Comparaison des méthodes classiques de dimensionnement des écrans de soutènement ancrés

Luc DELATTRE
Ingénieur TPE
Section Mécanique des sols et fondations

Henri JOSSEAUME
Chargé de mission auprès du chef
de la Section Rhéologie et modélisation des sols

Laurent MESPOULHE
Assistant technique des TPE
Section Mécanique des sols et fondations

Division Mécanique des sols et géologie de l'ingénieur
Laboratoire central des Ponts et Chaussées

Thierry DELMER
Ingénieur - Stagiaire à l'ENTPE

RÉSUMÉ

Une analyse des méthodes classiques de calcul des écrans de soutènement souligne le caractère adimensionnel du problème et met en évidence un facteur caractérisant le niveau de chargement de l'écran. Cette analyse est utilisée pour interpréter les résultats d'une étude paramétrique du dimensionnement d'un écran de soutènement. Se trouvent notamment précisés, d'une part, comment les résultats obtenus avec les méthodes classiques de calcul évoluent en fonction de la configuration de l'ouvrage étudié et, d'autre part, comment les résultats obtenus diffèrent entre eux suivant les méthodes utilisées.

MOTS CLÉS : *24 - Méthode - Dimensionnement - Calcul - Mur de soutènement.*

Introduction

L'usage veut, quand on parle des méthodes de calcul des écrans de soutènement, que l'on distingue deux ensembles : celui des méthodes « classiques », et celui des « autres » méthodes.

Les critères permettant d'opérer cette partition sont multiples : l'âge des méthodes (les méthodes « classiques » sont généralement plus anciennes que les « autres ») mais aussi l'état d'équilibre du sol considéré par les méthodes (les méthodes « classiques » considèrent les états d'équilibre limites du sol tandis que les « autres » méthodes considèrent des états intermédiaires entre l'état initial et les états d'équilibre limites) en sont deux exemples.

En France, l'ensemble des méthodes « classiques » recouvre principalement celles de « rideau encastré » (méthode de la ligne élastique et méthodes dérivées qui sont utilisées depuis une soixantaine d'années) et les méthodes de butée simple, tandis que la catégorie des « autres » méthodes recouvre en particulier la méthode élastoplastique au coefficient de réaction et la méthode des éléments finis, dont l'usage s'est développé à partir de la décennie 1970.

Méthodes de « rideau encastré » et méthodes de « butée simple » ont toutes été développées en vue du calcul des écrans ancrés par une nappe de tirants passifs, mais font des hypothèses différentes quant au comportement supposé de l'écran (écran souple ou rigide) et les distributions de contraintes sur l'écran issues de ces comportements sont donc différentes. Ces distributions de contraintes sont, par contre, toujours déterminées en considérant les états d'équilibre limite du sol (état d'équilibre limite de poussée et état d'équilibre limite de butée).

L'emploi d'une méthode de « rideau encastré » ou d'une méthode de « butée simple » conduit à donner à un même ouvrage des caractéristiques très différentes et, assez paradoxalement compte tenu du caractère « classique » de ces méthodes, les facteurs gouvernant les résultats propres à chacune des méthodes, mais aussi les différences entre les résultats obtenus par les différentes méthodes ne sont pas toujours bien connus.

L'objet de cette étude est donc de faire ressortir, d'une part, comment les résultats obtenus avec les méthodes classiques de calcul évoluent en fonction de la configuration de l'ouvrage étudié et, d'autre part, comment les résultats obtenus diffèrent entre eux suivant les méthodes utilisées.

L'étude paramétrique du dimensionnement des écrans de soutènement

Principe de l'étude

L'étude paramétrique, réalisée dans le cadre d'un travail de fin d'études (Delmer, 1993), a été menée sur des ouvrages de différentes caractéristiques qui ont été calculés en parallèle avec plusieurs méthodes de dimensionnement. Les variations des caractéristiques de l'ouvrage permettent d'étudier, pour chacune des méthodes de calcul, la sensibilité à la résistance au cisaillement du sol, à la hauteur libre de l'ouvrage, à la position de la nappe ou encore à l'intensité d'une surcharge uniformément répartie côté terrain.

Les résultats obtenus pour les différentes méthodes utilisées sont alors comparés.

Caractéristiques de l'ouvrage

Les caractéristiques de l'ouvrage ont été définies par référence aux murs de quai, dont la hauteur libre h varie couramment de 5 à 15 m et dont le terre-plein amont est horizontal et supporte des surcharges uniformément réparties dont l'intensité q peut atteindre 60 kPa. D'autre part, la surface de l'eau dans le bassin et la surface de la nappe amont sont généralement, dans le cas des bassins à flot, à des cotes voisines et se situent à faible profondeur par rapport à la tête de l'écran, ce qui conduit généralement à adopter une faible profondeur d'ancrage.

On a affecté à la hauteur libre les valeurs h = 5 m, h = 10 m, h = 15 m et à la surcharge amont les valeurs q = 0 kPa, q = 20 kPa, q = 40 kPa et q = 60 kPa. On a considéré que la profondeur h_t du point d'ancrage était égale au dixième de la hauteur libre de l'écran et que les surfaces des nappes amont et aval étaient à la même profondeur h_w par rapport à la tête de l'écran et l'on a affecté à h_w les valeurs 0,1 h et h, la première correspondant au cas d'un mur de quai et la deuxième au cas d'un mur de soutènement en site terrestre. Cette dernière a été retenue afin de voir si les résultats obtenus pour un mur de quai pouvaient être généralisés au cas d'un soutènement en site terrestre.

On a considéré que l'écran était mis en place dans un massif homogène formé d'un sol pulvérulent. La cohésion du sol est donc nulle et sa résistance au cisaillement est caractérisée uniquement par l'angle de frottement interne φ', dont la valeur est fonction de sa granulométrie, de son état de compacité et de la forme et de l'angularité des grains. On a retenu dans les calculs les valeurs φ' = 25°, φ' = 30°, φ' = 35° et φ' = 40°. Dans tous les cas, on a adopté pour le poids volumique la valeur $\gamma = 20\ kN/m^3$ aussi bien pour le sol situé hors nappe que pour le sol immergé.

L'ensemble des données prises en compte dans le calcul est récapitulé sur la figure 1.

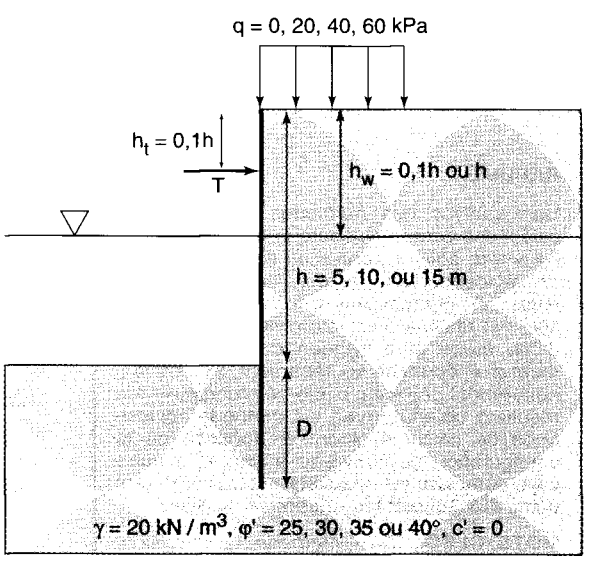

Fig. 1 - Caractéristiques des ouvrages étudiés.

Méthodes de calcul

Les calculs ont été effectués par la méthode de la ligne élastique et par la méthode de la butée simple (Josseaume, 1976).

Pour ce qui concerne la méthode de la butée simple, deux variantes ont été utilisées :

➢ la première consiste à affecter la butée limite, qui s'exerce sur la face externe de l'écran, d'un coefficient de sécurité $F_B = 2$ et à retenir pour le dimensionnement les valeurs de la fiche D, du moment fléchissant maximal M_{max} et de la réaction d'appui T ainsi obtenues ; cette variante n'est applicable en toute rigueur que dans le cas des écrans parfaitement rigides et conduit à une surestimation de M_{max} et de T pour les écrans présentant une certaine souplesse.

➢ la seconde consiste à effectuer un calcul à l'état limite sans minoration de la butée limite ($F_B = 1$) et à retenir pour le dimensionnement les valeurs du moment fléchissant maximal M_{max} et de la réaction d'appui T ainsi obtenues ; la sécurité sur la fiche est obtenue en la majorant ; ainsi, dans le cas des sols purement frottants, la fiche correspondant à l'équilibre limite est multipliée par $\sqrt{2}$.

