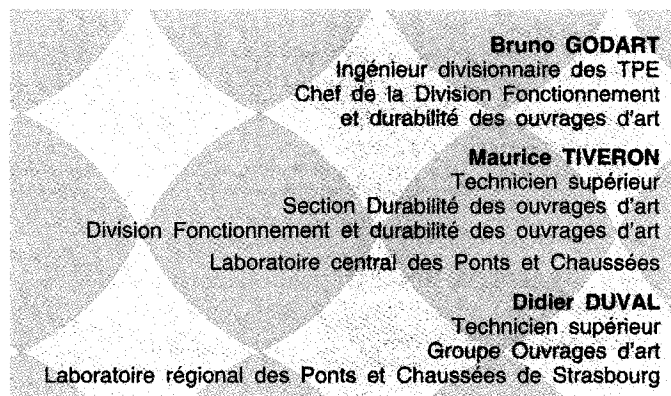
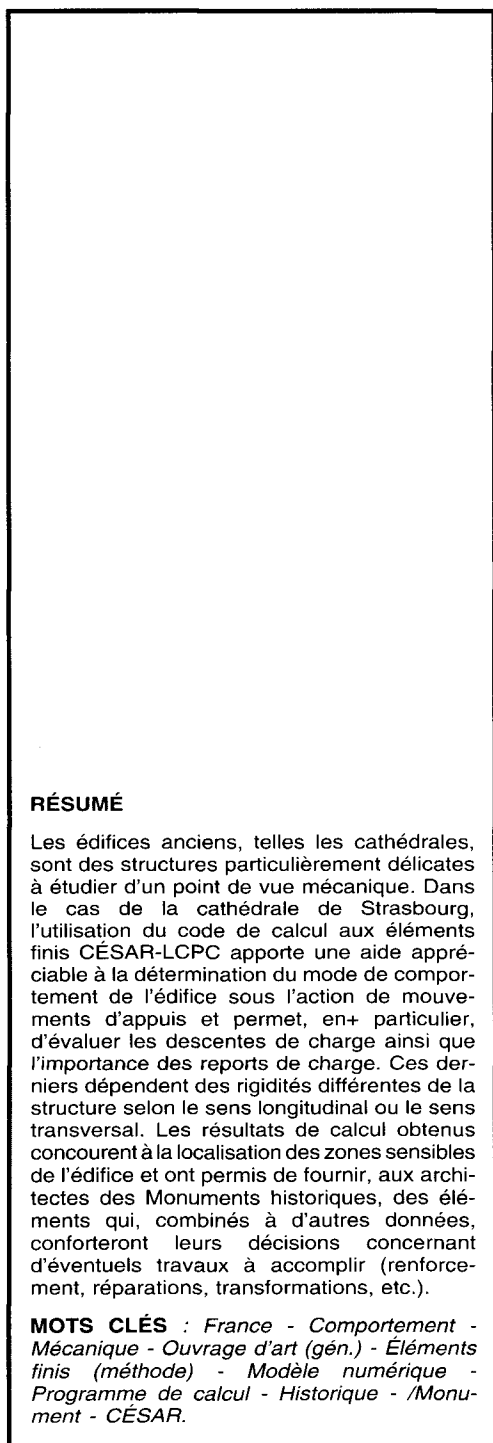


Modélisation de la cathédrale de Strasbourg à l'aide du code de calcul aux éléments finis CÉSAR-LCPC

Étude de l'influence de mouvements d'appuis sur le comportement d'une partie de l'édifice



RÉSUMÉ

Les édifices anciens, telles les cathédrales, sont des structures particulièrement délicates à étudier d'un point de vue mécanique. Dans le cas de la cathédrale de Strasbourg, l'utilisation du code de calcul aux éléments finis CÉSAR-LCPC apporte une aide appréciable à la détermination du mode de comportement de l'édifice sous l'action de mouvements d'appuis et permet, en particulier, d'évaluer les descentes de charge ainsi que l'importance des reports de charge. Ces derniers dépendent des rigidités différentes de la structure selon le sens longitudinal ou le sens transversal. Les résultats de calcul obtenus concourent à la localisation des zones sensibles de l'édifice et ont permis de fournir, aux architectes des Monuments historiques, des éléments qui, combinés à d'autres données, conforteront leurs décisions concernant d'éventuels travaux à accomplir (renforcement, réparations, transformations, etc.).

MOTS CLÉS : France - Comportement - Mécanique - Ouvrage d'art (gén.) - Éléments finis (méthode) - Modèle numérique - Programme de calcul - Historique - Monument - CÉSAR.

Introduction

Les grandes cathédrales gothiques font incontestablement partie du patrimoine de notre civilisation, et force est de constater que leurs bâtisseurs, aux XII^e et XIII^e siècles, ont fait preuve de créativité et d'audace pour élever des édifices aussi imposants par leur hauteur que par leur élancement.

Sur le plan structurel, l'évolution majeure rencontrée dans la construction des cathédrales gothiques par rapport aux grandes églises romanes réside en une meilleure maîtrise de la poussée des voûtes à leur naissance, et se concrétise par la création de voûtes en arc surélevé (arc d'ogive) et l'introduction d'arcs-boutants associés à des contreforts. C'est ainsi que la cathédrale de Saint-Denis, dont les travaux commencèrent en 1136, fut la première grande cathédrale à bénéficier de la technique des arcs-boutants et contreforts [1].

La cathédrale de Strasbourg, dont la construction a commencé à la fin du XII^e siècle, fait partie des grandes cathédrales gothiques dans la mesure où la hauteur de sa nef atteint 32 mètres. Le rapport entre la hauteur de nef et la largeur totale de cet édifice a une valeur de 0,72. Par comparaison avec les caractéristiques de quelques autres cathédrales [1] [2], le tableau I permet de constater que la cathédrale de Strasbourg se situe parmi les édifices relativement ramassés.

TABLEAU I
Principales caractéristiques géométriques des cathédrales les plus importantes
(d'après [1])

Cathédrale	Date de début de construction	Hauteur de nef (m)	Largeur de nef (m)	Largeur totale nef + bas-côtés (m)	Rapport hauteur de nef/largeur totale
Saint-Denis	1136	29,0	12,5	39 (1)*	0,74
Notre-Dame de Paris	1163	34,0	12,0	46 (2)*	0,74
Bourges	1185	37,0	14,0	41 (2)*	0,90
Chartres	1194	37,0	16,0	30 (1)*	1,23
Reims	1211	38,0	16,0	50	0,76
Amiens	1220	42,3	14,0	40	1,06
Beauvais	1247	48,0			
Strasbourg	1170	32,0	16,6	44,5 (1)*	0,72
Bruxelles (Belgique)	1225	26,5	12,9	34,5 (1)*	0,77

* Les chiffres entre parenthèses représentent le nombre de bas-côtés jouxtant chacun des côtés de la nef principale.

Celle-ci comporte des voûtes quadripartites, et sa nef présente une ordonnance à trois étages : les grandes arcades, le triforium et les fenêtres hautes.

Comme beaucoup d'autres cathédrales construites aux XII^e et XIII^e siècles, celle de Strasbourg est érigée sur les fondations d'une église plus ancienne. En se basant sur des critères chronologiques, qui correspondent d'ailleurs aux différents modes d'exécution, on peut distinguer :

- les fondations romanes, appartenant à l'édifice précédent, encore appelées wernheriennes, d'après le nom de l'évêque Wernher ou Werinher, qui les avait construites dans les premières décennies du XI^e siècle,
- les fondations réalisées dans le transept et datant de la fin du XII^e siècle,
- les renforcements gothiques des fondations de la nef et des bas-côtés (ou collatéraux) que deux maîtres exécutèrent successivement à partir de 1235,
- les fondations gothiques du narthex dont la première pierre a été posée en 1277, et qui étaient encore en cours d'exécution en 1280.

La figure 1 (coupe horizontale de l'édifice au niveau du dallage) donne les périodes de construction des différents éléments de l'édifice.

L'examen plus détaillé des fondations de la nef confirme la disparité de leur constitution.

La figure 2 présente deux exemples de types de fondations existantes et observées lors de fouilles. Sur le dessin de Ch. Pierre (fig. 2a) montrant la fondation du premier pilier de la nef, on distingue nettement l'embase des piliers débordants

sur la largeur du mur wernherien avec le remplissage en gros blocs de la cavité profondément entaillée dans ce dernier.

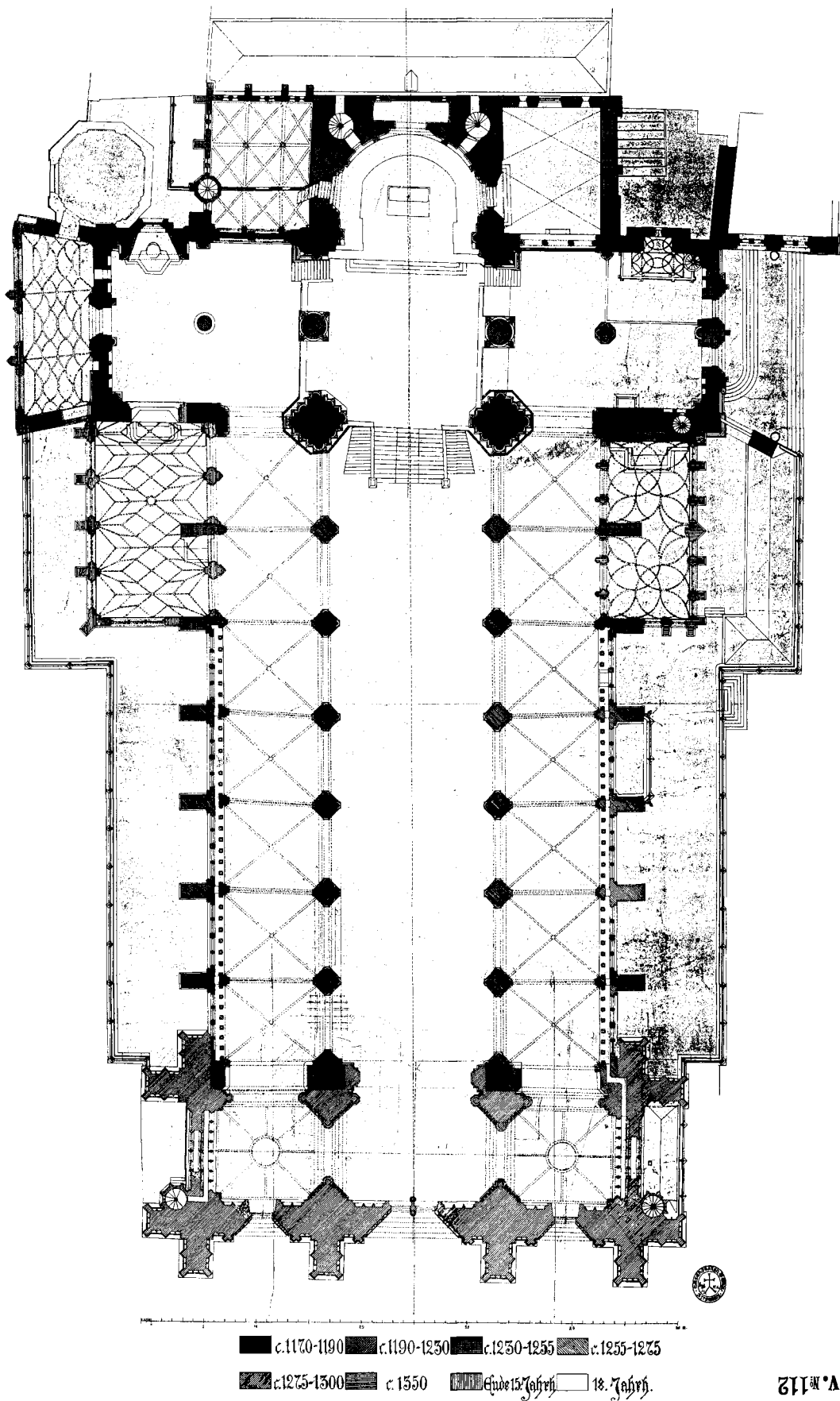
Un autre exemple est celui des fondations du mur gouttereau du bas-côté. Les fouilles exécutées par Fries en 1835 (fig. 2b) montrent une fondation formée de deux parties :

- un mur wernherien sur pieux de bois, ces pieux traversant une couche d'argile et finissant dans un gravier terreux ;
- un mur gothique descendant au même niveau que le mur précédent, mais sans pieux de bois.

À cette hétérogénéité des fondations s'ajoute également une disparité dans la constitution des sols. C'est ainsi que certaines parties de la cathédrale sont fondées sur un gravier considéré comme incompressible, alors que d'autres parties reposent sur une couche limoneuse, dont la compressibilité évolue avec le niveau de la nappe phréatique, et qui peut engendrer des tassements dans le temps.

L'occurrence de tassements différentiels pouvant résulter de cette disparité de constitution des fondations est d'ailleurs un des problèmes qui se posent dans le cadre de la conservation de nombreux édifices anciens, et en particulier de certaines cathédrales gothiques.

Afin de mieux comprendre le fonctionnement de la structure sous l'effet de mouvements éventuels de ses fondations, la Direction régionale des Affaires culturelles d'Alsace a confié au Laboratoire régional des Ponts et Chaussées de Strasbourg une étude portant sur les fondations, cette étude nécessitant une évaluation des descentes de charges pour mieux localiser les points sensibles de l'édifice et engager, éventuellement, des travaux de consolidation.



INV. 111

Fig. 1 - Coupe horizontale de la cathédrale de Strasbourg indiquant les périodes de construction des différents éléments de l'édifice.

Description de la cathédrale

L'édifice est formé d'une nef centrale d'une hauteur de 32 m, d'une largeur de 16,6 m et d'une longueur de 62,5 m. Elle est divisée en sept travées. De part et d'autre de cette nef centrale se trouvent les bas-côtés qui ont une largeur de 9,7 m et une hauteur de 15 mètres.

À l'extrémité nord-est de la nef est édifié le chœur (16,6 m × 17,7 m) surmonté d'une coupole dont le sommet est à 41,5 m au-dessus du dallage. Le chœur est flanqué de deux transepts dont les dimensions sont : 17,5 m par 20,5 m.

