilement se ramener à la procédure précédente pour prendre en compte cette condition à la limite. Introduisons le changement de variable

$$q_i^e = q_i^e - ik_0 \beta_n^e p_i \quad (32)$$

et notons de même :

$$Q_{ji}^e = Q_{ji}^e - ik_0 \beta_n^e P_{ji}^e \quad (33)$$

L'équation discrétisée (26), écrite en terme de l'inconnue  $q_i^e$ , prend alors la forme :

$$\theta_j p_j + \sum_{i, e} (Q_{ji}^e p_i - P_{ji}^e q_i^e) = p_j^{\text{inc}} \quad (34)$$

Ainsi, pour le problème défini par la condition à la limite (15) le vecteur des pressions nodales  $\{p\}$  est solution d'un système linéaire analogue à (29) :

$$[Q']\{p\} = \{p^{\text{inc}}\} \quad (35)$$

avec

$$Q_{ji}^e = \theta_j \delta_{ji} + \sum_e Q_{ji}^e \quad (36)$$

Le champ de pression en tout point de  $\Omega$  est cette fois donné par :

$$\begin{aligned} p(y) = p^{\text{inc}}(y) - \\ \int_S \left( \frac{\partial P(x, y)}{\partial n} - ik_0 \beta_n(y) P(x, y) \right) p(x) da(x) \end{aligned} \quad (37)$$

### Interface air/milieu poreux

L'introduction de surfaces « poreuses » nécessite de formuler deux problèmes couplés, l'un dans l'air, l'autre dans le milieu poreux. On obtient alors à l'interface :

- une équation intégrale dans l'air aboutissant à un système linéaire (27),
- une autre équation dans le milieu poreux (du même type que dans l'air).

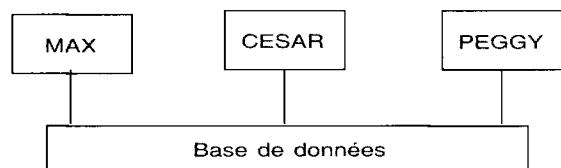
Les deux équations intégrales sont ensuite couplées par l'expression de la continuité de la pression et de son gradient à l'interface (19), pour finalement donner le système couplé :

$$\begin{cases} [Q]\{p\} - [P]\{q\} = \{p^{\text{inc}}\} \\ [Q']\{p\} - [P']\{q\} = \{0\} \end{cases}$$

## Développements numériques et validation

### Implémentation dans CÉSAR-LCPC

Le logiciel CÉSAR-LCPC est composé de trois programmes indépendants : les pré- et post-processeurs graphiques nommés MAX et PEGGY et le code de calcul par éléments finis proprement dit CÉSAR. Ces trois programmes de base communiquent entre eux grâce à une base de données formées de fichiers binaires dans lesquels sont stockés les données et résultats de la modélisation du problème considéré.



Le programme CESAR est un programme modulaire, c'est-à-dire fonctionnant par l'appel de mots-clés de quatre lettres correspondant à un module soit de lecture et de gestion de données, soit d'exécution d'un type particulier de problème avec un type particulier de méthode ou d'algorithme. La méthode des équations intégrales a été implémentée au sein du code d'éléments finis CESAR, afin de profiter de l'environnement des pré- et post-processeurs graphiques permettant d'effectuer le maillage, la préparation des données du problème ainsi que la visualisation des résultats. Un certain nombre de modules spécifiques à la méthode des équations intégrales ont donc été introduits au sein du code CESAR. Cependant, certains modules de lecture et de gestion de données déjà existants servent à la construction d'un jeu de données. La liste des mots-clés suivants permet de visualiser l'enchaînement des modules pour la résolution d'un problème par équations intégrales.

### Mots-clés déjà existants

COOR : Lecture des coordonnées des nœuds de surface,

ELEM : Lecture de la numérotation des éléments de surface,

COND : Lecture des conditions aux limites portant sur les inconnues principales du problème c'est-à-dire les  $p_i$ .

### Mots-clés introduits dans CESAR

EQUA : Aiguillage vers la méthode des équations intégrales.