La méthode préconisée par Padfield et Mair (1984), dans le cas des argiles raides, qui consiste à effectuer deux calculs à l'équilibre limite, le premier, sans minoration préalable de la butée limite ($F_B = 1$), pour calculer les valeurs de M_{max} et T, le deuxième, en minorant au préalable la butée limite ($F_B = 2$), pour calculer la fiche D, est par ailleurs étudiée.

Les poussée et butée limites ont été calculées par la méthode de Boussinesq à partir des tables de Kérisel et Absi (1990), en supposant l'inclinaison des contraintes sur la normale au rideau égale à $\delta_a = 2/3\ \varphi'$ dans le cas de la poussée et à $\delta_p = -2/3\ \varphi'$ dans le cas de la butée.

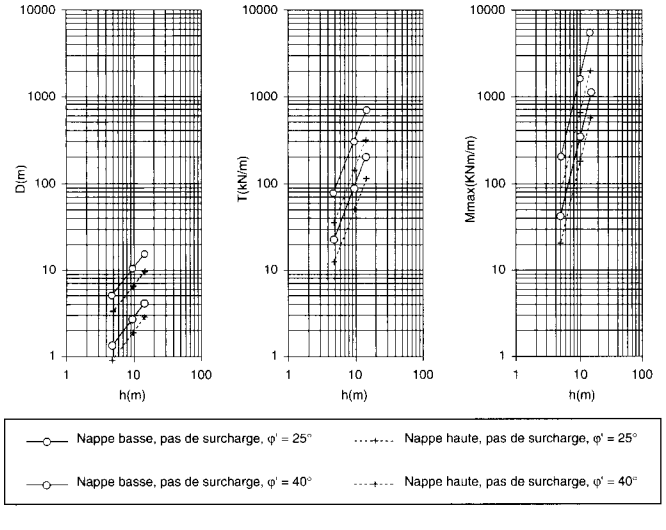

Fig. 2 - Résultats obtenus pour différentes hauteurs libres h et une surcharge nulle par la méthode de la butée simple avec minoration préalable de 50 % de la butée.

Résultats

Les résultats obtenus varient dans une proportion très large avec les caractéristiques de l'ouvrage et avec la méthode de calcul : la fiche minimale obtenue est de 0,90 m tandis que la plus grande dépasse 18 m, la réaction d'appui varie de 9,40 kN/m à plus de 1030 kN/m et le moment fléchissant maximal varie de 14,40 kNm/m à 7 690 kNm/m.

L'analyse de ces résultats passe par l'examen de l'influence des paramètres caractérisant l'ouvrage et de la méthode de calcul utilisée.

Influence des caractéristiques de l'ouvrage

Les variations des paramètres D, M_{max} et T calculés en butée simple avec minoration préalable de la butée, dans le cas d'une surcharge nulle, sont représentées sur la figure 2 en fonction de h, en coordonnées logarithmiques, pour les deux valeurs extrêmes de φ' (φ' = 25° et φ' = 40°) et les deux niveaux de nappe considérés.

La fiche, la réaction d'appui et le moment fléchissant maximal évoluent de la même façon en fonction des différents paramètres caractérisant l'ouvrage : ils diminuent quand l'angle de frottement du sol augmente, quand le niveau de la nappe monte de part et d'autre de l'écran et quand la hauteur libre diminue.

Dans le diagramme logarithmique, les courbes obtenues sont des droites, de pentes indépendantes de la hauteur de la nappe et de l'angle de frottement. Les pentes de ces droites sont égales à 1 pour la fiche, à 2 pour la réaction d'appui et à 3 pour le moment fléchissant maximal. Il s'ensuit que la fiche, la réaction d'appui et le moment fléchissant maximal varient respectivement avec les puissances première, deuxième et troisième de la hauteur libre du soutènement.

L'ajout d'une surcharge uniformément répartie à la surface du terrain conduit à une augmentation de la fiche D, de la réaction d'appui T et du moment de flexion M_{max}, (fig. 3).

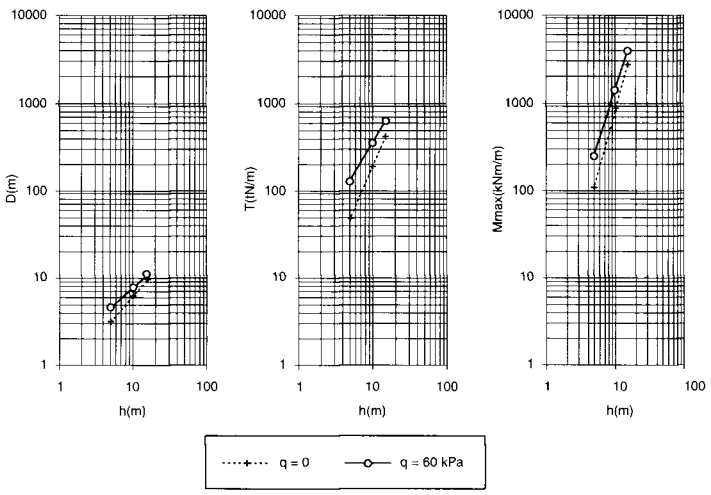

Fig. 3 - Résultats obtenus par la méthode de la butée simple avec minoration préalable de 50 % de la butée pour différentes valeurs de la surcharge q, pour un angle de frottement interne de 30° et une nappe basse.

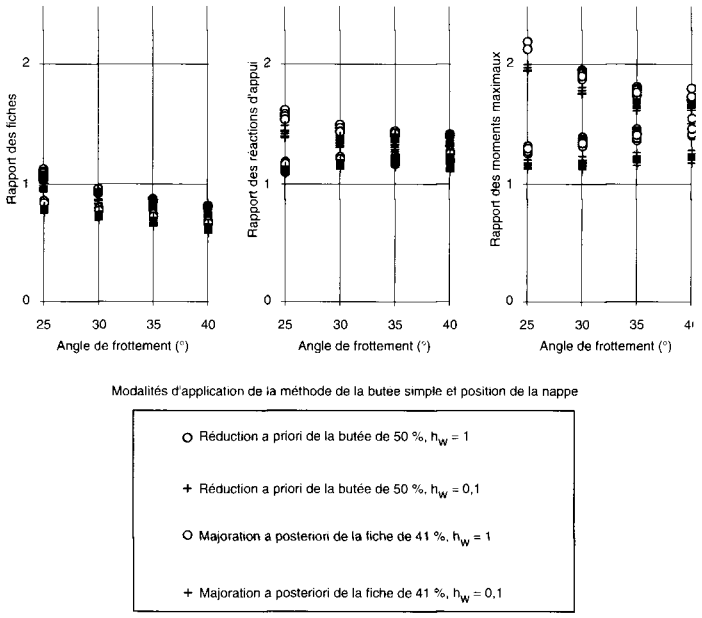

Fig. 4 - Rapports des résultats des calculs en butée simple aux résultats des calculs en ligne élastique.

Contrairement à ce que l'on observait précédemment, les courbes donnant les variations des logarithmes de D, de T et de M_{max} en fonction du logarithme de la hauteur libre ne sont plus des droites dès lors que la surcharge est non nulle.

Pour des surcharges non nulles, D, T et M_{max} ne varient donc plus avec les puissances première, deuxième et troisième de h.

Par ailleurs, les courbes de variation correspondant aux différentes valeurs de la surcharge q ne sont pas parallèles : l'influence relative de la surcharge a tendance à diminuer lorsque la hauteur libre augmente.

Influence de la méthode de calcul utilisée

Si, d'un point de vue qualitatif, les résultats donnés ci-dessus sont indépendants de la méthode de calcul utilisée, il n'en est pas de même d'un point de vue quantitatif.

La figure 4 présente les rapports des fiches, des réactions d'appui et des moments fléchissants maximaux obtenus par application de la méthode de la butée simple aux fiches, réactions d'appui et moments fléchissants maximaux obtenus par la méthode de la ligne élastique, pour les différentes configurations de calcul et pour les deux modalités différentes d'application de la méthode de la butée simple.

Calcul en butée simple avec minoration préalable de 50 % de la butée

L'examen de la figure 4 fait apparaître que les rapports des valeurs D, M_{max} et T déterminées par le calcul en butée simple avec $F_B = 2$ aux valeurs correspondantes obtenues par le calcul en ligne élastique, varient principalement avec φ' et sont peu affectés par la hauteur libre h du rideau et la surcharge q, la position de la nappe ayant une influence plus sensible mais limitée.

On constate que les valeurs de fiche déterminées en butée simple sont généralement inférieures à celles déterminées par le calcul en ligne élastique pour les valeurs de φ' considérées : la fiche dimensionnée en butée simple, qui est inférieure à la fiche dimensionnée en ligne élastique de 25 à 35 % pour φ' = 40°, prend des valeurs du même ordre et même supérieures pour φ' = 25°, l'écart relatif étant alors de plus ou moins 10 %.