À l'autre extrémité de la nef (côté sud-ouest) s'élève le narthex. Il est entouré par huit piliers supportant un ensemble de trois tours accolées de trois étages dont la hauteur atteint 65 m. Au-dessus de la tour ouest est érigée la haute tour surmontée d'une flèche qui culmine à 142 m. L'ensemble apparaît finement ouvragé et est garni de nombreuses sculptures.

Au cours des siècles, de nombreux petits édifices ont été accolés à l'ouvrage principal : les chapelles de Sainte-Catherine, Saint-Laurent, Saint-Jean-Baptiste, etc.

La figure 3 montre une coupe transversale en partie centrale de l'édifice.

La figure 4 présente une coupe du narthex, de la tour supérieure et de la flèche.

Justification d'une modélisation par éléments finis

Du point de vue du fonctionnement mécanique, une cathédrale gothique est une structure présentant un haut degré d'hyperstaticité. Elle présente en outre une géométrie complexe constituée par une juxtaposition d'arcs, de voûtes, de voûtains, de piliers, de murs et de remplissages divers (tas de charge, partie centrale des piliers, etc.).

Cette géométrie complexe, qui génère des variations de rigidité importantes en raison des hétérogénéités de maçonnerie et des brusques variations de section des éléments constitutifs rend impossible tout calcul correct par application des techniques usuelles de la résistance des matériaux. Seul le recours à la méthode des éléments finis permet d'aboutir à des résultats de calculs crédibles.

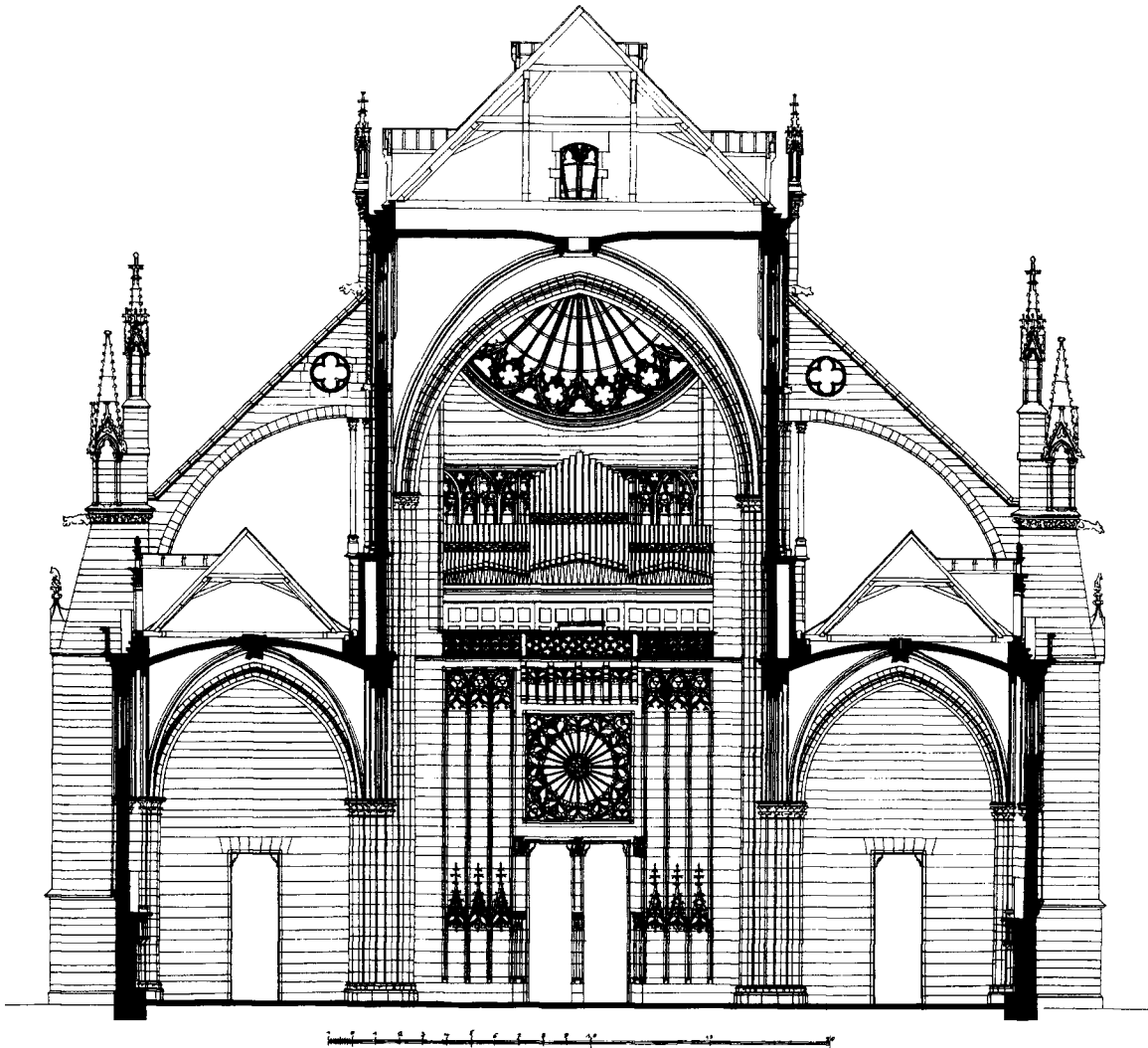


Fig. 3 - Coupe transversale de la cathédrale en partie courante de la nef (vue orientée vers le narthex).

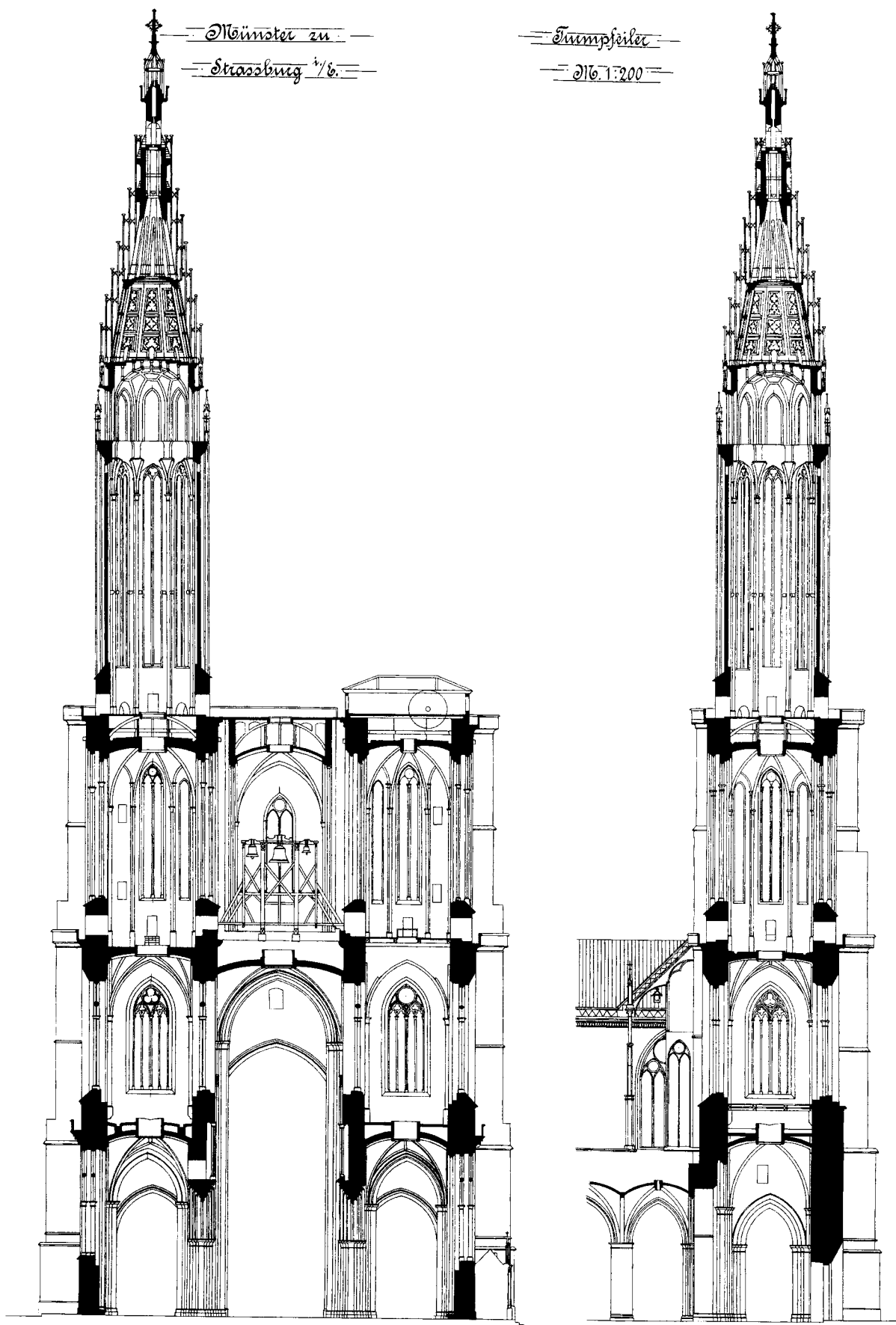


Fig. 4 - Coupes transversale et longitudinale de la cathédrale au droit des tours et de la flèche.

L'application de cette méthode permet à la fois de saisir le fonctionnement d'ensemble de la structure et de déterminer les valeurs des contraintes existant dans les parties sensibles de l'édifice.

La présente étude a été réalisée à l'aide du programme de calcul par éléments finis CÉSAR-LCPC. Ce logiciel est bien adapté à la modélisation de ce type de structure ; son pré-processeur de maillage interactif (MAX) ainsi que son post-processeur d'exploitation graphique (PEGGY) [3] permettent une modélisation et une visualisation des résultats indispensables à la bonne conduite d'une telle étude.

Le code de calcul CÉSAR-LCPC ne pouvant, pour cette étude, bénéficier des avantages des ordinateurs à architecture parallèle utilisés (IBM SP1 et SP2), l'étude a été limitée au calcul d'une tranche de la cathédrale de Strasbourg dans la partie courante de la nef. Dans un premier temps, un modèle simplifié a été élaboré puis, dans un second temps, un modèle détaillé a été construit, l'étude de ce dernier constituant l'objet principal de cet article.

Étude du modèle simplifié

Objet du modèle simplifié

L'élaboration d'un modèle simplifié a pour objectif de cerner le « volume » de la cathédrale qui sera pris en compte dans le modèle détaillé, et de définir ses conditions aux limites les plus appropriées. En effet, s'il apparaît indispensable de modéliser la totalité de la section transversale de la cathédrale, par contre, dans le sens longitudinal, il est difficile de fixer *a priori* le nombre nécessaire de travées à prendre en compte pour que la définition des conditions aux limites du modèle soit suffisamment simple et réaliste.

Description du modèle

Le modèle simplifié a été réalisé uniquement par assemblage d'éléments finis de type « poutre », dont les caractéristiques ont été choisies de façon à représenter la structure de manière schématique et suffisamment réaliste quant à son comportement. C'est ainsi que les arcs d'ogive (ou arcs diagonaux) ainsi que les diverses maçonneries constituant les voûtes ne sont pas modélisés, et que leurs poids et celui des toitures ne sont pas pris en compte. Leur représentation posait en effet un problème d'assemblage dont la résolution alourdissait les délais de création du modèle, tout en ayant une influence modérée sur l'étude préliminaire.

Le modèle simplifié représente quatre travées de la partie courante de la cathédrale (fig. 5). Ce modèle a une longueur de 36,25 m et une largeur

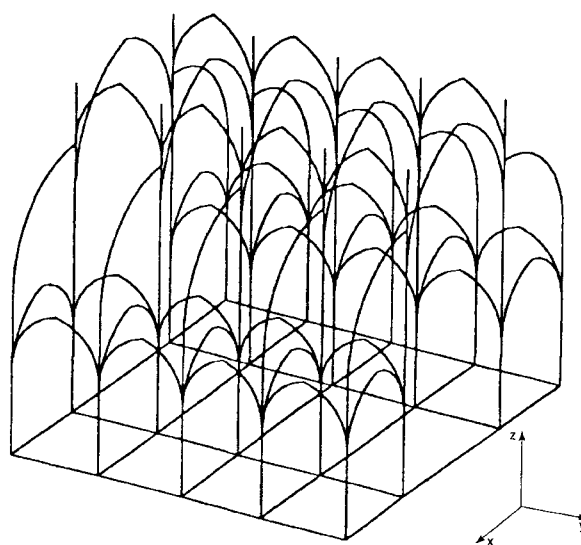


Fig. 5 - Modèle simplifié de la structure (quatre travées courantes).

de 33,20 m, pour une hauteur maximale de 32 m au niveau de la clef de voûte de la nef principale. Il se compose de 1 002 éléments de poutre à deux nœuds, chaque nœud ayant six degrés de liberté (trois déplacements u , v , w orientés respectivement suivant les axes Ox , Oy , Oz , et trois rotations d'axes Ox , Oy et Oz). L'ensemble du modèle comporte 942 nœuds et les éléments sont répartis en 14 groupes de caractéristiques différentes, en fonction de leurs sections et inerties.

Caractéristiques mécaniques

Pour chaque élément de poutre représentatif d'une portion de maçonnerie, des valeurs de section, d'inerties de flexion et d'inertie de torsion ont été attribuées sur la base d'une approximation dimensionnelle de la maçonnerie.

Des caractéristiques mécaniques identiques pour tous les éléments de poutre ont été adoptées sur la base des résultats d'essais fournis par l'étude mentionnée au paragraphe « Détermination des caractéristiques mécaniques » :

- Module de déformation : $E = 10\,000\text{ MPa}$
- Coefficient de Poisson : $\nu = 0,15$
- Poids volumique : $\rho = 20\text{ kN/m}^3$

Conditions aux limites et cas de chargement

Le modèle simplifié de la structure est soumis à un chargement de poids propre et à divers types de tassement.