CHAF : Lecture des conditions aux limites portant sur les inconnues secondaires du problème c'est-à-dire les  $q_i^e$  (ou  $q_i^c$ ),

NOYA : Lecture de la numérotation des noyaux. Un noyau est la fonction (de Green) définie par :

$$g(x) = \sum_{j \in \{j_1, \dots, j_n\}} A_j P(x, x_j)$$

où  $x_j$  est le vecteur des coordonnées du nœud  $j$ . L'ensemble des  $n$  nœuds  $\{j_1, \dots, j_n\}$  est la numérotation du noyau. Les  $n$  scalaires  $A_j$  définissent l'amplitude du noyau (généralement  $n=1$  et  $A_1 = 1$ ).

DYNF : Module d'exécution correspondant à la résolution du système (27) ou (35). Le calcul est effectué en nombres complexes et pour une liste de fréquences donnée.

En pratique, les données géométriques de contour et de maillage sont saisies à l'aide de MAX. Puis, pour chaque groupe d'éléments, les paramètres acoustiques sont introduits dans la base de données :

- Paramètres du milieu de propagation :
  - la célérité des ondes dans le milieu ( $c$ ),
  - la densité du milieu ( $\rho_0$ ) ;
- Paramètres de source :
  - coordonnées de la source,
  - puissance sonore émise (terme  $A$  du § *Formulation intégrale*) ;
- Paramètres de conditions aux limites :
  - épaisseur utile du matériau absorbant,
  - résistance au passage de l'air ( $R_s$ ),
  - la porosité ( $\Omega$ ), le facteur de forme ( $K$ ) dans le cas d'interface avec un milieu poreux.

### Validation des modules acoustiques

La littérature spécialisée est riche en résultats de prévisions d'atténuation par les écrans. La plupart des cas sont traités par des méthodes analytiques (méthodes de rayons par analogies avec l'optique géométrique). Une première étape de notre travail a donc été de valider le modèle BEM développé sur CESAR-LCPC par rapport à de tels résultats analytiques. Sur les nombreux cas traités, un excellent accord a été trouvé. Un exemple de l'efficacité d'un écran droit, mince et réfléchissant de 4 m de hauteur, reposant sur un sol plan réfléchissant est présenté sur la figure 2. La source sonore est placée au sol, 19 m devant l'écran. La courbe représente la perte par insertion de l'écran notée PI sur la figure (c'est la différence de niveau sonore avec et sans l'écran) calculée en fonction de la distance derrière l'écran.

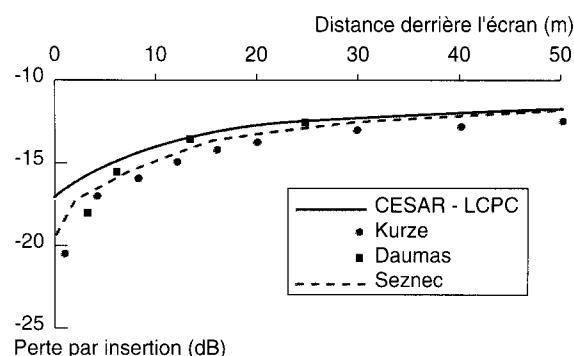


Fig. 2 - Perte par insertion d'un écran mince réfléchissant à 500 Hz. Comparaison entre CESAR (—), Kurze (●), Daumas (■) et Seznec (---).

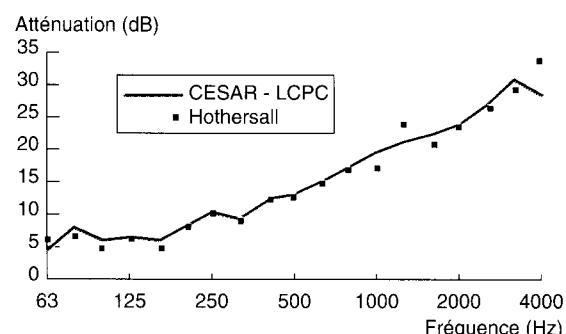


Fig. 3 - Atténuation d'un écran en T en fonction de la fréquence. Comparaison entre CESAR (—), et Hothersall et al. (■).

l'écran pour une fréquence de 500 Hz. On note une bonne corrélation entre le résultat de simulation par CESAR-LCPC et les résultats analytiques (Kurze, 1974), numériques par potentiels de couche (Daumas, 1978), numériques par une méthode analogue à la nôtre (Seznec, 1980).