Les valeurs du moment fléchissant maximal calculé en butée simple sont quant à elles, toujours largement supérieures aux valeurs calculées en ligne élastique. Le rapport de ces moments fléchissants maximaux varie en effet d'une valeur comprise entre 1,50 et 1,75 pour φ' = 40° à une valeur comprise entre 1,95 et 2,20 pour φ' = 25°.

Les valeurs de la réaction d'appui calculées en butée simple sont toujours supérieures aux valeurs calculées en ligne élastique, la valeur de leurs rapports étant toujours inférieure à la

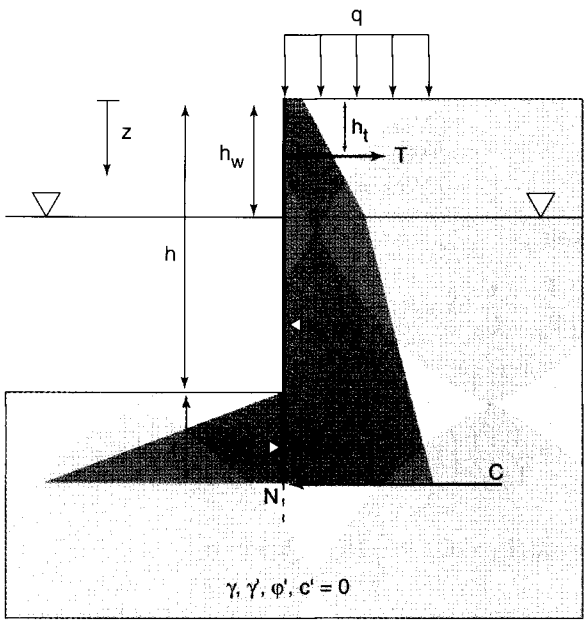

Fig. 5 - Schéma de calcul adopté pour les méthodes classiques.

valeur du rapport des moments fléchissants. Le rapport des réactions d'appui est compris entre 1,25 et 1,40 pour φ' = 40° et entre 1,40 et 1,60 pour φ' = 25°.

Méthode de la butée simple avec majoration a posteriori de la fiche de 41 %

La comparaison des résultats obtenus par la méthode de la butée simple avec majoration *a posteriori* de la fiche et par la méthode de la ligne élastique (fig. 4) conduit à des conclusions relativement semblables aux précédentes.

L'influence de φ' est toutefois beaucoup moins marquée et il s'ensuit que, pour les faibles valeurs de φ', les résultats obtenus par cette méthode de butée simple ne divergent pas des résultats obtenus par la méthode de la ligne élastique de façon aussi importante que ceux obtenus par la méthode de la butée simple avec minoration préalable de la butée. On constate en effet que les valeurs du rapport des moments fléchissants varient de 1,25 à 1,45 et que les valeurs du rapport des réactions d'appui sont comprises entre 1,10 et 1,30 pour l'ensemble des ouvrages considérés.

Interprétation des résultats

Un problème adimensionnel

Expression des différentes méthodes de calcul

Si les différentes méthodes « classiques » utilisées ici font référence à différents modes de comportement des ouvrages, elles ont en commun le fait de faire référence aux états d'équilibre limite du sol et d'être formulées à partir des équations de l'équilibre statique. Ainsi, pour les ouvrages étudiés, les équations à résoudre pour ces méthodes de dimensionnement font intervenir la force élémentaire de pression active du sol au-dessus de la nappe $k_a \gamma z dz$, la force élémentaire de pression active du sol au-dessus de la nappe $k_a[\gamma h_w + \gamma'(z - h_w)]dz$, la force élémentaire de pression active due à la surcharge $k_a q dz$ et la force élémentaire de pression passive du sol sous la nappe $k_p \gamma'(z - h)dz$, ainsi que la réaction d'appui T, à laquelle il faut rajouter la force de contrebutée C pour la méthode de la ligne élastique (fig. 5).

Chacune de ces forces élémentaires peut être exprimée comme le produit de l'effort $\frac{1}{2}(k_p - k_a)\gamma' h^2$ et d'un terme adimensionnel. Ce terme adimensionnel vaut $2\frac{k_a}{k_p - k_a}\frac{\gamma}{\gamma'}\frac{z}{h}\frac{dz}{h}$ pour la pression active des terres au-dessus de la nappe, $2\frac{k_a}{k_p - k_a}\left[\frac{\gamma}{\gamma'}\frac{h_w}{h} + \left(\frac{z}{h} - \frac{h_w}{h}\right)\right]\frac{dz}{h}$ pour la pression active des terres au-dessous de la nappe, $2\frac{k_a}{k_p - k_a}\frac{q}{\gamma' h}\frac{dz}{h}$ pour la pression active due à la surcharge et $2\left(1 + \frac{k_a}{k_p - k_a}\right)\left(\frac{z}{h} - 1\right)\frac{dz}{h}$ pour la pression passive du sol sous la nappe.

La sommation de ces forces élémentaires du haut de l'écran jusqu'à un niveau z permet d'exprimer l'effort tranchant V à ce dernier niveau (avec ici $z > h_t$), le terme dimensionnel étant mis en facteur, sous la forme :

$$V = \frac{1}{2}(k_p - k_a)\gamma' h^2 v\left(\frac{z}{h}\right) - T \qquad (1)$$

où v est un polynôme de degré 2 en $\frac{z}{h}$ dont les coefficients ne dépendent que des termes $\frac{k_a}{k_p - k_a}$, $\frac{\gamma}{\gamma'}$, $\frac{q}{\gamma' h}$ et $\frac{h_w}{h}$.

Le moment fléchissant M au niveau z se déduit par intégration de l'effort tranchant et s'exprime de la même façon que ce dernier sous la forme (avec ici $z > h_t$) :

$$M(z) = \frac{1}{6}(k_p - k_a)\gamma' h^3 m\left(\frac{z}{h}\right) - T(z - h_t) \qquad (2)$$

La fonction m est un polynôme de degré 3 en $\frac{z}{h}$ dont les coefficients ne sont également fonctions que des termes $\frac{k_a}{k_p - k_a}$, $\frac{\gamma}{\gamma'}$, $\frac{q}{\gamma' h}$, $\frac{h_w}{h}$ et $\frac{h_t}{h}$.

La constante d'intégration est déterminée en écrivant $M(0) = 0$.

Ces deux équations suffisent à résoudre le problème dans le cas de la méthode de la butée simple, l'équilibre statique s'écrivant en posant que l'effort tranchant V et le moment fléchissant M sont nuls au niveau $z = f + h$ définissant, avant majoration forfaitaire de la fiche le cas échéant, la position du pied de l'écran :

$$\begin{cases} V(z = f + h) = 0 \\ M(z = f + h) = 0 \end{cases} \tag{3}$$

soit :

$$\begin{cases} \dfrac{T}{T_0} = v\left(1 + \dfrac{f}{h}\right) \\ 3\,\dfrac{T}{T_0}\left[\left(1 + \dfrac{f}{h}\right) - \dfrac{h_t}{h}\right] = m\left(1 + \dfrac{f}{h}\right) \end{cases} \tag{4}$$

où $T_0 = \dfrac{1}{2}(k_p - k_a)\gamma' h^2$

Dans le cas de la méthode de la ligne élastique, l'équilibre statique s'écrit en posant que, au niveau $z = f + h$ qui définit la position du point d'application N de la contrebutée, l'effort tranchant V équilibre la force de contrebutée tandis que le moment fléchissant est nul :

$$\begin{cases} V(z = f + h) + C = 0 \\ M(z = f + h) = 0 \end{cases} \tag{5}$$

Ces deux équations comportant trois inconnues, une troisième équation, portant sur la rotation de l'écran par rapport à la verticale au niveau $z = f + h$, est adjointe au système :

$$Y'(z = f + h) = 0 \tag{6}$$

L'expression de Y' s'obtient par intégration du moment fléchissant. Comme les conditions aux limites portent sur la déformée Y de l'écran [$Y(z = h_t) = 0$ et $Y(h + f) = 0$], il est nécessaire d'établir l'expression de cette dernière pour déterminer la constante d'intégration :

$$Y'(z) = \frac{1}{24EI}(k_p - k_a)\gamma' h^4 y'\left(\frac{z}{h}\right) - \frac{T}{EI}\left(\frac{z^2}{2} - h_t z\right) \tag{7}$$

$$Y(z) = \frac{1}{120EI}(k_p - k_a)\gamma' h^5 y\left(\frac{z}{h}\right) - \frac{T}{EI}\left(\frac{z^3}{6} - \frac{h_t z^2}{2}\right) \tag{8}$$

Les fonctions y' et y sont des polynômes de degrés respectifs 4 et 5, dont les coefficients ne sont toujours fonctions que des termes $\dfrac{k_a}{k_p - k_a}$, $\dfrac{\gamma}{\gamma'}$, $\dfrac{q}{\gamma' h}$, $\dfrac{h_w}{h}$ et $\dfrac{h_t}{h}$.