Cinq calculs ont été effectués, en faisant varier les conditions aux limites imposées aux faces latérales du modèle et en choisissant soit le tassement d'un pilier, soit le tassement d'un contrefort.

Conclusions

Cette étude sommaire a permis de voir que les voûtes déformées sont essentiellement celles situées de part et d'autre du pilier qui tasse et que, du point de vue des descentes de charge, le tassement d'un pilier n'a de répercussion que sur les deux piliers immédiatement voisins (selon le sens longitudinal) et sur le contrefort le plus proche.

Ce modèle simplifié a permis d'appréhender le fonctionnement d'une tranche de cathédrale et d'imposer la prise en compte d'un minimum de deux travées pour une modélisation détaillée de l'édifice, avec la nécessité de définir des conditions aux limites précises sur les faces latérales extrêmes. Cependant, pour une étude correcte prenant en compte des conditions aux limites les plus simples possibles (déplacements nuls aux extrémités), il est apparu souhaitable d'augmenter le nombre de travées, en le fixant à quatre.

Étude du modèle détaillé

Objet du modèle détaillé

Le modèle détaillé est un maillage tridimensionnel constitué d'éléments de volume qui a pour objet de s'approcher le plus possible de la géométrie réelle de la cathédrale, sans cependant représenter de manière précise les détails structuraux ou architecturaux de celle-ci, dans la mesure où ces détails n'ont pas d'influence significative vis-à-vis de la répartition des efforts en pied de piliers et de contreforts, et vis-à-vis de la distribution des sollicitations dans les différents éléments constitutifs de la cathédrale.

Ce modèle vise à évaluer les descentes de charge pour différents types de conditions d'appui :

- appuis encastrés,
- tassement d'un pilier de 1 cm,
- tassement d'un contrefort de 1 cm,
- rotation d'un contrefort de $2,13 \cdot 10^{-3}$ rd.

Description du modèle

Le modèle simplifié nous ayant montré qu'il était nécessaire de prendre en compte quatre travées courantes pour réaliser un modèle avec des conditions aux limites simples, et profitant de la symétrie des sollicitations existant dans la cathédrale de part et d'autre d'un plan vertical transversal situé au droit de l'appui qui tasse, le modèle détaillé a été limité à la représentation de deux travées.

Le modèle tridimensionnel est donc constitué de deux travées et comporte à chaque extrémité des demi-piliers, des demi-contreforts et des demi-arcs doubleaux, en raison de l'arrêt du modèle

sur des plans de symétrie. Le tassement d'appui est ainsi opéré sur l'un des demi-piliers ou demi-contreforts situé en extrémité du modèle.

Compte tenu des divers plans de symétrie existant dans la structure, la création de ce modèle détaillé a été obtenue par duplication successive d'un volume de base représentant 1/4 de la travée courante (fig. 6). Le modèle complet est constitué par l'assemblage de huit volumes de base (fig. 7).

L'ensemble du modèle (fig. 8) est composé de 12 184 éléments de volume, qui se répartissent de la façon suivante :

- 10 656 hexaèdres à huit nœuds (type MTH8),
- 1 512 pentaèdres à six nœuds (type MTP6),
- 16 tétraèdres à quatre nœuds (type MTT4).

Chaque nœud comporte trois paramètres de déplacement u , v , w orientés respectivement selon les directions OX , OY , OZ .

Le trièdre ($O X Y Z$) est représenté sur la figure 8 et est défini de la façon suivante :

- l'origine O est située dans le plan d'extrémité arrière du modèle, sur l'axe de la nef centrale et au niveau du sol ;
- l'axe OX est longitudinal et orienté positivement en direction de l'observateur ;
- l'axe OY est transversal et dirigé de façon à former un trièdre normalement orienté avec les deux autres axes ;
- l'axe OZ est vertical et orienté positivement vers le haut.



Fig. 6 - Représentation du modèle tridimensionnel de base pour l'élaboration du maillage global.

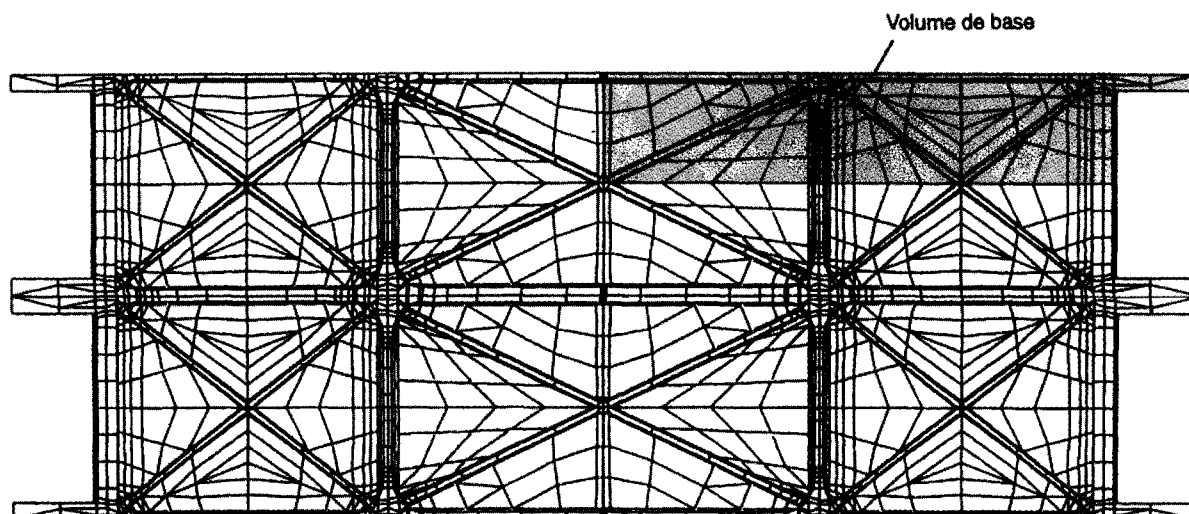


Fig. 7 - Vue du dessous de l'édifice montrant l'assemblage des huit volumes de base.

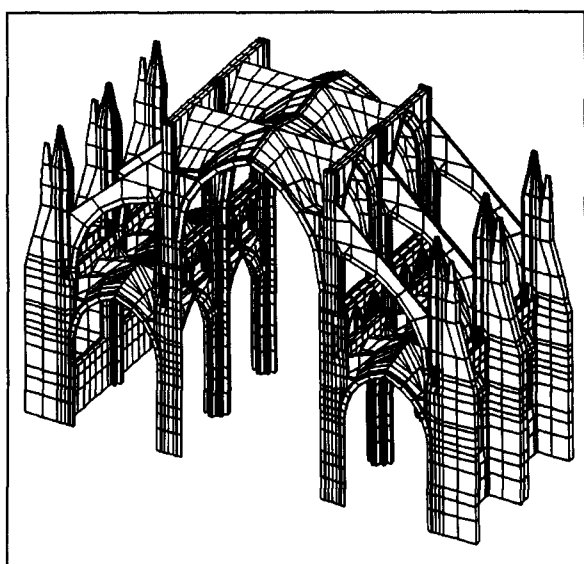


Fig. 8 - Vue générale du maillage (deux travées courantes).

Le modèle comporte au total 17 649 nœuds et un calcul nécessite donc la résolution d'un système de 52 947 équations à 52 947 inconnues.

Les fondations n'ont pas fait l'objet d'une modélisation, de même que les trois toitures (du fait de l'augmentation substantielle du nombre d'éléments du modèle, qui aurait entraîné une difficulté de calcul ainsi qu'un problème de dimensionnement des fichiers de stockage).

L'économie du nombre des éléments a été permise grâce à la souplesse de l'ensemble du progiciel CÉSAR. En particulier, la possibilité de « tordre » les éléments (pour le module LINE) a été utilisée afin d'user plus facilement d'éléments de volume MTH8, donc de limiter le nombre d'éléments MTP6 et MTT4, et par voie de conséquence de réduire le nombre total de nœuds.

Description succincte de la géométrie

Le modèle a une longueur de 16,60 m (suivant l'axe X), une largeur de 44,50 m (suivant l'axe Y) et une hauteur de 32 m (suivant l'axe Z) jusqu'au niveau supérieur des murs supportant la toiture principale.

La figure 9 permet d'observer les différents arcs utilisés pour construire une voûte ogivale.

Les différents arcs de voûte des nefs, qui sont constitués dans la réalité par des portions d'arcs de cercles, ont été modélisés par des éléments générés par déplacement d'une section plane le long d'arcs de cercles. Les rayons de ces arcs figurent dans le tableau II.

Quant au rayon de l'arc-boutant, il a été pris égal à 9,15 mètres.

Les arcs doubleaux et les arcs diagonaux ont été découpés en un nombre identique d'éléments (sept pour la nef centrale et cinq pour les bas-côtés) pour pouvoir construire les voûtes. Celles-ci sont donc constituées par des surfaces réglées qui s'appuient sur les arcs doubleaux et les arcs diagonaux pour une partie, sur les arcs diagonaux et sur les arcs formerets pour l'autre partie.

Des difficultés de maillage ont été rencontrées au niveau des clés de voûte, à la jonction entre voûtes et piliers (angles très aigus) et à la base des tas-de-charge appuyés sur les voûtes (fig. 10). Il est à noter qu'un muret a été installé au-dessus de chaque tas-de-charge des voûtes des bas-côtés (fig. 10), conformément aux observations réalisées *in situ*.

Les piliers sont constitués par un nombre important d'éléments dans leur section courante, afin de pouvoir assurer la naissance des huit arcs qui s'appuient sur celui-ci. Leur géométrie extérieure

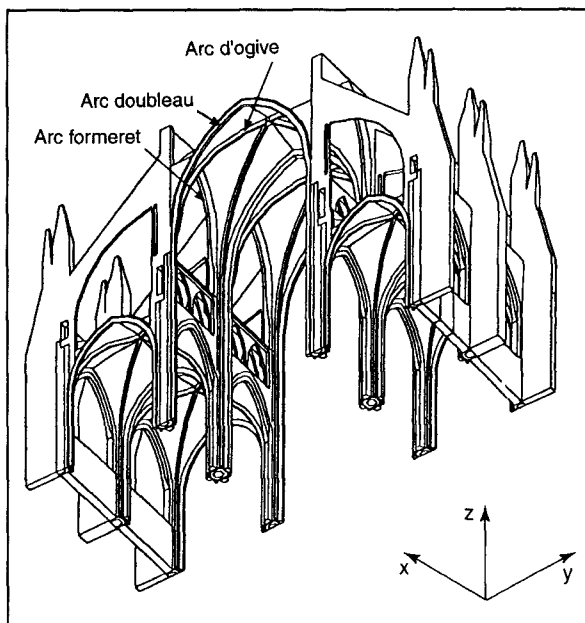


Fig. 9 - Vue des arcs constitutifs des voûtes ogivales.

TABLEAU II
Rayon des arcs de voûtes

	Nef centrale	Bas-côtés
Arc doubleau	10,70 m	5,89 m
Arc diagonal	11,40 m	6,63 m
Arc formeret	7,85 m	6,08 m



Fig. 10 - Jonction d'une voûte avec un pilier, prenant en compte des éléments des tas de charge.

a été simplifiée en réduisant le nombre de colonnettes, tout en conservant l'aire de la section du pilier. En outre, il a été tenu compte de la possibilité d'introduire des matériaux de caractéristiques mécaniques différentes entre le chœur et la périphérie du pilier. La section de base du pilier comporte ainsi 56 éléments.

Pour simplifier la construction du triforium, chaque tronçon situé entre deux piliers a été modélisé avec deux ouvertures dans les murs extérieurs et intérieurs au lieu des quatre ouvertures existant *in situ*. Il est à noter que les passages dans les piliers ont été respectés (fig. 10).

Enfin, il convient de remarquer que les colonnettes d'appuis de l'arc-boutant (d'épaisseur 40 cm) ont été modélisées par des poteaux de section carrée, que les pinacles ont été approchés en forme et que des ouvertures ont été pratiquées dans les contreforts pour assurer la continuité du chemin de ronde.

Détermination des caractéristiques mécaniques

La loi de comportement adoptée pour le modèle est la loi élastique linéaire qui nécessite la définition de deux caractéristiques mécaniques : le module de déformation E et le coefficient de Poisson ν .

Le problème principal réside dans le choix d'un module d'Young représentatif d'une maçonnerie ancienne qui s'est adaptée au cours des siècles, et dans l'homogénéisation d'un matériau hétérogène (pierres de parement + remplage + joints + fissures éventuelles).

Évaluation de E et ν sur carottes de grès

Trois carottes de diamètre 99 mm et de hauteur 208 mm ont été prélevées dans des blocs de grès « vieux », blocs qui ont été déposés à l'occasion de la réfection d'un élément de l'édifice.

Sur ces carottes, un dispositif d'extensométrie a été disposé (jagues ou capteurs de déplacement HBM type D1), permettant de mesurer d'une part les déformations verticales suivant trois génératrices à 120° , et d'autre part les déformations horizontales des carottes suivant trois secteurs du plan médian. Ces mesures ont été effectuées au cours de plusieurs cycles de chargement-déchargement sous presse en s'inspirant de la procédure d'essai décrite en [4]. Plusieurs séries de cycles ont été effectuées à des amplitudes différentes : $0,5 \sigma_r$, $0,7 \sigma_r$, $0,95 \sigma_r$; σ_r représentant la résistance en compression du grès déterminée sur d'autres carottes, soit environ 60 MPa.

Ces essais ont permis de constater que les valeurs conventionnelles du module et du coefficient de Poisson augmentaient de façon non linéaire avec

la charge. Compte tenu du faible taux de travail des pierres dans l'édifice, seules les valeurs correspondant aux faibles contraintes (classes 0-5 MPa et 5-10 MPa) pour le cas de charge $0,5 \sigma_r$ ont été retenues. Dans cette gamme de faibles contraintes, le module de déformation est proche d'un module tangent égal à 5 000 MPa. Quant au module sécant, il atteint 10 000 MPa.

Le coefficient de Poisson se situe dans une plage comprise entre 0,1 et 0,14.