Les méthodes analytiques ne permettant pas de résoudre les problèmes à géométrie complexe, la validation s'est opérée par comparaisons à d'autres résultats numériques. On peut voir sur la figure 3 l'efficacité d'un écran à section « en T », dont le sommet est traité en absorbant. Les résultats obtenus avec CESAR-LCPC en fonction de la fréquence sont également très proches de ceux présentés par Hothersall et al. (1991).

L'introduction des surfaces de type « interaction air/ milieu poreux » a également fait l'objet de soigneuses validations théoriques et expérimentales. Une série de mesures d'atténuation sonore au-dessus d'un enrobé drainant a été réalisée sur la piste de glissage du LCPC en juillet 1994. Des mesures d'effets de discontinuité enrobé drainant/béton bitumineux fermé ont également été réalisées, puis simulées sur CESAR-LCPC. On note là aussi un très bon accord entre les prévisions numériques (CESAR-LCPC), analytiques (modèle de Rudnick, 1947) et expérimentales (fig. 4).

Fig. 4 - Atténuation sonore au-dessus d'une chaussée enrobé drainant. Hauteur source 0,3 m, hauteur récepteur 0,3 m, distance source récepteur 4 m. Numérique CESAR (■), analytique Rudnick (---), expérimental (—).

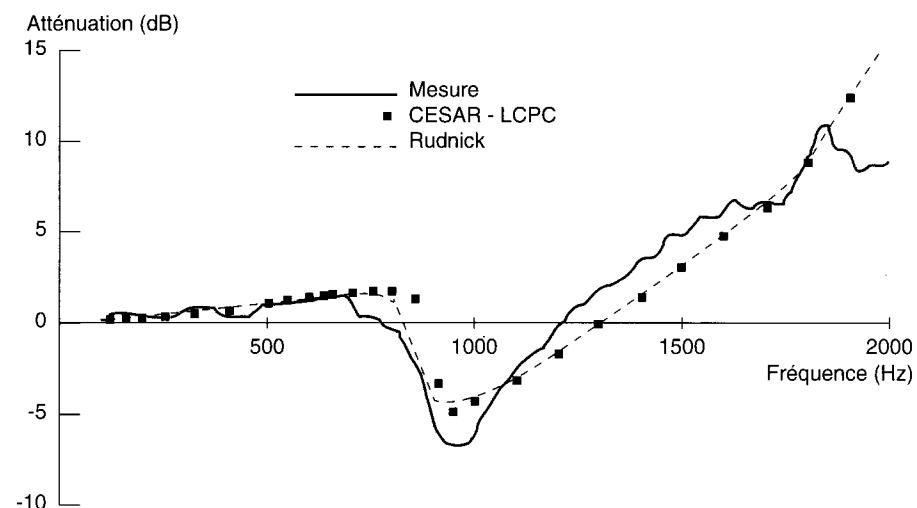
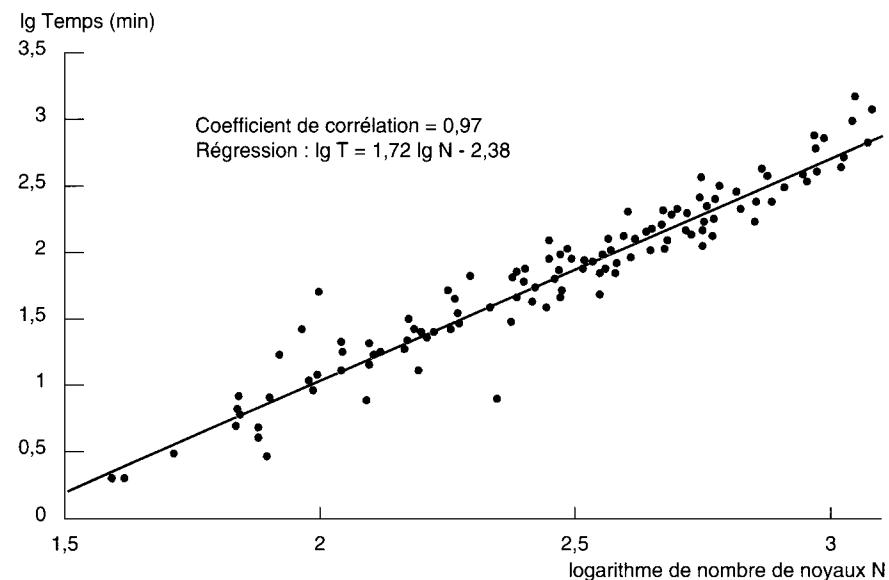


Fig. 5 - Corrélation entre temps de calcul et taille du système.