La résolution de la méthode de la ligne élastique est alors obtenue à l'aide du système d'équations suivant :

$$\begin{cases} V(z = f + h) + C = 0 \\ M(z = f + h) = 0 \\ Y'(z = f + h) = 0 \end{cases} \tag{9}$$

soit :

$$\begin{cases} \dfrac{T}{T_0} - \dfrac{C}{C_0} = v\left(1 + \dfrac{f}{h}\right) \\ 3\,\dfrac{T}{T_0}\left[\left(1 + \dfrac{f}{h}\right) - \dfrac{h_t}{h}\right] = m\left(1 + \dfrac{f}{h}\right) \\ 12\,\dfrac{T}{T_0}\left[\dfrac{1}{2}\left(1 + \dfrac{f}{h}\right)^2 - \dfrac{h_t}{h}\left(1 + \dfrac{f}{h}\right)\right] = y'\left(1 + \dfrac{f}{h}\right) \end{cases} \tag{10}$$

avec $T_0 = C_0 = \dfrac{1}{2}(k_p - k_a)\gamma' h^2$.

Les systèmes d'équations (4) et (10) font apparaître comme inconnues la profondeur réduite $\dfrac{f}{h}$, la réaction d'appui réduite $\dfrac{T}{T_0}$ et, dans le cas de la méthode de la ligne élastique, la contrebutée réduite $\dfrac{C}{C_0}$, ces inconnues étant fonctions des variables réduites $\dfrac{k_a}{k_p - k_a}$, $\dfrac{\gamma}{\gamma'}$, $\dfrac{q}{\gamma' h}$, $\dfrac{h_w}{h}$ et $\dfrac{h_t}{h}$.

Ce résultat permet de faire apparaître, à partir de l'équation (2), que le moment réduit $\dfrac{M}{M_0}$, avec $M_0 = \dfrac{1}{6}(k_p - k_a)\gamma' h^3$, n'est également fonction que des variables réduites ci-dessus.

Par ailleurs, on peut poser :
- $D = 1{,}2(f - e)$ dans le cas d'un écran dimensionné par la méthode de la ligne élastique,
- $D = 1{,}41f$ dans le cas d'un écran dimensionné par la méthode de la butée simple avec majoration *a posteriori* de la fiche,
- $D = f$, la valeur de $k_p/2$ étant utilisée dans les expressions de D, T et M_{max} à la place de k_p dans le cas d'un écran dimensionné par la méthode de la butée simple avec minoration préalable de la butée.

Les trois grandeurs dimensionnant l'écran s'écrivent alors sous la forme :

$$D = hd\left(\frac{k_a}{k_p - k_a}, \frac{\gamma}{\gamma'}, \frac{h_w}{h}, \frac{q}{\gamma' h}, \frac{h_t}{h}\right) \tag{11}$$

$$T = \frac{1}{2}(k_p - k_a)\gamma' h^2\, t\left(\frac{k_a}{k_p - k_a}, \frac{\gamma}{\gamma'}, \frac{h_w}{h}, \frac{q}{\gamma' h}, \frac{h_t}{h}\right) \tag{12}$$

$$M_{max} = \frac{1}{6}(k_p - k_a)\gamma' h^3\, m_{max}\left(\frac{k_a}{k_p - k_a}, \frac{\gamma}{\gamma'}, \frac{h_w}{h}, \frac{q}{\gamma' h}, \frac{h_t}{h}\right) \tag{13}$$

où d, t et m_{max} ne sont fonctions que des seuls paramètres $\frac{k_a}{k_p - k_a}$, $\frac{q}{\gamma' h}$, $\frac{h_w}{h}$, $\frac{h_t}{h}$ et $\frac{\gamma}{\gamma'}$.

Résultats

L'analyse ci-dessus confirme les résultats trouvés précédemment, à savoir en particulier que le niveau de surcharge à considérer est non pas défini par la valeur donnée à q, mais par la valeur relative de $\frac{q}{\gamma' h}$. Cette valeur relative étant maintenue constante, ainsi que les autres variables réduites $\frac{k_a}{k_p - k_a}$, $\frac{h_w}{h}$, $\frac{h_t}{h}$ et $\frac{\gamma}{\gamma'}$, la fiche, la réaction d'appui et le moment fléchissant maximum varient respectivement avec les puissances première, deuxième et troisième de la hauteur libre de l'écran.

Ce résultat permet de faire apparaître l'ensemble des résultats de calcul sur la figure 6 (résultats obtenus pour la méthode de la ligne élastique) et la figure 7 (méthode de la butée simple). Sur ces figures, les valeurs de $\frac{D}{h}$, $\frac{T}{T_0}$ et $\frac{M_{max}}{M_0}$ ont été représentées en fonction de la variable réduite $\frac{k_a}{k_p - k_a}$ pour les deux niveaux de nappes considérés (caractérisés par $\frac{h_w}{h} = 1$ et $\frac{h_w}{h} = 0{,}1$) et pour les différentes valeurs de $\frac{q}{\gamma' h}$ résultant des valeurs considérées pour h et pour q.

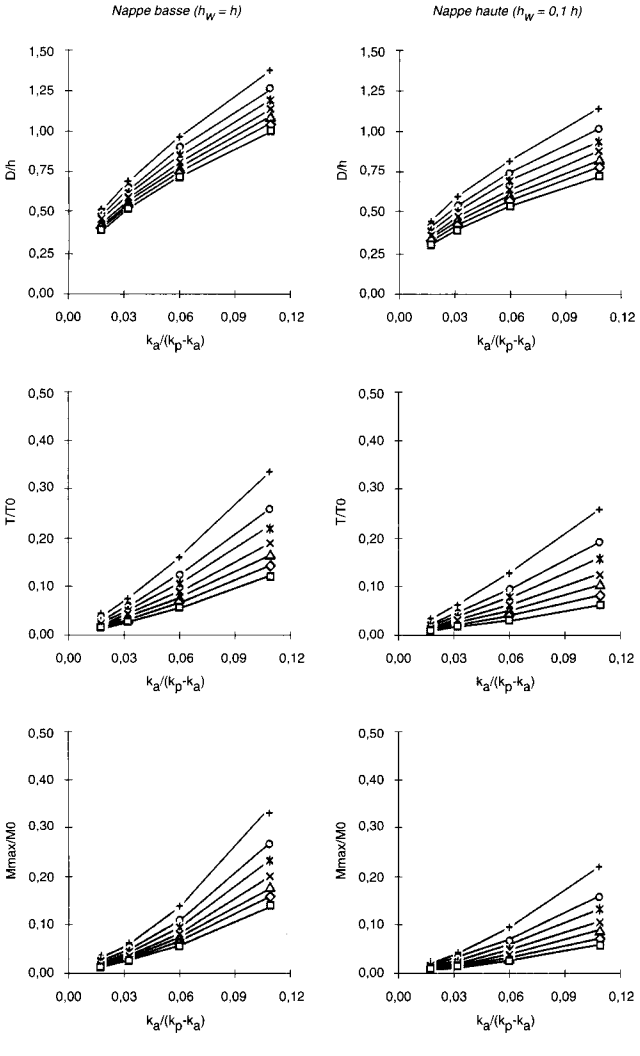

Fig. 6 - Résultats obtenus par la méthode de la ligne élastique.

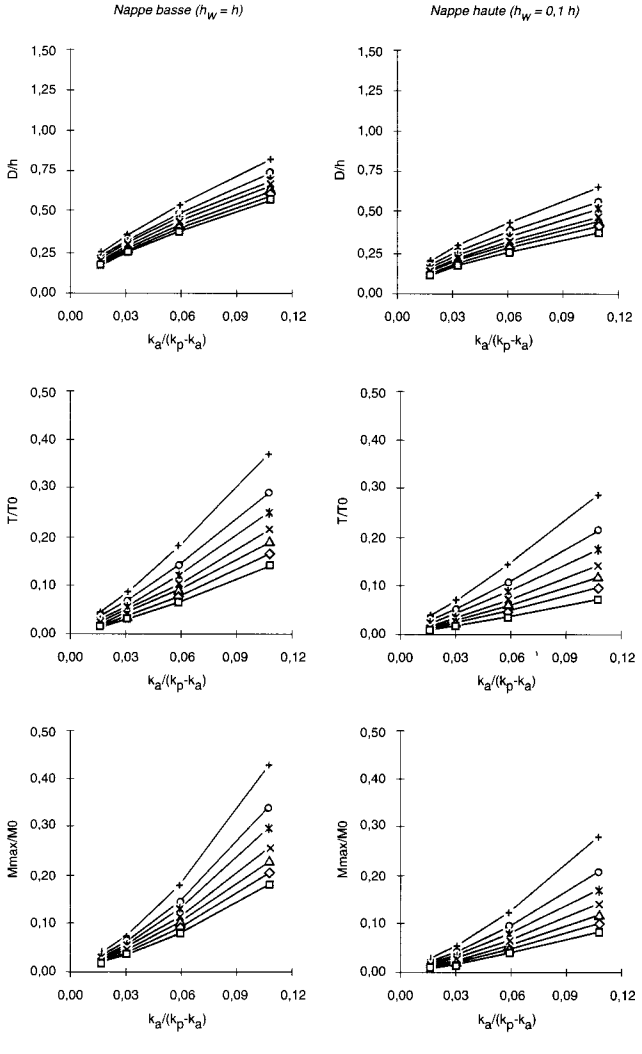

Fig. 7 - Résultats obtenus par la méthode de la butée simple.