La figure 11 présente des mesures de déformations verticales et horizontales obtenues lors des chargements cycliques.

La figure 12 montre les variations du coefficient de Poisson (valeur conventionnelle) en fonction de la contrainte appliquée au cours des cycles et la figure 13 précise les valeurs du module de déformation du grès en fonction de la contrainte appliquée.

Évaluation de E et ν sur un muret reconstitué en maçonnerie

Un élément de maçonnerie a été reconstitué par l'entreprise chargée de la restauration de la cathédrale à partir de trois blocs de grès « vieux » retaillés et assemblés à l'aide d'un joint de mortier hydraulique de 1 cm d'épaisseur. Le muret avait les dimensions suivantes : hauteur 60 cm, longueur 50 cm, épaisseur 25 cm. Le muret a été disposé entre les plateaux de la presse.

Deux types d'essai ont été réalisés sur le muret.

• Premier type d'essai : mesure sur la maçonnerie (grès plus joint)

Trois couples de capteurs ont été installés (deux couples sur la grande face du muret et un sur la petite face) (fig. 14). Chaque couple est formé d'un extensomètre dont la base de mesure franchit un joint de maçonnerie et d'un autre extensomètre dont la base de mesure reste dans le grès. Ces deux capteurs sont placés l'un à côté de l'autre.

• Deuxième type d'essai : mesure uniquement sur le grès

Cinq capteurs ont été installés sur le muret : deux extensomètres verticaux et un horizontal sur la grande face, un extensomètre vertical et un horizontal sur la petite face (fig. 15).

Pour les deux types d'essais, les différentes montées en charge ont été effectuées à une vitesse de 0,1 MPa/s. Les contraintes appliquées sur le muret ont été limitées à 10 MPa.

Le premier type d'essai permet de comparer deux types de modules de déformation : celui du grès seul et celui de la maçonnerie. Les résultats montrent que la différence entre les deux types de modules n'est pas significative.

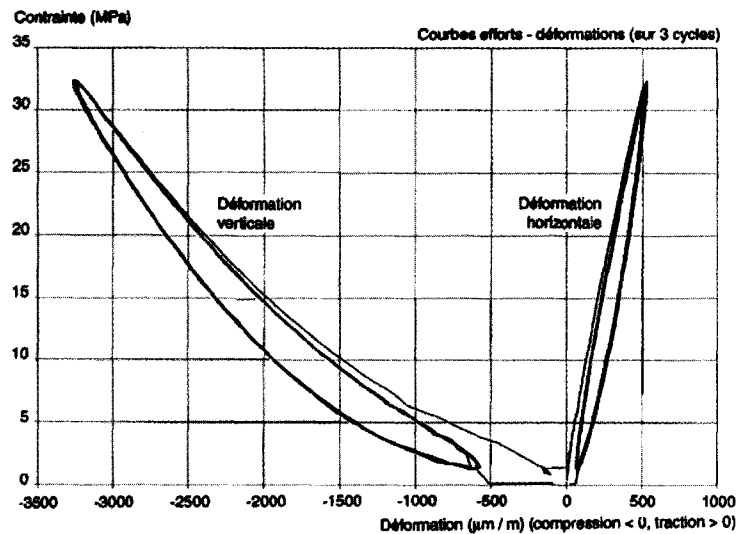


Fig. 11 - Courbes efforts-déformations obtenues lors d'un essai en compression sur carotte de grès.

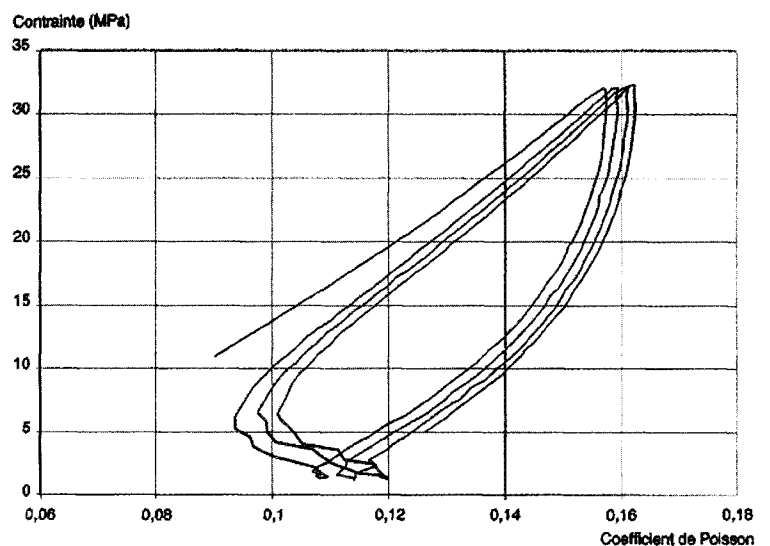


Fig. 12 - Variation du coefficient de Poisson en fonction de la contrainte obtenue lors d'un essai en compression sur carotte de grès (σ_{max} fixée à $0,5 \sigma_r$).

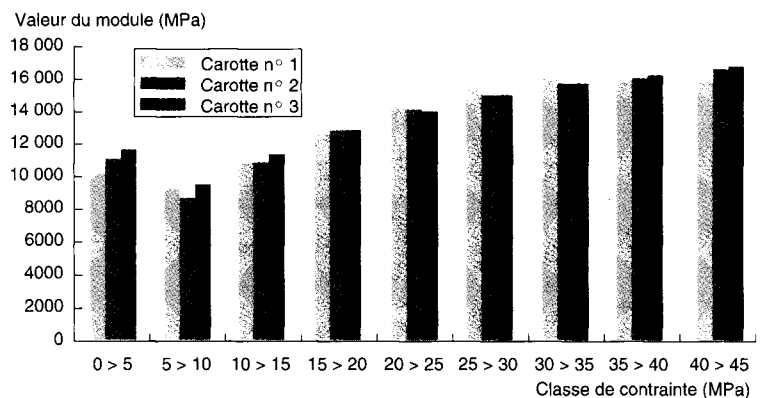


Fig. 13 - Variation du module de déformation sécant en fonction de la contrainte obtenue lors d'un essai en compression sur carotte de grès.

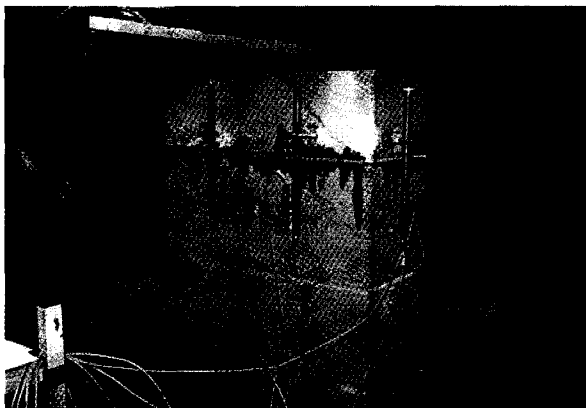


Fig. 14 - Dispositif de mesure utilisé pour établir le module de déformation.

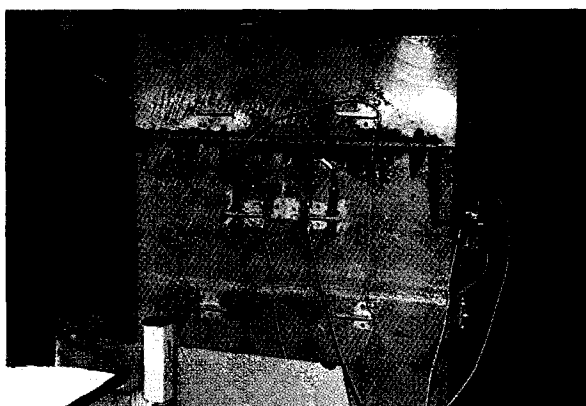


Fig. 15 - Dispositif de mesure utilisé pour établir le coefficient de Poisson.

Le module d'Young instantané obtenu varie en fonction de la face sur laquelle la mesure est effectuée, et reste compris dans une fourchette de 5 000 à 7 000 MPa.

Le deuxième type d'essai permet de mesurer simultanément les déformations verticales et horizontales du muret, de façon à obtenir une estimation du coefficient de Poisson.

Le coefficient de Poisson ainsi obtenu est de 0,12.

Détermination des caractéristiques du modèle

Sur la base des résultats des essais en laboratoire, nous avons essayé d'adopter, pour les caractéristiques du modèle par éléments finis, des valeurs qui seraient les plus représentatives du comportement réel de la structure.

Pour le module de déformation, nous avons retenu $E = 1\ 000$ MPa.

Cette valeur est plus faible que les valeurs mesurées en laboratoire et tient compte du vieillissement de la structure (dégradation des liaisons entre pierres, ouverture de fissures), ainsi que de l'adaptation au cours du temps de l'édifice au tassement (prise en compte d'un module de déformation différé environ cinq fois plus faible

que le module de déformation instantané mesuré en laboratoire sur une maçonnerie reconstituée et de bonne qualité).

Pour le coefficient de Poisson, nous avons essentiellement tenu compte du vieillissement de la structure en majorant légèrement le coefficient mesuré lors des essais en laboratoire. Celui-ci a été fixé à $\nu = 0,15$.

Quant à la masse volumique servant au calcul du poids propre de la cathédrale, elle est directement extraite des résultats des six mesures de masse volumique figurant dans le rapport du LRPC de Strasbourg, mesures s'étageant de 1,74 à 2,22 g/cm³. La valeur du poids volumique a été fixée à $\rho = 20$ kN/m³.

Les valeurs de base introduites dans nos calculs sont donc :

$E = 1\ 000$ MPa $\nu = 0,15$ $\rho = 20$ kN/m ³

Modélisation des chargements

Poids propre

Le poids propre est automatiquement calculé par le progiciel CESAR sur la base de la masse volumique introduite dans le calcul. À ce poids propre intrinsèque de la maçonnerie, il convient d'ajouter le poids des toitures. Celui-ci est évalué sur la base d'un relevé de la géométrie et des éléments constitutifs des toitures, qui se composent d'une charpente en bois supportant une couverture métallique en plaques de cuivre d'épaisseur 1 mm.

Le poids d'une tranche de toiture correspondant à une travée est de 422 kN pour la nef centrale et de 97 kN pour un bas-côté. Ce poids est appliqué dans le modèle sous forme d'une répartition linéaire de charges sur les murs sur lesquels s'appuie la toiture.

Mouvements de fondation

Deux types de mouvement de fondation ont été étudiés : le tassement uniforme d'un pilier ou d'un contrefort et la rotation d'un contrefort.

Les mouvements de fondation ont été imposés sur le 1/2 pilier et le 1/2 contrefort situés en face avant du modèle ; cela permet par symétrie d'en déduire les efforts et déplacements pour les deux travées situées de part et d'autre de la zone de mouvement de fondation.

Tassement

Le tassement a été imposé avec une valeur « unitaire » de 1 cm. Compte tenu de l'élasticité linéaire du modèle, les efforts et déplacements

de la structure, pour une valeur x (en cm) de tassement, peuvent être directement obtenus en multipliant par x les efforts et déplacements obtenus avec 1 cm de tassement. En outre, la superposition des cas de tassements est possible dans l'hypothèse où l'on souhaite faire tasser plusieurs appuis simultanément.

Si le tassement d'un pilier ne pose pas de problème, par contre le tassement et la rotation d'un contrefort sont plus difficiles à introduire dans le modèle en raison de la liaison qui existe entre le contrefort et le mur extérieur du bas-côté. Compte tenu de l'incertitude qui existe en réalité sur la participation éventuelle du mur au tassement du contrefort et sur le degré d'encastrement de ce même mur dans le contrefort (possibilité de désolidarisation par fissuration), nous avons modélisé les deux types de liaisons entre contrefort et mur. Le présent article n'aborde que le cas où le mur est assoupli et ne participe donc pas à la reprise des efforts créés par le tassement du contrefort.

Rotation

La rotation a été uniquement étudiée au niveau d'un contrefort, car c'est essentiellement sous cet appui qu'elle est susceptible de se produire en raison de la construction des contreforts à cheval sur les fondations d'une ancienne basilique.

Nous avons supposé que ces fondations pouvaient provoquer un point dur pour le mouvement des fondations, et nous avons donc modélisé une rotation unitaire correspondant à un déplacement de l'extrémité extérieure de la base du contrefort égal à 1 cm, l'extrémité intérieure gardant un déplacement nul. Compte tenu de la largeur du contrefort, qui est égale à 4,70 m, la rotation unitaire vaut donc $2,13 \cdot 10^{-3}$ rd.

La rotation du contrefort est aussi appliquée dans le cas du mur assoupli.

Conditions aux limites

Pour respecter la symétrie du modèle, ainsi que les liaisons existant entre les deux tranches modélisées et le reste de l'édifice, le déplacement des faces latérales du modèle (faces parallèles au plan YOZ) selon le sens longitudinal a été bloqué ($u = 0$).

À la base de l'édifice, tous les nœuds du maillage ont été bloqués ($u = v = w = 0$). Cependant, il est évident que, dans les cas de calcul où interviennent des mouvements imposés d'appuis (pilier ou contrefort), le déplacement vertical w a une autre valeur imposée.

Résultats des calculs

Nous allons examiner les principaux résultats de calculs obtenus, en étudiant plus particulière-

ment les quatre cas de chargement types qui ont servi de base à une étude plus complète intégrant des cumuls de chargement. Ces quatre cas sont :

- le poids propre,
- le tassement unitaire d'un pilier,
- le tassement unitaire d'un contrefort,
- la rotation unitaire d'un contrefort.

Pour chacun des types de chargement appliqué, les contraintes recueillies à l'issue des calculs sont obtenues sur la base d'un matériau homogénéisé et ne représentent évidemment pas la distribution réelle des contraintes locales qui existent au sein de la maçonnerie.