### Considérations numériques

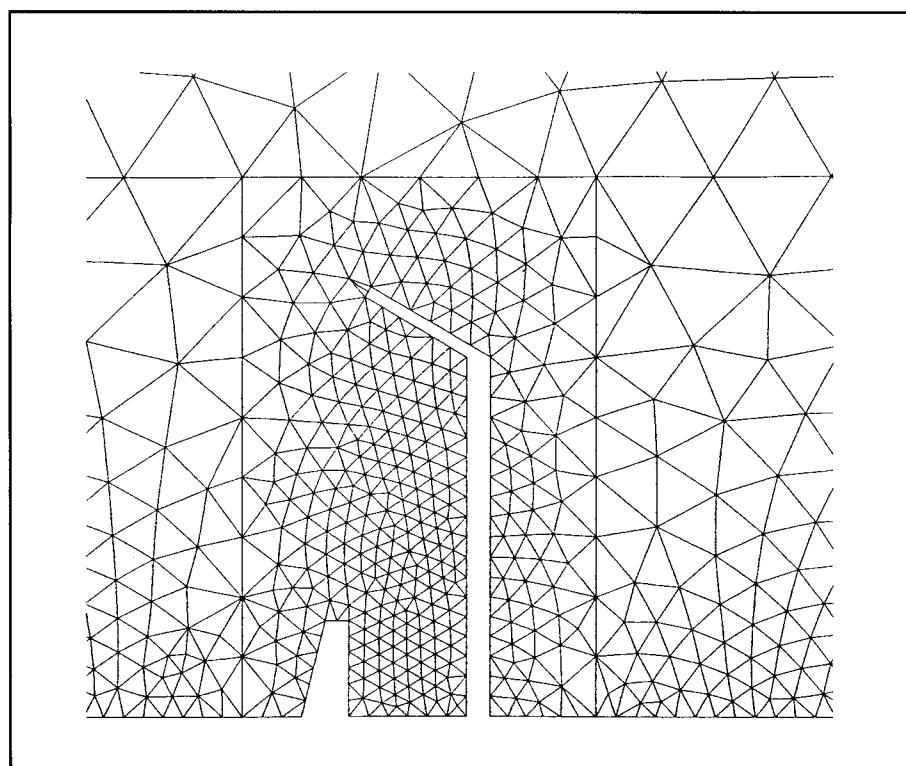
Comme pour tout problème harmonique, la finesse du maillage doit nécessairement être adaptée à la fréquence de l'onde sonore générée. Ainsi, des tests de convergence ont montré qu'il était nécessaire d'utiliser au moins quatre éléments quadratique (à 3 nœuds) par longueur d'onde pour discréteriser les contours. Il en faudrait d'avantage si l'on utilisait des éléments à 2 nœuds (interpolation linéaire). Ce point est important, car la taille des systèmes à résoudre étant limitée, un problème de grandes dimensions géométriques ne pourra être modélisé qu'en basses fréquences, et seuls les problèmes de petites dimensions pourront être modélisés en hautes fréquences. À titre d'exemple, on pourra utiliser des éléments quadratiques d'une dimension d'un mètre pour un calcul à 80 Hz, mais ces éléments ne pourront mesurer plus de deux centimètres si l'on étudie le problème à 4 000 Hz. Les

fréquences de 80 et 4 000 Hz sont considérées respectivement comme basse et haute fréquences du spectre sonore émis par un trafic routier.