Valeur de $\frac{q}{\gamma' h}$: —□— 0 —◇— 2/15 —△— 4/15 —⊠— 6/15 —✱— 9/15 —○— 12/15 —+— 18/15

Les autres variables réduites prennent les valeurs $\frac{h_t}{h} = 0{,}1$ et $\frac{\gamma}{\gamma'} = 2$ compte tenu des hypothèses considérées.

Remarque : La figure 7 représente les résultats obtenus à l'équilibre limite de l'écran, sans minoration préalable de la butée. Les fiches obtenues à l'issue de ces calculs n'ont par ailleurs pas été majorées. Ainsi, pour connaître le résultat obtenu par application de la méthode de la butée simple avec minoration préalable de 50 % de la butée, il faudra lire en abscisse la valeur de $\frac{k_a}{k_p/2 - k_a}$ et non pas la valeur de $\frac{k_a}{k_p - k_a}$; pour avoir le résultat obtenu par application de la méthode de la butée simple avec majoration *a posteriori* de 41 % de la fiche, on multipliera par 1,41 fois la valeur de $\frac{D}{h}$ lue pour la valeur $\frac{k_a}{k_p - k_a}$ en abscisse.

Une expression synthétique du niveau de chargement

L'expression du point de pression nulle

La position e du point de pression nulle, comptée sous le niveau du fond de fouille devant l'écran, peut facilement être exprimée sous la forme :

$$e = h \frac{k_a}{k_p - k_a}\left[\frac{q}{\gamma' h} + \frac{\gamma}{\gamma'}\frac{h_w}{h} + \left(1 - \frac{h_w}{h}\right)\right] \quad (14)$$

Cette expression fait intervenir les différentes composantes du chargement de l'écran, surcharge q, contributions à la poussée du sol situé au-dessus de la nappe $h_w\ \gamma$ et du sol situé au-dessous de la nappe $(h - h_w)\ \gamma'$, compte tenu de la résistance au cisaillement du sol exprimée par le coefficient k_a. Ce chargement est « normalisé » par la capacité effective de mobilisation du sol en butée, définie par $(k_p - k_a)\ \gamma'$.

Résultats

Les fiches, moment fléchissant maximal et réaction d'appui réduit obtenus avec la méthode de la ligne élastique, sont représentées sur la figure 8 en fonction de la valeur de $\frac{e}{h}$ caractérisant chacun des ouvrages dimensionnés.

On observe que la valeur de $\frac{e}{h}$ gouverne relativement bien les différents éléments du dimensionnement de l'écran. En particulier, elle explique

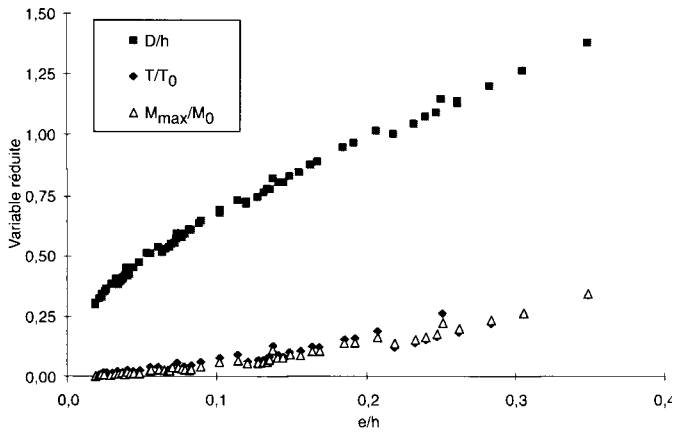

Fig. 8 - Résultats obtenus par la méthode de la ligne élastique exprimés en fonction de e/h.

très correctement la valeur prise par la fiche réduite et assez correctement la valeur prise par le moment fléchissant réduit maximum.

La valeur prise par la réaction d'appui réduite est, quant à elle, moins bien expliquée.

Ces résultats s'expliquent par le fait que la valeur $\frac{e}{h}$ constitue en quelque sorte un « indice de chargement » de l'écran : elle croît avec le niveau relatif de surcharge $\frac{q}{\gamma' h}$ appliquée sur le terre-plein et avec la part de sol situé au-dessus de la nappe, caractérisée par $\frac{h_w}{h}$ et $\frac{\gamma}{\gamma'}$, tandis qu'elle décroît quand la résistance au cisaillement du sol augmente.

Comparaison des méthodes de calcul

La fiche

Les valeurs de $\frac{D}{h}$ calculées pour les différents ouvrages sont représentées sur la figure 9.

On observe que $\frac{D}{h}$ croît de façon régulière avec $\frac{e}{h}$. Pour de faibles valeurs de $\frac{e}{h}$, soit pour des rideaux combinant faible chargement et forte résistance au cisaillement du sol, les deux méthodes de butée simple conduisent à des fiches à peu près égales et sensiblement plus courtes que celles calculées par la méthode de la ligne élastique. La valeur de $\frac{e}{h}$ augmentant, l'écart relatif entre les valeurs de la fiche calculées par les méthodes de butée simple et les

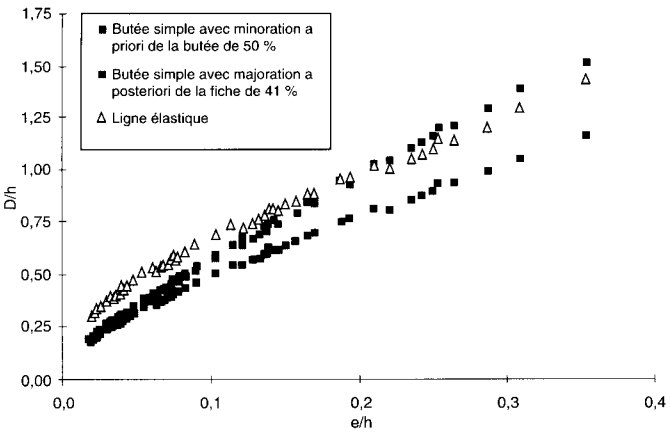

Fig. 9 - Fiches réduites calculées à partir des différentes méthodes de calcul et pour différents ouvrages.

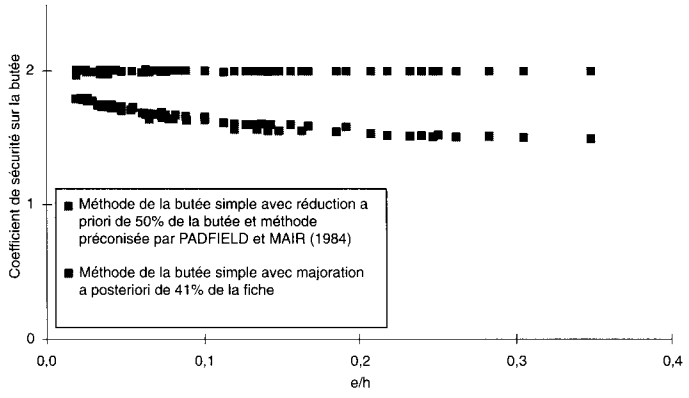

Fig. 10 - Coefficients de sécurité vis-à-vis du défaut de fiche, pour les écrans dimensionnés par les méthodes de butées simples.

valeurs calculées par la méthode de la ligne élastique diminue. Toutefois, la fiche calculée par la méthode de la butée simple avec majoration *a posteriori* de la fiche reste toujours largement inférieure à la fiche calculée par la méthode de la ligne élastique, tandis que la fiche calculée par la méthode de la butée simple avec minoration préalable de la butée devient supérieure à la fiche calculée par la méthode de la ligne élastique pour les fortes valeurs de $\frac{e}{h}$.