Étude du poids propre

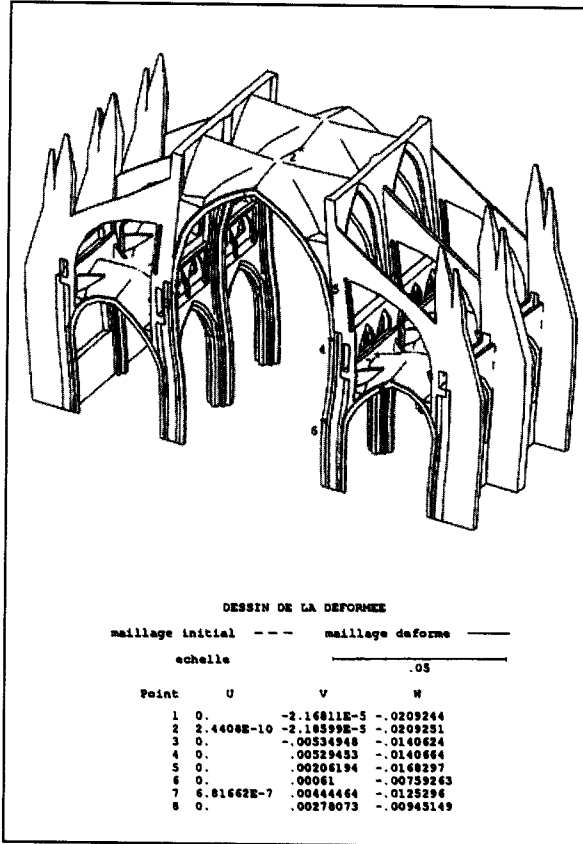
Le dessin de la déformée (fig. 16a) visualise assez clairement la façon dont travaille l'édifice. La voûte de la nef centrale exerce des poussées qui sont reprises par les contreforts par l'intermédiaire des arcs-boutants, et les piliers se déforment en S sous l'effet des poussées des voûtes de la nef centrale et du bas-côté. Si les déplacements u sont négligeables, les déplacements v atteignent environ 5 mm au niveau du triforium et de la partie du contrefort située au même niveau. Quant aux déplacements w , ce sont bien les plus importants, car ils atteignent environ 2 cm pour l'ensemble de la voûte centrale. Le déplacement vertical maximal est obtenu en clé d'arc doubleau de la nef centrale où il atteint 2,1 cm ; la clé de l'arc doubleau du bas-côté s'abaisse quant à elle de 0,9 cm. Le déplacement latéral maximal du pilier atteint 5,3 mm aux points n° 3 et 4 (fig. 17a).

Les contraintes latérales S_{yy} sont 2 à 3 fois plus importantes que les contraintes longitudinales S_{xx} et des tractions de 0,4 MPa apparaissent aux reins des arcs doubleaux des bas-côtés (fig. 18a). Les contraintes verticales sont les plus importantes ; les contraintes de compression les plus élevées se manifestent au pied des piliers (1,28 MPa), tandis que les contraintes de traction les plus élevées se rencontrent à la base du triforium (1,03 MPa).

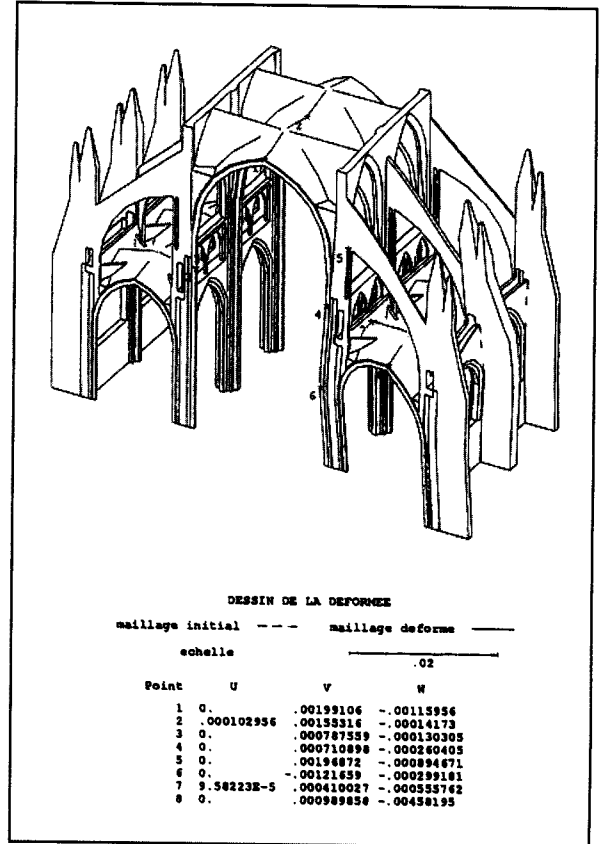
Quant à l'arc-boutant, la vue détaillée des contraintes principales (fig. 19a) montre que celui-ci est entièrement comprimé et que la contrainte maximale localisée en intrados, au niveau du rein, atteint 0,6 MPa.

Sur la base des valeurs de la contrainte principale S_3 aux points 1, 2 et 3, et en tenant compte de la section de l'arc-boutant à cet endroit (épaisseur 0,40 m et hauteur 1,65 m), on en déduit que l'arc-boutant supporte un effort normal de compression de 0,26 MN, accompagné en cet endroit d'un moment fléchissant de 0,023 MNm.

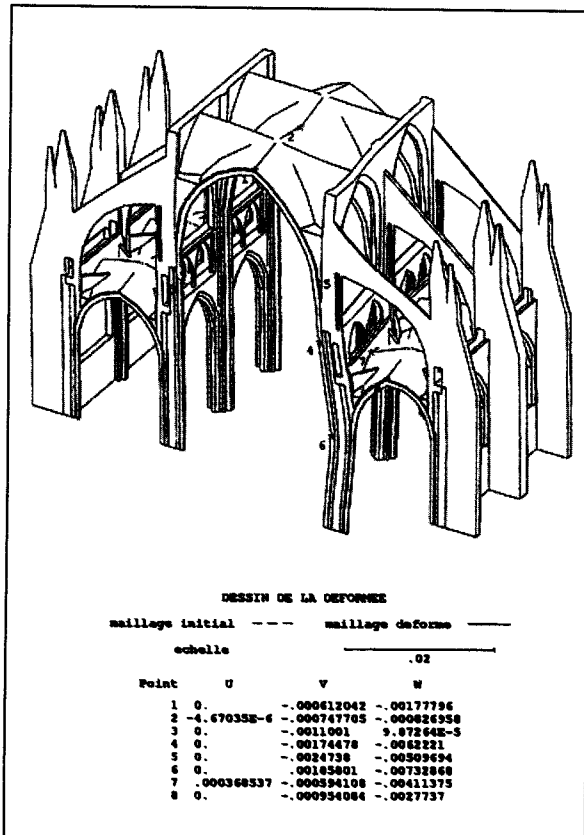
Fig. 16 - Visualisation des déformées



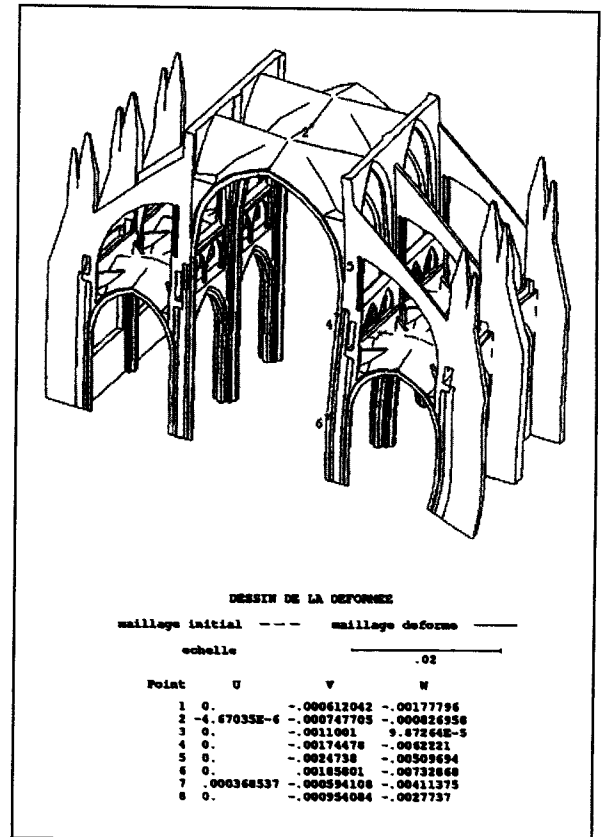
a - Poids propre.



c - Tassement du contrefort.

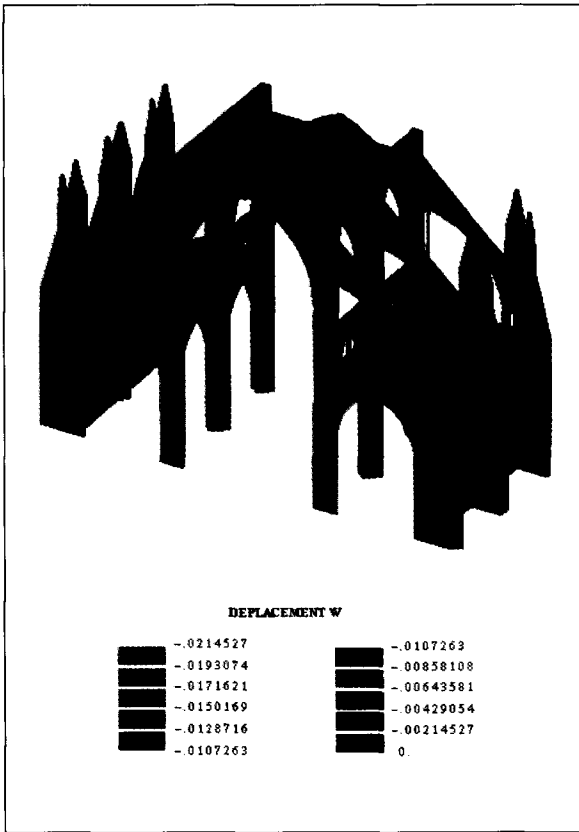


b - Tassement du pilier.

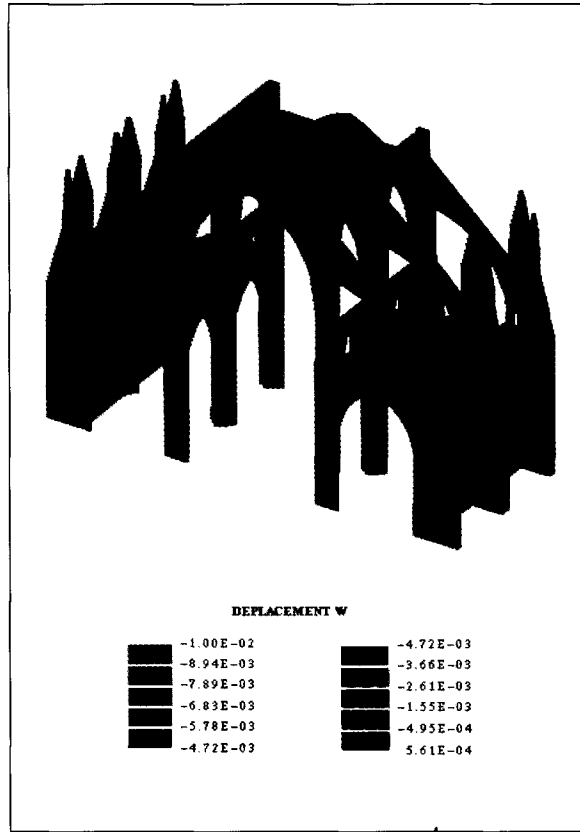


d - Rotation du contrefort.

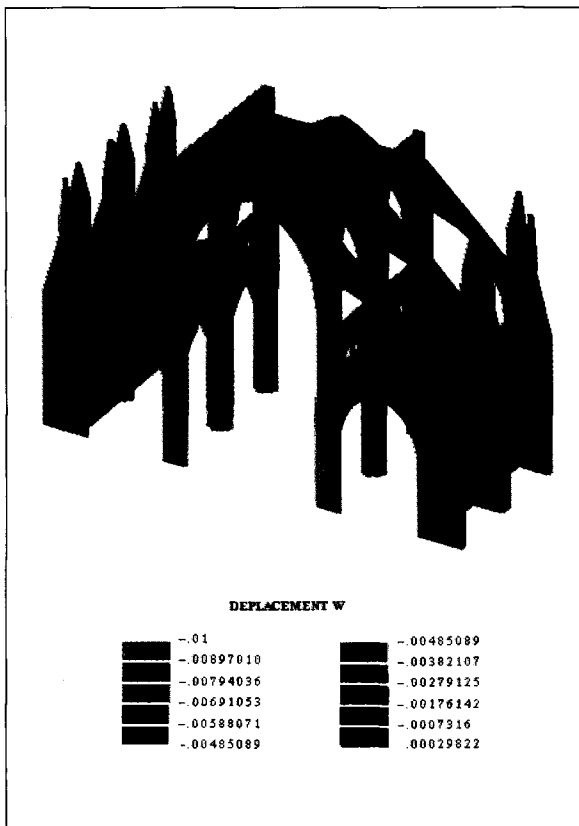
Fig. 17 - Isovaleurs des déplacements verticaux W



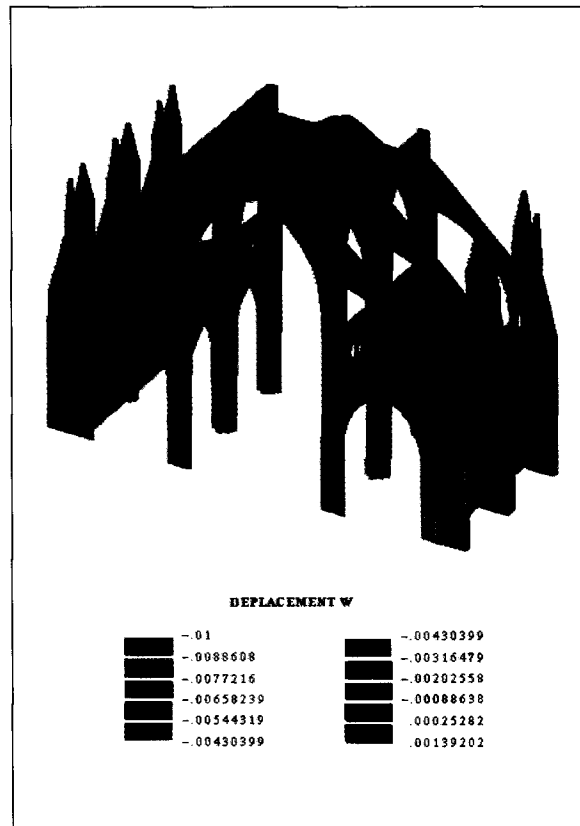
a - Poids propre.



c - Tassement du contrefort.