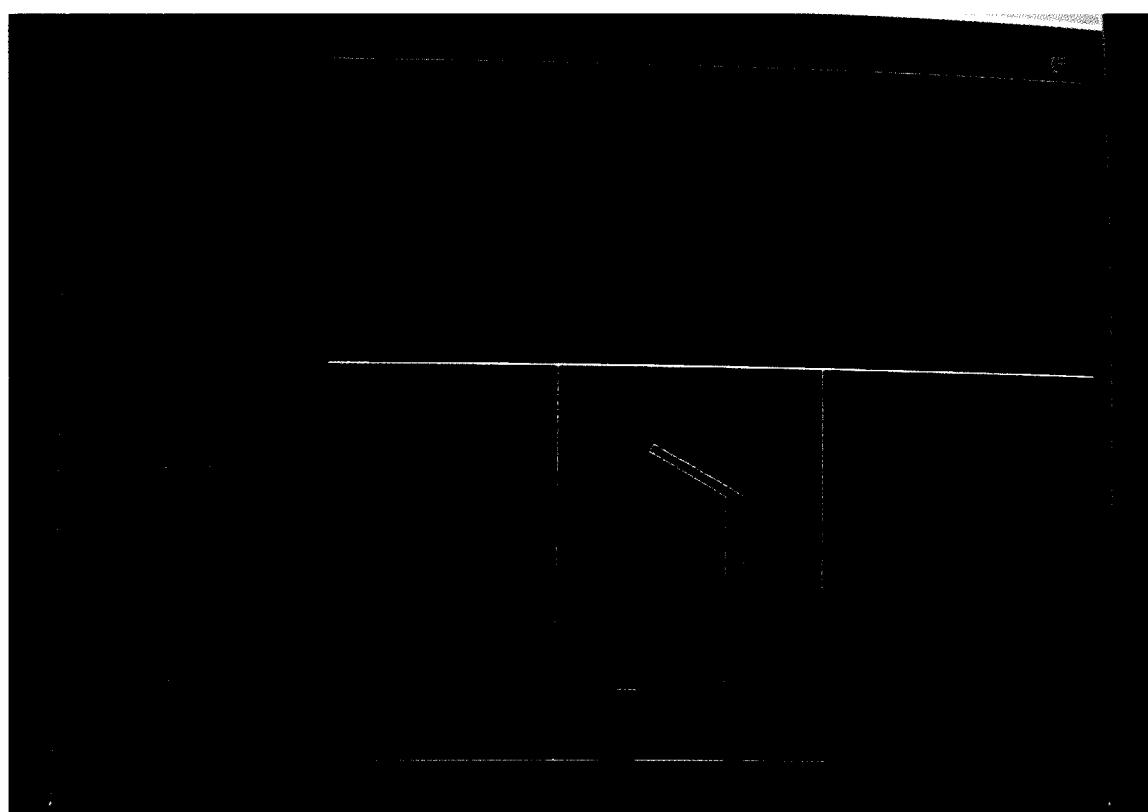
Un problème de diffraction à 50 m derrière un écran de 5 m de haut soumis à une source située à 15 m devant l'écran jusqu'à 4 000 Hz a cependant été modélisé, ce qui a nécessité de construire et résoudre un problème à 1 200 noyaux de Green (1 200 équations, 1 200 inconnues).

Les temps de calcul sont bien évidemment fonction de la taille du système. Plus précisément, en admettant une relation du type  $T = a N^m$ , entre le temps de calcul par fréquence (T en minutes) et le nombre de noyaux N (c'est-à-dire la dimension du système linéaire à construire et résoudre), l'exploitation de tous les tests effectués au LRPC de Strasbourg sur station SUN SPARC IV donne, avec une bonne corrélation, les valeurs suivantes :  $a = 4,17 \cdot 10^{-3}$  et  $m = 1,72$  (fig. 5).

Fig. 6 - Champ sonore à 500 Hz autour d'un écran à casquette avec glissière de sécurité. Source à 7 m devant l'écran de 3,6 m de haut



a - Maillage du problème.



b - Représentations des zones isophoniques.

## Quelques exemples des possibilités de la méthode

L'avantage de la méthode numérique est bien sûr de permettre la modélisation de configurations complètes, faisant intervenir les particularités de forme d'écrans, de coexistence de surfaces aux propriétés d'absorption acoustique variées, la présence de surface « poreuses » et les particularités de géométrie de site.