Sécurité vis-à-vis du défaut de fiche des écrans calculés en butée simple

Ces résultats concernant les fiches d'écran peuvent être interprétés en termes de niveau de sécurité des ouvrages vis-à-vis du défaut de fiche. Ce niveau de sécurité est exprimé comme le rapport du moment de la butée mobilisable devant l'écran au moment de la butée mobilisée devant l'écran, les moments étant calculés au point d'appui de l'écran.

L'ouvrage étant en équilibre, le moment au point d'appui de la butée mobilisée est égal au moment au point d'appui des efforts de poussée derrière l'écran. Le coefficient de sécurité vis-à-vis du défaut de fiche s'exprime donc par $F = \frac{M(P_p)}{M(P_a)}$, où P_a et P_p sont respectivement les résultantes des efforts de poussée du côté du terrain et de butée mobilisable du côté de l'excavation.

La figure 10 représente, en fonction du niveau de chargement, le coefficient de sécurité de chaque ouvrage :

➢ Le coefficient de sécurité sur la butée est, conformément aux hypothèses de calcul, de deux pour la méthode de butée simple avec minoration *a priori* de la butée et pour la méthode préconisée par Padfield et Mair (1984).

➢ Pour la méthode consistant à multiplier par $\sqrt{2}$ la fiche obtenue à l'équilibre limite, le coefficient de sécurité s'écrit également $F = \frac{M(P_p + \Delta P_p)}{M(P_a + \Delta P_a)}$, où P_a et P_p sont respectivement les résultantes des efforts de poussée du côté du terrain et de butée mobilisable du côté de l'excavation, calculées à l'équilibre limite de l'écran, et ΔP_a et ΔP_p sont respectivement les suppléments de P_a et P_p dus à la majoration de la fiche ; ce coefficient décroît de façon monotone avec $\frac{e}{h}$ de la valeur 1,8 pour les écrans les moins chargés à la valeur 1,5 pour les écrans les plus chargés.

Sécurité vis-à-vis du défaut de fiche des écrans encastrés

Il est possible d'établir le rapport de la butée mobilisable sur la hauteur totale de la fiche à la butée prise en compte dans le dimensionnement de l'écran. Compte tenu de la forme de ce dernier diagramme de pression (fig. 5), ce rapport est égal à $\frac{D^2}{\left(\frac{(D + 0{,}2e)}{1{,}2}\right)^2}$, soit à environ 1,4, avec une légère décroissance quand $\frac{e}{D}$ croît (c'est-à-dire quand $\frac{e}{h}$ croît, fig. 11).

Ce rapport n'exprime cependant pas le coefficient de sécurité de l'ouvrage vis-à-vis du défaut de fiche. En effet, en préalable à la perte d'équilibre par défaut de fiche, le pied de l'écran se déplace nécessairement vers l'aval, entraînant l'annulation de la force de contrebutée. L'écran adopte alors un comportement simplement buté en pied.

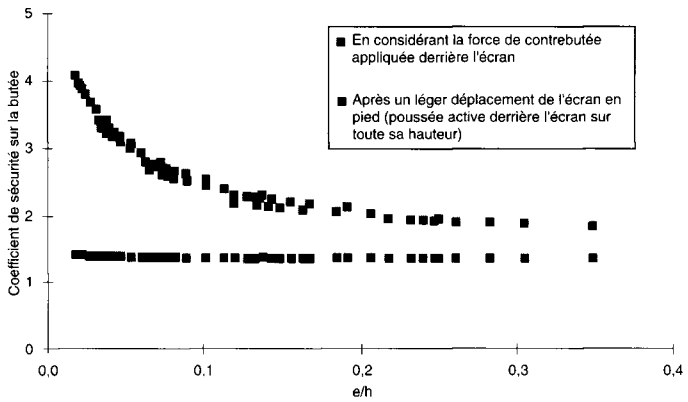

Fig. 11 - Coefficient de sécurité vis-à-vis du défaut de fiche, pour les différents écrans dimensionnés par la méthode de la ligne élastique.

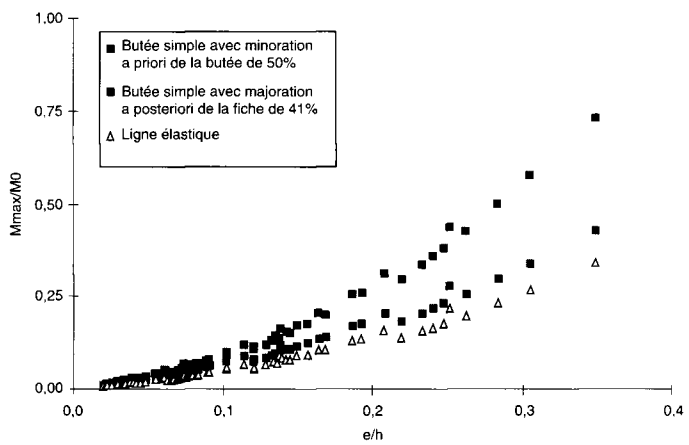

Fig. 12 - Moments fléchissants réduits maximaux M_{max}/M_0 calculés par les différentes méthodes.

Compte tenu de ceci, la sécurité en fiche des écrans encastrés a été examinée en exprimant le coefficient de sécurité de la même façon que pour les écrans simplement butés, c'est-à-dire à l'aide du coefficient $F = \frac{M(P_p)}{M(P_a)}$ où les forces P_a et P_p sont respectivement les résultantes de la poussée active prise sur toute la hauteur de l'écran, côté terrain, et de la butée passive prise sur toute la hauteur de la fiche, du côté de l'excavation, les moments étant pris au point d'appui. Les calculs effectués montrent (fig. 11) que le coefficient de sécurité est élevé pour les faibles valeurs de $\frac{e}{h}$ mais décroît quand le chargement augmente, tout d'abord rapidement, puis, plus doucement. Lorsque $\frac{e}{h}$ devient supérieur à 0,2, ces coefficients de sécurité prennent des valeurs inférieures à 2, ce qui est cohérent avec l'évolution, en fonction de $\frac{e}{h}$, du rapport entre la fiche calculée par la méthode de la butée simple avec minoration préalable de la butée et la fiche calculée par la méthode de la ligne élastique (fig. 9).

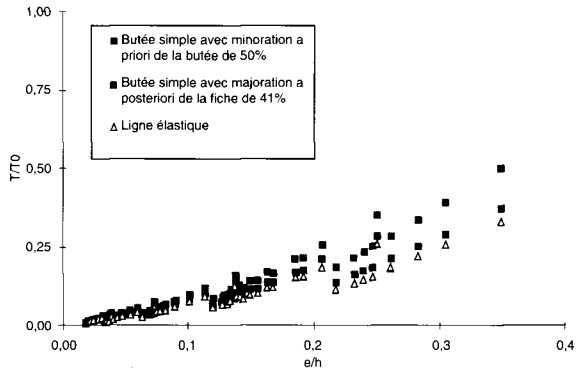

Fig. 13 - Réactions d'appui réduites T/T_0 calculées par les différentes méthodes.

Les moments fléchissants maximaux

Les moments maximaux réduits $\frac{M_{max}}{M_0}$ obtenus avec les différentes méthodes de calcul pour les différents ouvrages sont représentés en fonction de $\frac{e}{h}$ sur la figure 12. Cette figure fait apparaître que, comme la fiche réduite $\frac{D}{h}$, le moment réduit maximum dépend essentiellement de la méthode de calcul et de l'indice de chargement $\frac{e}{h}$.

Ainsi, on observe que, pour chacune des trois méthodes utilisées, le chargement de l'écran augmentant, le moment réduit maximal dans l'écran augmente. Les moments réduits maximaux calculés par la méthode de la ligne élastique restent, toutefois, toujours inférieurs à ceux calculés par la méthode de la butée simple avec majoration *a posteriori* de la fiche, lesquels restent toujours inférieurs à ceux calculés par la méthode de la butée simple avec minoration *a priori* de la butée.

Cet écart entre les résultats obtenus par les trois méthodes varie avec le chargement : l'écart relatif entre les moments maximaux calculés avec les méthodes de la ligne élastique et de la butée simple avec majoration *a posteriori* de la fiche tend à décroître quand le chargement augmente, tandis que l'écart entre les moments maximaux calculés par les méthodes de la ligne élastique et de la butée simple avec minoration *a priori* de la butée tend à croître quand le chargement augmente.

Les réactions d'appui

De la même façon que les moments réduits maximaux, les réactions d'appui réduites $\frac{T}{T_0}$ sont représentées graphiquement sur la figure 13. On observe que si, qualitativement, les réactions d'appui réduites se comportent comme les moments fléchissants réduits, la dépendance à l'indice de chargement $\frac{e}{h}$ est moins nette.