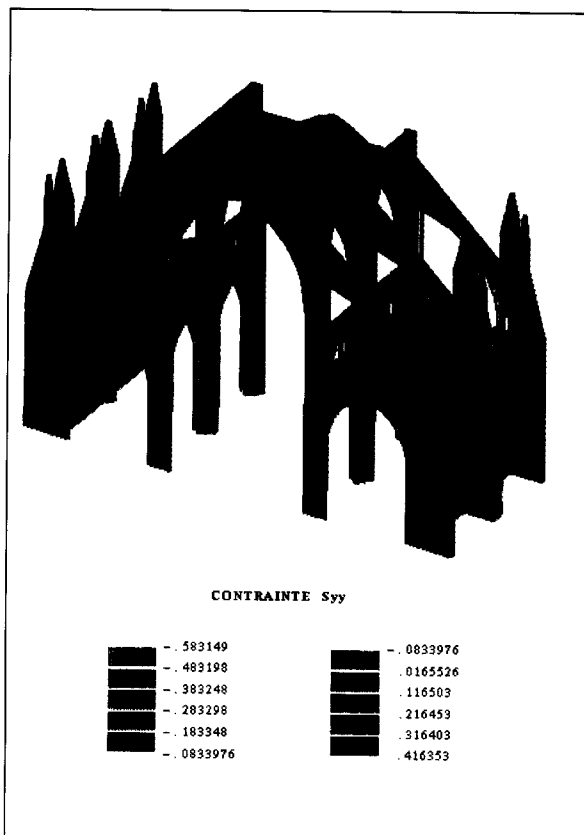


b - Tassement du pilier.

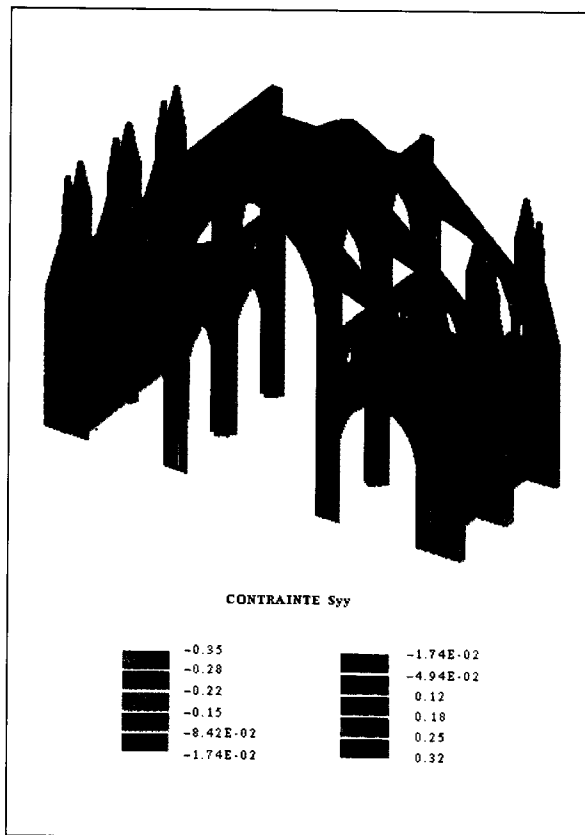


d - Rotation du contrefort.

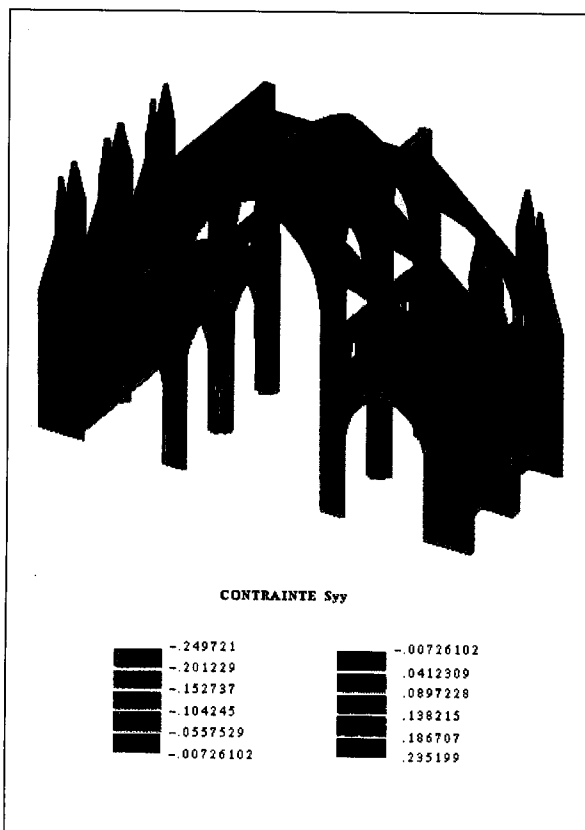
Fig. 18 - Isovaleurs des contraintes latérales S_{yy}



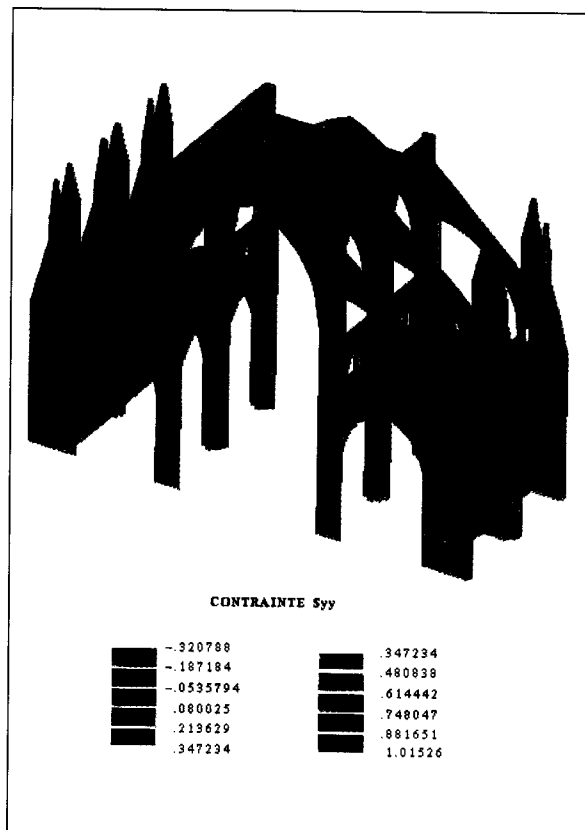
a - Poids propre.



c - Tassement du contrefort.

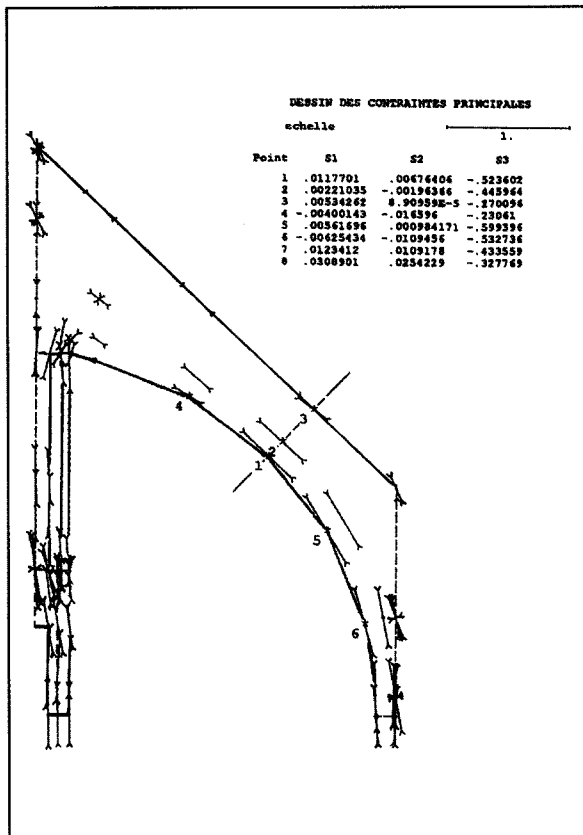


b - Tassement du pilier.

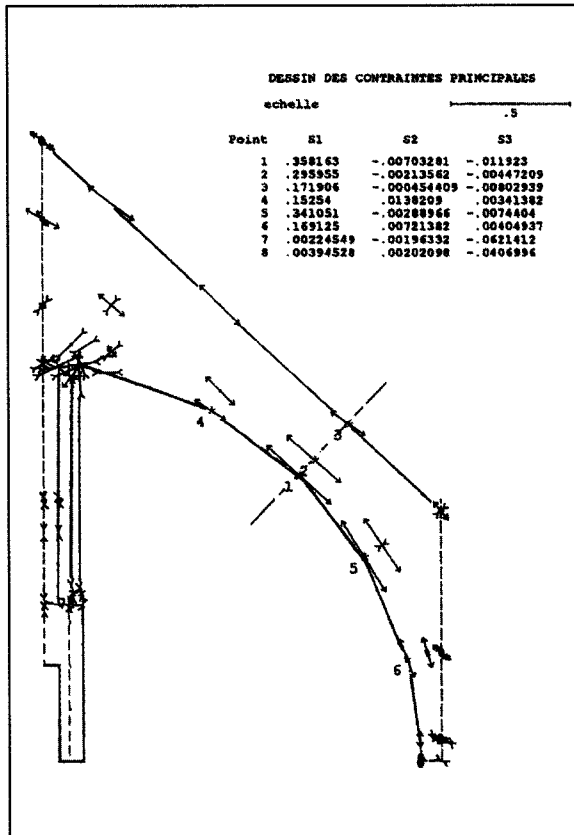


d - Rotation du contrefort.

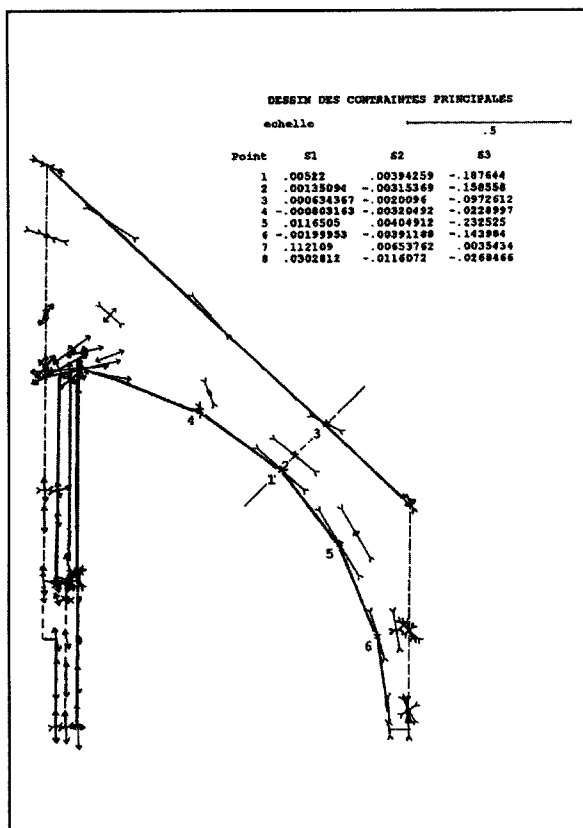
Fig. 19 - Répartition des contraintes principales dans l'arc-boutant



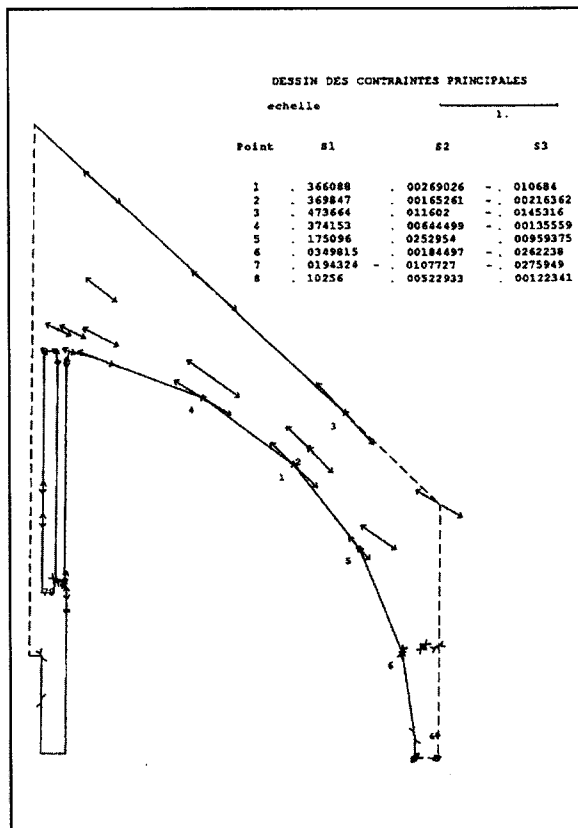
a - Poids propre.



c - Tassement du contrefort.