Par ailleurs, la résolution par une méthode BEM est considérée comme réalisée une fois la solution déterminée sur les frontières. La résolution aux points intérieurs n'est ensuite qu'un calcul qui s'appuie sur les valeurs frontières. La détermination du champ sonore en un grand nombre de points intérieurs n'est donc pas très pénalisante et ne nécessite pas en tout cas de refaire une résolution à chaque récepteur, à l'inverse des méthodes analytiques par rayons sonores. Cette méthode est donc très adaptée à toutes les représentations du champ sonore sous forme de zones ou courbes isophoniques. La figure 6 présente un exemple de représentation à l'aide du post-processeur PEGGY de la distribution de niveaux de bruit à 500 Hz autour d'un écran « à casquette » dont la face avant est traitée en absorbant, en présence d'une glissière de sécurité. La représentation est accom-

pagnée du maillage correspondant construit à l'aide de MAX. À noter que seule la densité du maillage des contours est importante pour la résolution, le maillage de l'espace autour de l'écran ne servant qu'à la représentation des isophones.

## Conclusions et perspectives

Les nombreuses simulations par CESAR-LCPC ont permis de valider l'implémentation de modules « acoustiques » permettant de résoudre un problème d'acoustique extérieure par méthode d'équations intégrales et d'éléments de frontière. Maintenant que ces modules acoustiques sont validés, une étude paramétrique peut être entreprise pour quantifier les effets de formes ou d'hétérogénéité de matériaux sur les écrans. La puissance de la méthode réside dans la possibilité de déterminer une répartition du champ acoustique à proximité de l'écran, permettant ainsi de visualiser directement les zones les plus sensibles, sur lesquelles il sera plus gratifiant d'agir. Il reste néanmoins à intégrer « proprement » la gestion des modules acoustiques au niveau de l'entrée de données (pré-processeur) et de la sortie graphique du post-processeur. Cette étude aura permis en outre de démontrer les performances pluridisciplinaires du code de calcul CESAR-LCPC.

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- BONNET M. (1986), *Méthode des équations intégrales régularisées en élastodynamique*, Thèse de doctorat de l'École nationale des Ponts et Chaussées, nov., 140 pages.
- DANGLA P. (1989), *Couplage éléments finis - équations intégrales en élastodynamique et interaction sol-structure*, Thèse de doctorat de l'École nationale des Ponts et Chaussées, sept., 152 pages.
- DAUMAS A. (1978), Étude de la diffraction par un écran mince disposé sur le sol, *Acustica* vol. 40, 4, pp. 213-222.
- DELANY M.E., BAZLEY E.N. (1970), Acoustical properties of fibrous absorbant materials, *Applied Acoustic*, vol. 3, pp. 105-116.
- HAMET J.-F. (1992), *Modélisation acoustique d'un enrobé drainant, prise en compte des phénomènes de thermoconductivité dans une nouvelle formulation phénoménologique*, Rapport de recherche INRETS MMA 9203, juin, 66 pages.
- HOTHERSALL D.C., CHANDLER-WILDE S.N., HAJMIRZAE M.N. (1991), Efficiency of single noise barriers, *Journal of Sound and Vibrations*, 146,(2), pp. 303-322.
- KURZE U.J. (1974), Noise reduction by barriers, *Journal Acoust. Soc. Am.*, 55(3), pp. 504-518.
- RIZZO F.J., SHIPPY D.J., REZAYAT M. (1985), A boundary integral equation method for radiation and scattering of elastic waves in three dimensions, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, vol. 21, pp. 115-129.
- RUDNICK I. (1947), The propagation of an acoustic wave along a boundary, *Journal Acoust. Soc. Am.*, 19, pp. 348-356.
- SEZNEC R. (1980), Diffraction of sound around barriers : use of the boundary element technique, *Journal Sound and Vibrations*, 73(2), pp. 195-209.

### ABSTRACT

#### Numerical modellisation of anti-noise road screens in their environment

F. ANFOSSO-LÉDÉE - P. DANGLA

This paper presents the basis of a numerical model for the prediction of the acoustic behaviour of road noise reducing barriers. As the parameters to be considered in the problem are varied and numerous, a numerical BEM model has been used. The method has been implemented in the general numerical code CESAR-LCPC, thus taking advantage of the pre and post processors facilities. The method developed in the code has been validated through many comparisons with experimental, analytical or other numerical results from the international literature. Very good agreement was found. The advantage of the BEM method is of course to allow for complicated configurations existing in real cases barriers with sophisticated shapes, with non homogeneous repartition of absorbing material, specific interaction of the barrier with its close environment (ground of any geometry or acoustic properties). On this point, special consideration was given to porous surfaces and interaction of porous road surface with noise barrier.