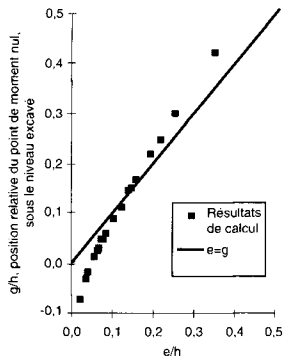

Fig. 14

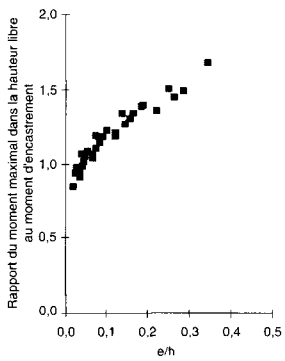

Fig. 15

Fig. 14 - Positions relatives des points de pression nulle et de moment nul pour des écrans dimensionnés par la méthode de la ligne élastique.

Fig. 15 - Importance relative des moments maximaux dans la hauteur libre et en fiche pour des écrans dimensionnés par la méthode de la ligne élastique.

Les méthodes dérivées de la méthode de la ligne élastique

La méthode de la poutre équivalente

Les résultats obtenus par la méthode de la ligne élastique permettent d'apprécier l'hypothèse faite par la méthode simplifiée dite de la poutre équivalente. Cette hypothèse consiste, dans le cas des sols frottants, à considérer que le point de moment nul est confondu avec le point de pression différentielle nulle.

Pour les différents ouvrages dimensionnés par la méthode de la ligne élastique, les valeurs obtenues des positions relatives $\frac{g}{h}$ des points de moment fléchissant nul, ainsi que les valeurs des rapports des moments maximaux dans la partie libre de l'écran aux moments maximaux en fiche, sont portés, en fonction de l'indice de chargement $\frac{e}{h}$, sur les figures 14 et 15.

Ces représentations font apparaître que la position du point de moment nul évolue dans le même sens que la position du point de pression nulle, mais de façon plus rapide, et que le rapport des moments dans la partie libre de l'écran aux moments en fiche évolue avec le chargement. Ainsi, pour les écrans les moins chargés, le point de moment fléchissant nul se trouve au-dessus du fond de fouille et le moment en fiche est dimensionnant. Dès que le chargement augmente, le point de moment nul passe sous le fond de fouille, puis sous le point de pression nulle et le moment dans la partie libre de l'écran devient dimensionnant.

Position du point de moment fléchissant nul pour différents cas de chargement.

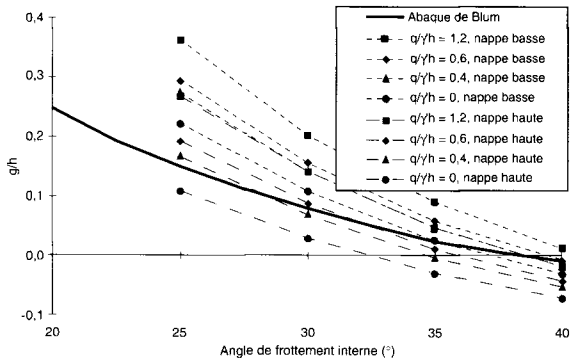

Fig. 16 - En fonction de l'angle de frottement.

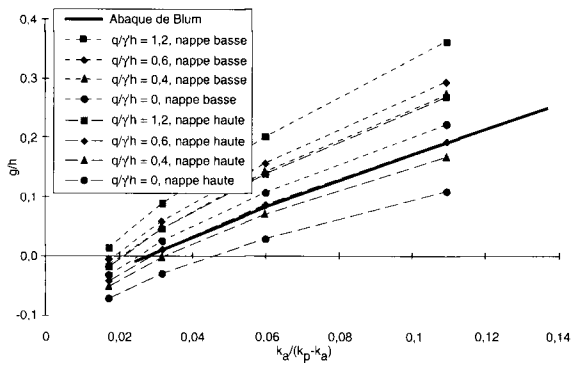

Fig. 17 - En fonction de la valeur de $\frac{k_a}{k_p - k_a}$.

L'hypothèse qui consiste à confondre point de pression nulle et point de moment nul se trouve justifiée pour des écrans moyennement chargés, c'est-à-dire tels que $\frac{e}{h}$ soit au voisinage de 0,1 à 0,2. Pour des rideaux plus chargés, cette hypothèse conduit à sous-estimer la profondeur du point de moment nul et donc à sous-estimer les moments fléchissants en partie libre de l'écran alors que ces derniers sont dimensionnants. Inversement, pour les écrans les moins chargés, fixer le point de moment nul au point de pression nulle conduit à surestimer la profondeur du point de moment nul et donc à sous-estimer le moment en fiche alors que ce dernier est dimensionnant.

L'abaque de BLUM

L'abaque proposé par Blum, [voir, par exemple, Costet et Sanglerat, (1983)] pour estimer la position du point de moment fléchissant nul à partir de l'angle de frottement du sol peut également être discuté à partir des dimensionnements obtenus par la méthode de la ligne élastique.

Pour les différents ouvrages dimensionnés, la position relative $\frac{g}{h}$ du point de moment fléchissant nul a été portée en fonction de l'angle de frottement du sol (fig. 16). Cette figure montre que l'abaque de Blum restitue très approximativement la position du point de moment fléchissant nul.

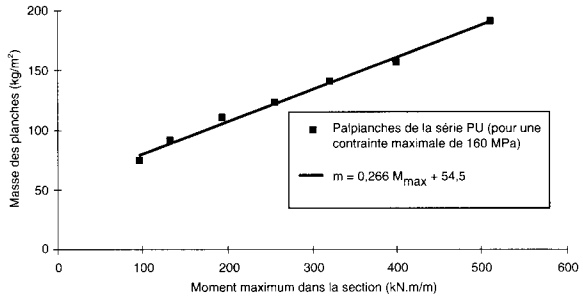

Fig. 18 - Relation entre la masse des palplanches et le moment de flexion admis, pour la série PU et pour une contrainte maximum de 160 MPa.

En particulier, lorsque le niveau de surcharge augmente et que le niveau de la nappe baisse, c'est-à-dire lorsque le chargement augmente, on s'éloigne de l'abaque de Blum, ceci d'autant plus que l'angle de frottement du sol est faible. Pour de tels ouvrages, l'abaque de Blum a donc tendance à sous-estimer les efforts de flexion dans la partie libre de l'écran.

Par ailleurs, l'abaque de Blum présente une forme générale plus aplatie que les courbes résultant du calcul par la méthode de la ligne élastique. Ceci peut être attribué au fait que, à angle de frottement égal, les valeurs de k_p considérées par Blum sont différentes de celles considérées dans la présente étude. Verdeyen et Roisin (1955) rapportent ainsi que Blum considère, en butée, deux fois la valeur de Rankine, et non pas la valeur issue de la théorie de Boussinesq pour $\delta_p = -2/3\ \varphi'$.

La figure 17 restitue l'abaque de Blum et les résultats obtenus par la méthode de la ligne élastique, non plus en fonction de l'angle de frottement du sol, mais en fonction de la valeur de $\frac{k_a}{k_p - k_a}$ considérée dans le calcul. Dans cette représentation, l'abaque de Blum ne présente plus d'aplatissement par rapport aux résultats trouvés dans la présente étude.

Économie des projets

Pour des écrans constitués de rideaux de palplanches, les résultats obtenus permettent d'estimer l'incidence économique du choix de la méthode de calcul.

En effet, considérant une série de palplanches, une nuance d'acier et un taux de travail de l'acier, la masse d'acier par mètre carré de rideau est proportionnelle au moment maximum à reprendre. Pour des palplanches de la série PU, de nuance d'acier définie par $\sigma_e = 240$ MPa et pour un taux de travail de 2/3 σ_e (soit une contrainte maximale dans l'acier de 160 MPa), la

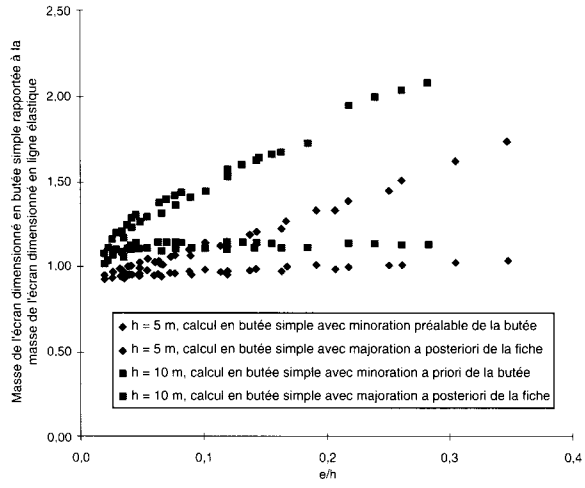

Fig. 19 - Rapport des masses par mètre de longueur des rideaux dimensionnés par la méthode de la butée simple aux masses par mètre de longueur des rideaux dimensionnés par la méthode de la ligne élastique.

masse d'acier m par mètre carré d'écran nécessaire pour reprendre un moment fléchissant M_{max} est approximativement égale à $m = 0{,}266\ M_{max}$, + 55,4, m étant exprimé en kg/m² et M_{max} en kNm/m (fig. 18).