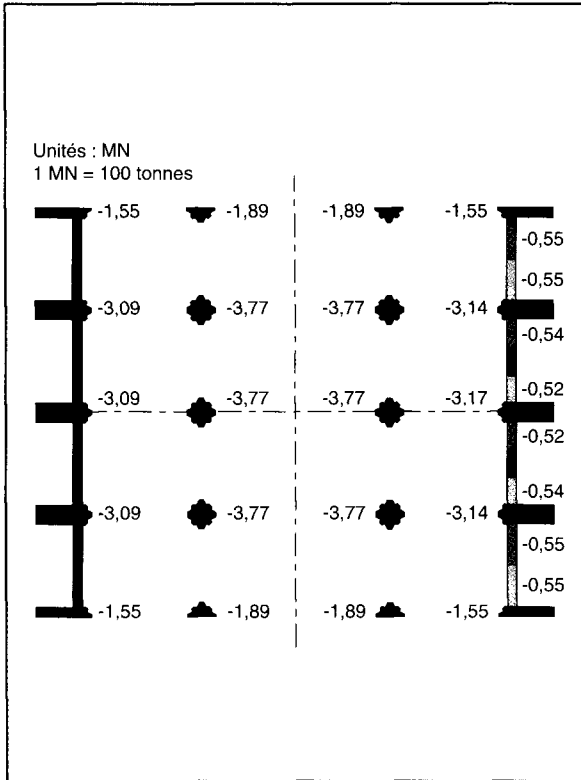


b - Tassement du pilier.

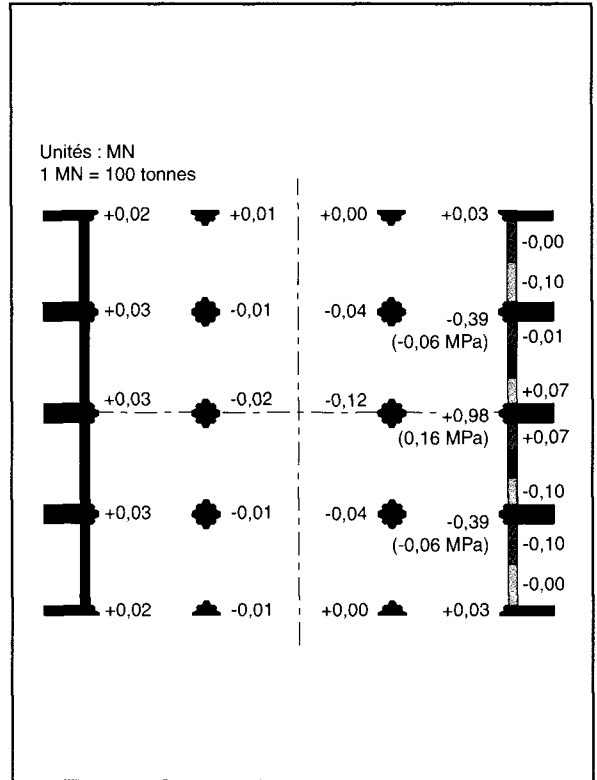


d - Rotation du contrefort.

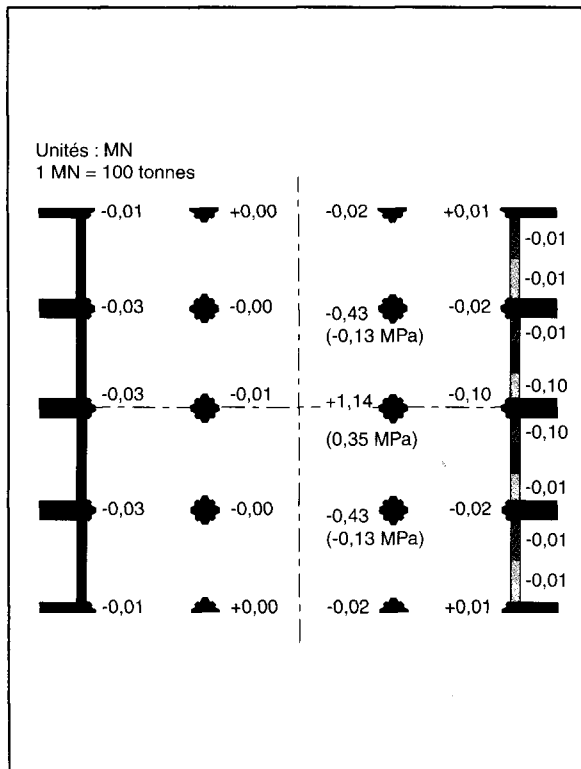
Fig. 20 - Valeur des réactions d'appuis à la base des piliers et des contreforts



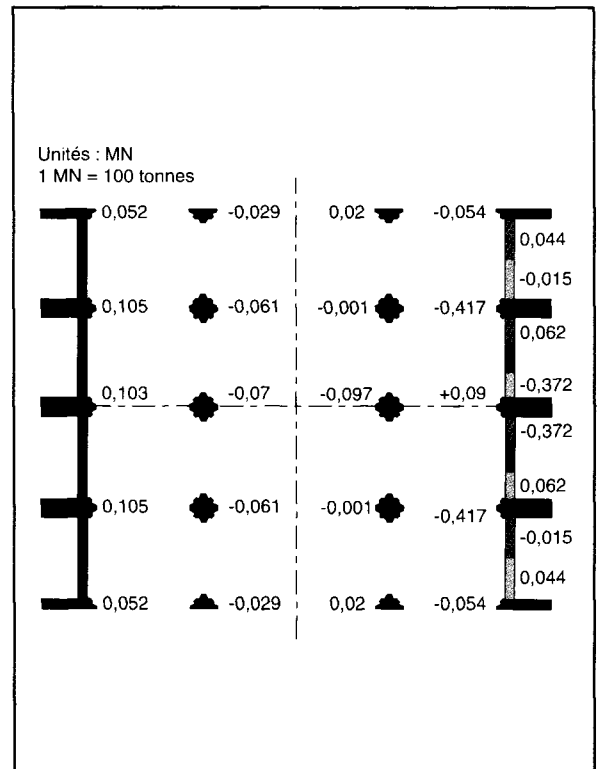
a - Poids propre.



c - Tassement du contrefort.



b - Tassement du pilier.



d - Rotation du contrefort.

Les valeurs des descentes de charge (fig. 20a) montrent que les piliers reçoivent un peu plus de charge (3,77 MN) que les contreforts (de 3,09 MN à 3,17 MN). Par contre du point de vue des contraintes, la contrainte verticale de compression en pied de pilier (1,15 MPa) est deux fois plus importante que celle du contrefort (0,5 MPa). Les différences obtenues dans la répartition des charges entre les contreforts gauches et droits (nord et sud) s'expliquent par l'assouplissement introduit au niveau des murs situés entre les contreforts de droite (sud).

Étude du tassement du pilier

Cette étude concerne l'effet d'un tassement de 1 cm du pilier situé en limite de modèle (fig. 16b). Le dessin de la déformée montre que le pilier qui tasse a une déformation en S inverse de celle qu'il a sous poids propre.

Sous l'effet du tassement du pilier, l'arc-boutant repousse, par l'intermédiaire du tas-de-charge, la voûte centrale dont la naissance se trouve être déplacée d'environ 2,5 mm vers l'intérieur (point 5). Les clés des arcs doubleaux s'abaissent respectivement de 1,8 mm et 2,8 mm pour les voûtes centrale et latérale.

Les valeurs d'iso-déplacements verticaux w (fig. 17b) illustrent clairement la zone d'influence du tassement du pilier, qui se limite au pilier voisin et aux clés des deux voûtes prenant appui sur le pilier qui tasse.

Contrairement au cas du poids propre, les contraintes les plus importantes sont les contraintes longitudinales S_{xx} . Peu visibles sur la vue classique, elles sont localisées en intrados de l'arc formeret de la voûte du bas-côté et au sommet du mur situé sous le triforium et atteignent 0,7 MPa.

Les contraintes latérales S_{yy} les plus élevées apparaissent en tête d'arc-boutant, à la jonction avec le pilier en haut de la colonnette de soutien de l'arc-boutant (contrainte de traction de 0,23 MPa ; fig. 18b). Ce cas de tassement justifie la présence de la colonnette qui évite la chute d'éléments de l'arc-boutant qui peuvent se trouver décomprimés dans une telle situation. Des contraintes latérales de traction apparaissent aussi à l'intrados de l'arc doubleau du bas-côté, et sur une partie de la voûte du bas-côté près de sa jonction avec le mur extérieur.

Quant aux contraintes verticales, si la figure 21 indique bien que la base du pilier est soumise à une contrainte moyenne de traction d'environ 0,35 MPa, les contraintes maximales de traction (0,6 MPa) se rencontrent sur la face intérieure du pilier qui tasse et à la naissance de l'arc doubleau du bas-côté prenant appui sur ce pilier.

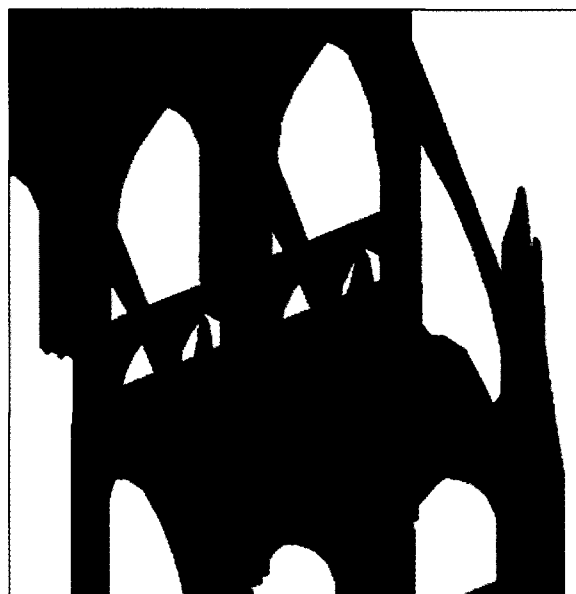
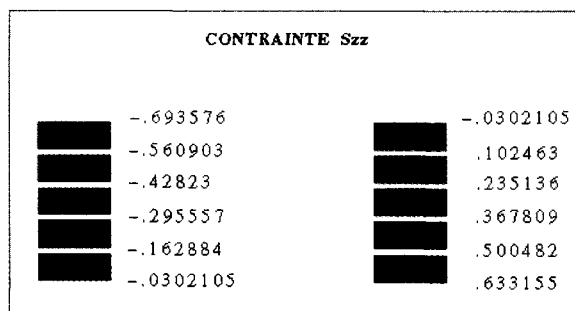


Fig. 21 - Isovaleurs des contraintes verticales S_{zz} au voisinage du pilier qui tasse.



La distribution des contraintes principales dans l'arc-boutant (fig. 19b) est semblable à celle obtenue sous poids propre sauf dans la zone de jonction précédemment décrite. Les contraintes en zone courante sont cependant deux à trois fois plus faibles que sous poids propre, et le tassement unitaire du pilier provoque un effort normal de compression de 0,10 MN dans la section la plus mince.

Les calculs de descentes de charge (fig. 20b) montrent que la traction avec laquelle il faut tirer pour faire descendre le pilier de 1 cm, soit 1,14 MN, se reporte essentiellement sur les deux piliers adjacents longitudinalement (0,43 MN de compression par pilier adjacent). Ces valeurs correspondent à des contraintes respectives de 0,35 MPa en traction et 0,13 MPa en compression.

Ce cas souligne la plus grande rigidité de l'édifice suivant son axe longitudinal et indique que les éléments les plus sollicités par le tassement du pilier sont les arcs formerets et doubleaux du bas-côté prenant appui sur ce pilier.

Étude du tassement du contrefort

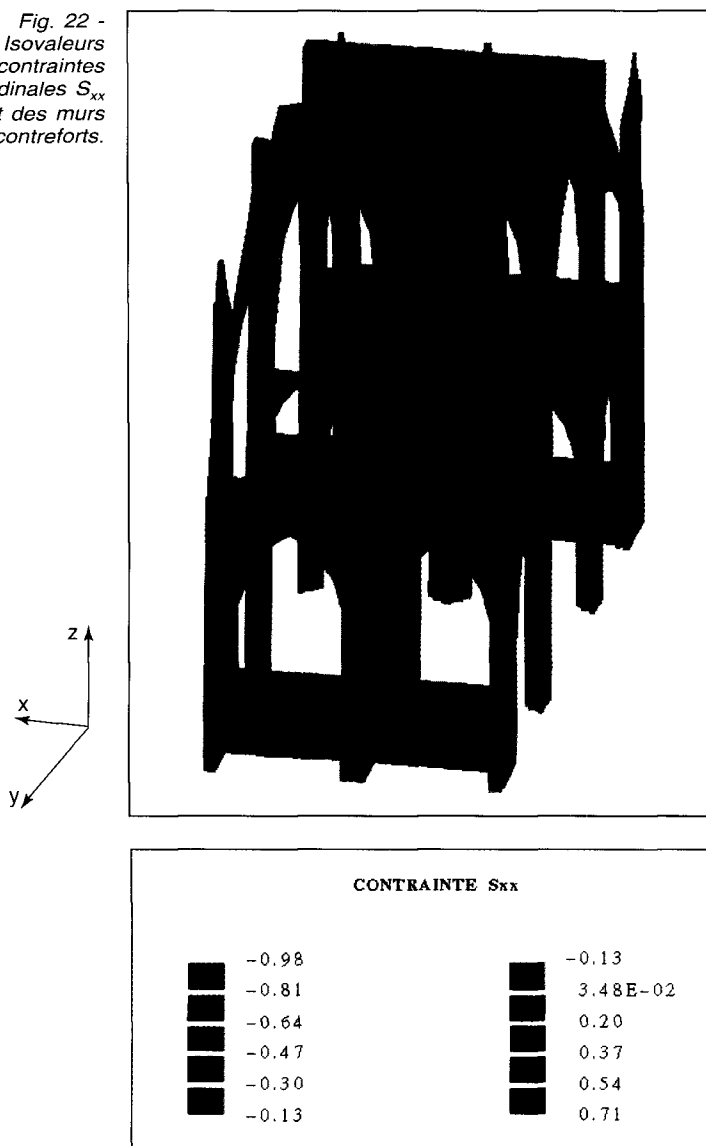
Cette étude concerne l'effet d'un tassement unitaire de 1 cm du contrefort. La déformée (fig. 16c) montre que le déplacement vertical de la clé de l'arc doubleau de la voûte de la nef cen-

trale reste modéré (1,16 mm) tandis que celui de la clé de l'arc doubleau du bas-côté est bien sûr important (4,6 mm). La déformée de l'édifice montre clairement l'influence du tassement sur les déplacements latéraux de la voûte centrale (environ 2 mm), de la tête d'arc-boutant (2 mm), de la voûte latérale (1 mm) et du pilier au niveau de la naissance de l'arc doubleau de la voûte latérale (-1,2 mm).

Le dessin des iso-déplacements w (fig. 17c) montre que les déplacements verticaux restent circonscrits à la demi-travée intéressant le contrefort qui tasse, l'arc-boutant et le mur extérieur contigu. Le déplacement transversal V maximal est obtenu au niveau du mur gouttereau, au-dessus de l'arc-boutant, où il atteint 3 mm.

Les contraintes les plus importantes sont obtenues suivant la direction longitudinale. En effet, les contraintes S_{xx} atteignent 0,98 MPa en compression et 0,71 MPa en traction (fig. 22).

Fig. 22 - Isovaleurs des contraintes longitudinales S_{xx} au droit des murs entre contreforts.



Ces contraintes maximales se rencontrent au sommet du mur extérieur situé entre les contreforts et s'expliquent aisément par la rigidité relative de ce mur par rapport à la voûte latérale, et par l'assouplissement introduit à la base de ce mur.

L'examen des contraintes latérales S_{yy} (fig. 18c) montre que l'arc-boutant est tendu sur quasiment toute sa longueur, et que l'arc-doubleau du bas-côté subit des tractions au niveau du rein côté contrefort (0,3 MPa).

Quant aux contraintes verticales S_{zz} , elles sont modérées et moitié moindres que dans le cas du tassement de pilier. Les contraintes maximales de traction (0,36 MPa) se focalisent à la naissance des trois arcs du bas-côté prenant appui sur le contrefort.

La distribution des contraintes dans l'arc-boutant (fig. 19c) se trouve être complètement inversée par rapport à celle correspondant au tassement du pilier. L'arc-boutant est essentiellement en traction et les valeurs des contraintes maximales (de traction) (0,36 MPa) sont supérieures d'environ un tiers aux contraintes maximales de compression trouvées dans le cas précédent. L'effort normal de traction dans la section la plus mince est égal à 0,17 MN. Ce cas de chargement apparaît donc préjudiciable vis-à-vis du fonctionnement de l'arc-boutant, et il suffit d'un tassement de 2 cm pour décompresser des zones de l'arc-boutant qui étaient comprimées sous poids propre.

La figure indiquant les descentes de charges (fig. 20c) montre que la traction de 0,98 MN qu'il est nécessaire d'appliquer à la base du contrefort pour le faire tasser de 1 cm se reporte essentiellement en compression sur les deux contreforts immédiatement voisins qui reçoivent ainsi un effort supplémentaire de 0,39 MN chacun. Ces efforts correspondent respectivement à une contrainte verticale de 0,16 MPa en traction et 0,06 MPa en compression. Quant aux efforts dans les murs, ils restent très faibles.

Ce cas souligne aussi la plus grande rigidité de la cathédrale selon son axe longitudinal et indique que les éléments les plus sollicités par le tassement du contrefort sont les murs extérieurs adjacents et les cinq arcs du bas-côté prenant naissance sur le contrefort qui tasse.

Étude de la rotation du contrefort

L'examen de la déformée (fig. 16d) montre que la rotation de la base du contrefort entraîne un déplacement horizontal latéral important (6,7 mm) de la clé de l'arc-doubleau de la nef principale (point 1), de 9,7 mm à la tête de l'arc-boutant (point 5), et de 6,1 mm à la clé de l'arc-doubleau du bas-côté (point 8). La déformée montre que la

rotation du contrefort se fait encore sentir de façon significative dans la travée adjacente au niveau de la clé de l'arc doubleau de la voûte de la nef centrale (point 2) et de l'arc-boutant adjacent.

La répartition en iso-déplacements verticaux w (fig. 17d) confirme que la rotation de la base du contrefort a une influence importante au niveau de la voûte centrale dans la mesure où il se produit un déplacement vertical d'environ 4 mm de la partie centrale de la voûte, déplacement analogue à la partie centrale de la voûte du bas-côté.

Les contraintes latérales S_{yy} (fig. 18d) atteignent des valeurs trois fois plus importantes que dans le cas du tassement du contrefort ; celles-ci se concentrent en *intradós* et en clé de voûte de la nef centrale, et en *extradós* de l'arc-boutant.

La rotation de la base du contrefort introduit une traction de l'ensemble de l'arc-boutant (fig. 19d). La contrainte principale maximale de traction est située en *extradós* de l'arc-boutant, dans la section minimale près de la base du pinacle et atteint 0,47 MPa. L'effort normal de traction dans la section la plus mince vaut alors 0,14 MN.

Ce cas de charge est plus défavorable pour l'arc-boutant que le cas précédent (tassement du contrefort), et si l'on cumule ce cas de charge avec le poids propre, il apparaît que certaines zones de l'arc-boutant peuvent être tendues.

Du point de vue des descentes de charge, la rotation du contrefort a pour effet de diminuer l'effort de compression dans celui-ci, qui passe de 3,17 MN à 3,08 MN, ainsi que l'effort de compression dans le mur extérieur qui passe de 1,04 MN à 1,78 MN. L'introduction d'une rotation imposée dans le modèle ne provoque donc qu'une légère diminution de l'effort normal dans le contrefort soumis à rotation, mais y fait apparaître des moments fléchissants importants, ainsi que des moments de torsion dans les murs adjacents. Il se produit un basculement d'ensemble qui a pour effet de diminuer l'effort de compression de 0,1 MN dans chacun des contreforts opposés. La redistribution des efforts dans les murs extérieurs se constate aussi dans le cas du tassement du contrefort. À noter que les descentes de charge dans le morceau de mur de module égal à 10 MPa sont quasiment nulles en raison de sa très grande souplesse.

Conclusions

L'étude par éléments finis de la cathédrale de Strasbourg et la modélisation retenue basée sur une loi de comportement élastique et linéaire a permis d'évaluer les descentes de charge aux pieds des piliers et contreforts et de mieux cerner le fonctionnement global de l'édifice.

Cette étude a montré que la rigidité longitudinale de la cathédrale était beaucoup plus importante que sa rigidité transversale. Ceci s'explique par la présence des murs gouttereaux au-dessus des arcs formerets, du triforium, et des murs extérieurs situés entre les contreforts. Ces murs ont une rigidité plus importante que l'ensemble des voûtes et de l'arc-boutant qui constituent la rigidité transversale. Concernant cette dernière, il est important de noter que la rigidité transversale des bas-côtés est plus importante que la rigidité transversale de la nef centrale, à cause de la présence du contrefort, de la plus faible portée des voûtes du bas-côté et bien que l'arc-boutant contribue à la rigidité transversale de la nef. L'arête longitudinale de clé de la nef centrale a un comportement proche d'une « charnière élastique », ce qui explique le fait qu'un tassement d'appui d'un côté de la cathédrale a très peu de répercussions sur le côté opposé. Par contre, le modèle montre clairement que le mouvement d'un appui se répercute principalement sur les deux appuis immédiatement voisins suivant le sens longitudinal.

Cette étude a en outre permis d'évaluer les reports d'efforts en pieds de piliers et de contreforts sous différents mouvements des fondations.

Sous l'effet du poids propre, les réactions d'appuis sont indépendantes du choix du module de déformation, et leurs valeurs sont respectivement pour le pilier, le contrefort et le mur situé entre deux contreforts :

$$R_{\text{pilier}} = 3,77 \text{ MN } (\sigma_n = -1,16 \text{ MPa})$$

$$R_{\text{contrefort}} = 3,09 \text{ MN } (\sigma_n = -0,5 \text{ MPa})$$

$$R_{\text{mur}} = 1,12 \text{ MN } (\sigma_n = -0,23 \text{ MPa})$$

Sous l'effet d'un tassement de pilier, ou de contrefort, ou d'une rotation de contrefort, les variations de réactions d'appui sont très dépendantes du module de déformation E de l'ensemble de la structure. Ce calcul par éléments finis nous a ainsi permis de fournir une estimation des redistributions de réaction d'appui, estimation qui est particulièrement dépendante de la bonne adaptation du modèle au comportement réel de la cathédrale depuis sa construction :

- Le choix du module est particulièrement difficile car il doit représenter au mieux une maçonnerie hétérogène, non linéaire, qui comporte des fissurations, a vieilli et s'est adaptée au cours du temps.

- Dans la réalité, des éléments de maçonnerie tendus n'existent pas et il se produit une fissuration avec adaptation de la maçonnerie qui engendre une redistribution qui tend à éliminer les efforts de traction et à les reporter en efforts de compression sur d'autres éléments. Pour résoudre ce type de problème, il est possible, soit de réaliser

un calcul pas à pas en éliminant successivement, par divers artifices, les zones tendues, soit d'appliquer la méthode des éléments distincts.

- L'historique des mouvements de fondations n'est pas suffisamment connu pour pouvoir réaliser un cumul correct de toutes les sollicitations subies par la structure, avec en particulier la prise en compte de l'interaction sol-structure.

- Enfin, cette étude permet de localiser les zones sensibles de l'édifice, c'est-à-dire les zones sus-

ceptibles de développer une pathologie consécutive à une aggravation future des mouvements d'appuis (exemple de l'arc-boutant, du triforium, de l'arête longitudinale de la clé de voûte de la nef principale, des murs extérieurs entre contreforts).

Les déformations mesurées en certains points de l'édifice et leur suivi au cours du temps pourraient permettre de mieux ajuster le modèle et ses caractéristiques mécaniques, en particulier le module de déformation.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] KERISEL J. (1975), Old structures in relation to soil conditions, *Géotechnique* 25, 3, pp. 433-483.
- [2] RÉGIE DES BÂTIMENTS, MINISTÈRE DES TRAVAUX PUBLICS, BRUXELLES (1983-1988), *Restauration de la Cathédrale des Saints-Michel-et-Gudule*, (2^e édition 1989).
- [3] HUMBERT P. (1989), CÉSAR-LCPC. Un code général de calcul par éléments finis, *Bulletin de liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, 160, févr.-mars.
- [4] ACKER, BOULET, DANTEC, SEMBLAT, TORRENTI (1995), *Projet de procédure d'essais LPC : Détermination du module de déformation longitudinale sur le béton*.
- [5] HALLEUX P. (1989), La voûte gothique : une audace de bâtisseur ?, *Annales des Travaux publics de Belgique*, 5, pp. 429-454.
- [6] HENDRY A.W. (1990), Masonry properties for assessing arch bridges, Transport and Research Laboratory, *Contractor Report*, 244, 36 pages.
- [7] FONQUERNIE B. (1993), *Compatibilité de la thérapie avec le monument*, Symposium de l'Association Internationale des Ponts et Charpentes, Rome, pp. 495-501.
- [8] CROCI G. (1993), *Structural aspects in restoring monuments*, Symposium de l'Association internationale des Ponts et Charpentes, Rome, pp. 13-28.
- [9] TAUPIN J.-L. (1993), *Cathédrale de Beauvais : de l'incertitude à la décision*, Symposium de l'Association internationale des Ponts et Charpentes, Rome, pp. 645-652.
- [10] CROCI G., D'AYALA D. (1993), *Recent developments in the safety assessment of the Colosseum*, Symposium de l'Association internationale des Ponts et Charpentes, Rome, pp. 425-432.
- [11] MACCHI G., RUGGERI G., EUSEBIO M., MONCECCHI M. (1993), *Structural assessment of the leaning tower of Pisa*, Symposium de l'Association internationale des Ponts et Charpentes, Rome, pp. 401-408.
- [12] DIALER C. (1993), *Modeling masonry behaviour using Distinct Elements*, Symposium de l'Association internationale des Ponts et Charpentes, Rome, pp. 329-336.
- [13] EI SHABRAWI A., VERDEL T. (1995), *Étude du comportement des édifices en maçonnerie sous sollicitation sismique avec la méthode des éléments distincts : un outil et une méthodologie. Des géomatériaux aux ouvrages, expérimentations et modélisations*, Éditions HERMES, pp. 409-431.
- [14] PISTONE G., BONO D., MACCHIORLATTI VIGNAT B. (1991), *Investigation and simulation of the static behaviour of S. Maria di Castello Church in Alexandria. Structural Repair and Maintenance of Historical Buildings II*, Publ. by Computational Mechanics Publications, Southampton, Engl., pp. 277-287, Meeting of Seville, Spain : Proceedings of the 2nd International Conference on Structural Repair and Maintenance of Historical Buildings II.
- [15] MAUNDER E.W.A. (1995), Some structural studies of Exeter Cathedral, *Structural Engineer*, vol. 73, 7, April, pp. 105-110.

Glossaire

- **Triforium** : galerie de circulation située à mi-hauteur, au-dessus des grandes arcades et sous les fenêtres hautes de la nef, du transept ou du chœur d'une église. Dans le cas de la cathédrale de Strasbourg, le triforium comprend une galerie ouverte constituée d'un étroit passage excavé dans l'épaisseur du mur et des piliers, avec des ouvertures sous forme d'un remplage ajouré formant un ensemble unique avec les fenêtres hautes.
- **Narthex** : vestibule d'une église, situé entre le porche et les premiers piliers de la nef.
- **Remplage** : réseau en pierre garnissant l'intérieur d'une fenêtre de style gothique.
- **Tas de charge** : masse de pierre située au-dessus de la naissance des arcs doubleaux, formerets et diagonaux permettant d'améliorer la stabilité des voûtes ogivales.

ABSTRACT

A study of the mechanical behaviour of Strasbourg Cathedral, using a finite-element model

B. GODART - M. TIVERON - D. DUVAL

The mechanical study of old buildings such as cathedrals is particularly awkward. In the case of Strasbourg Cathedral, the CÉSAR-LCPC finite-element programme was a valuable help in determining the behaviour of the building under the effect of movements of its pillars, and in particular evaluating the total load applied at their bottom and the extent of load transfers. The latter depend on the different longitudinal and transverse rigidities of the structure. The results of the study helped to locate weak parts of the edifice and provided the architects responsible for historic buildings with information which, in conjunction with other data, will confirm their decisions regarding work to be undertaken if need be (strengthening, repairs, modifications, etc.).