Pour chacune des configurations étudiées, on a calculé, à partir de la relation donnée ci-dessus pour les palplanches PU, le rapport de la masse résultant du dimensionnement par la méthode de la ligne élastique à la masse correspondant au dimensionnement par la méthode de la butée simple, ceci pour les deux modalités d'application de la méthode de la butée simple.

Compte tenu de la forme de l'expression donnant la masse de l'écran en fonction du moment fléchissant, le rapport des masses d'écran n'est plus indépendant de la hauteur libre comme l'était le rapport des moments fléchissants ou des fiches. La figure 19 donne, pour les hauteurs libres de 5 et 10 m, et pour les deux modalités différentes d'application de la méthode de la butée simple, le rapport des masses d'écrans calculés avec la méthode de la butée simple aux masses d'écrans calculés par la méthode de la ligne élastique.

On observe que la méthode de la butée simple appliquée avec majoration *a posteriori* de la fiche conduit à des écrans de masse proche de celle que fournit la méthode de la ligne élastique. En revanche, la méthode de la butée simple avec minoration *a priori* de la butée conduit à des écrans très sensiblement plus lourds que la méthode de la ligne élastique, ceci, d'autant plus que l'écran est très chargé.

Par ailleurs, l'augmentation de la hauteur libre conduit à une augmentation des rapports de masse, d'autant plus forte que l'écran est faiblement chargé.

Notations et unités

e	➢	Profondeur du point de pression nulle, comptée sous le niveau de l'excavation.
f	➢	Fiche avant majoration forfaitaire (de 20 % pour la méthode la ligne élastique, de 41 % pour la méthode de la butée simple avec majoration *a posteriori* de la fiche).
g	➢	Profondeur du point de moment fléchissant nul, comptée sous le niveau de l'excavation.
m	➢	Masse de l'écran, par mètre carré d'écran.
h	➢	Hauteur libre de l'écran.
h_w	➢	Profondeur de la nappe, comptée sous le niveau du terre-plein.
h_t	➢	Profondeur du niveau d'appui, comptée sous le niveau du terre-plein.
k_a	➢	Composante horizontale du coefficient de poussée des terres k_a.
k_p	➢	Composante horizontale du coefficient de butée des terres k_p.
p_a	➢	Contrainte appliquée en un point de l'écran par le sol en état d'équilibre limite de poussée.
p_p	➢	Contrainte appliquée en un point de l'écran par le sol en état d'équilibre limite de butée.
q	➢	Surcharge uniformément répartie sur le terre-plein.
y	➢	Déplacement horizontal d'un point de l'écran.
C	➢	Force de contrebutée, pour le calcul des rideaux encastrés.
D	➢	Fiche de l'écran.
F_B	➢	Coefficient de sécurité pris sur les contraintes de butée, pour les calculs en butée simple.
H	➢	Hauteur totale de l'écran.
M	➢	Moment fléchissant en un point de l'écran.
M_{max}	➢	Moment fléchissant maximal dans l'écran.
N	➢	Centre de rotation de la partie inférieure de l'écran, au sein du sol, pour le calcul des rideaux encastrés.
P_a	➢	Composante horizontale de la résultante des efforts de poussée appliqués par le sol à l'écran.
P_p	➢	Composante horizontale de la résultante des efforts de butée appliqués par le sol à l'écran.
T	➢	Composante horizontale de la réaction de l'appui.
V	➢	Effort tranchant dans l'écran.
δ_a	➢	Inclinaison des contraintes de poussée sur l'écran, par rapport à l'horizontale.
δ_p	➢	Inclinaison des contraintes de butée sur l'écran, par rapport à l'horizontale.
γ_w	➢	Poids volumique de l'eau.
γ	➢	Poids volumique du sol.
γ'	➢	Poids volumique déjaugé du sol.
φ'	➢	Angle de frottement effectif du sol.
σ_e	➢	Limite élastique de l'acier.

Conclusions

Les résultats de l'étude paramétrique du dimensionnement d'un écran de soutènement, complétés d'une brève analyse de la formulation des méthodes de calcul, ont en premier lieu permis de confirmer des résultats « classiques » concernant les méthodes traditionnelles de dimensionnement des ouvrages, comme la dépendance des caractéristiques de l'ouvrage avec les puissances successives de la hauteur libre, ou le rôle joué par le niveau relatif de surcharge $\frac{q}{\gamma' h}$ ou par le niveau relatif de la nappe $\frac{h_w}{h}$.

Cette étude a permis de mettre en évidence le rôle important joué par la combinaison des différents facteurs caractérisant le chargement, combinaison directement reliée à l'expression de la position relative du point de pression nul $\frac{e}{h}$. Cette expression contrôle assez bien les différents aspects caractérisant le dimensionnement de l'ouvrage, en particulier la fiche et le moment fléchissant maximal, quelle que soit la méthode de dimensionnement utilisée.

Cette expression, utilisée comme « indice de chargement » de l'écran, a été utilisée pour comparer les méthodes de dimensionnement utilisées ici. On a ainsi pu mettre en évidence qu'au-delà d'un certain seuil de chargement, la méthode de la butée simple avec minoration préalable de la butée de 50 % conduit à dimensionner les ouvrages sur la base d'efforts beaucoup plus importants que les autres méthodes.

On a par ailleurs observé que l'application de la méthode de la ligne élastique et de la méthode de la butée simple avec majoration *a posteriori* de la fiche conduit à des coefficients de sécurité vis-à-vis du défaut de fiche qui décroissent quand le niveau de chargement de l'ouvrage augmente. Ainsi, pour des ouvrages très chargés, la méthode de la butée simple avec majoration *a posteriori* de la fiche conduit à des coefficients de sécurité inférieurs à 1,5. Enfin, il apparaît que les méthodes simplifiées de calcul des écrans encastrés ont tendance à sous-estimer les sollicitations dans l'ouvrage par rapport au dimensionnement donné par la méthode de la ligne élastique.

En conclusion, si l'on devait s'en tenir à ce seul critère de chargement pour choisir la méthode de calcul la plus adaptée, le dimensionnement des écrans de soutènement pourrait faire appel à une méthode de rideau encastré ou de butée simple avec majoration *a posteriori* de la fiche pour les écrans les moins chargés tandis que, pour les écrans les plus chargés, la méthode consistant à dimensionner la fiche avec une butée réduite et à considérer les efforts issus d'un calcul à l'équilibre limite sans minoration de la butée pourrait être adoptée concurremment à la méthode de la ligne élastique. Ce critère de chargement ne peut toutefois être le seul critère de choix de la méthode de dimensionnement. En particulier, il convient de lui adjoindre le critère portant sur la rigidité relative de l'écran dans le sol, critère pour lequel des nouveaux développements sont nécessaires.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

COSTET J., SANGLERAT G. (1983), *Cours pratique de mécanique des sols*, Dunod, Paris, 447 pages.

DELMER T. (1993), *Rideaux de palplanches en milieu pulvérulent ancrés par tirants passifs : comparaison de diverses méthodes de calcul*, Travail de fin d'études de l'ENTPE Laboratoire central des Ponts et Chaussées, Paris, 31 pages et annexes.

JOSSEAUME H. (1976), *Comportement et méthodes de calcul des rideaux de soutènement*, Cours de l'ENTPE, Lyon, 35 pages.

KERISEL J., ABSI E. (1990), *Active and passive earth pressure*, Balkema, Rotterdam, 220 pages.

PADFIELD C.J. et MAIR R.J. (1984), *Design of retaining walls embedded in stiff clay*, CIRIA Report 104, 146 pages.

VERDEYEN J. et ROISIN V. (1955), *Stabilité des terres*, Eyrolles, Paris.

ABSTRACT

Comparison of Standard Anchored Retaining Wall Design Methods

L. DELATTRE - H. JOSSEAUME - L. MESPOULHE - T. DELMER

An analysis of the standard retaining wall design methods brings out the dimensionless character of the problem and reveals a factor characterizing the wall loading level. This analysis is used to interpret the results of a parametric study of retaining wall design. In particular, it is determined both how the results obtained by the standard design methods change according to the configuration of the structure investigated and how the results found differ according to the method used.

- Finally, the new positioning system investigation station (Sessyl) recently set up at the Laboratoire Central des Ponts et Chaussées is presented.