

Méthode de mesure des caractéristiques rhéologiques d'un matériau au moyen de la compression diamétrale

Application aux matériaux routiers

Dac Chi NGUYEN

Ingénieur civil des Ponts et Chaussées
Chargé de mission auprès du directeur
des Programmes et actions de développement

François DERKX

Charge de recherche CR1
Chef de la section Etudes et fabrication
Service Métrologie et instrumentation

Laboratoire central des Ponts et Chaussées

Quelles que soient les structures, simples ou complexes, leur calcul nécessite au minimum la connaissance de deux caractéristiques des matériaux, le module élastique et la résistance à la rupture. Pour les matériaux dont la résistance en traction est faible vis-à-vis de la résistance en compression, la connaissance du couple résistance en traction - module d'Young (R_t , E) est indispensable. Ceci est aussi valable pour les calculs de structure de chaussées. Or l'essai de traction directe, qui permet de mesurer simultanément ces deux valeurs est souvent un essai coûteux alors que l'essai de compression diamétrale, qui est un essai simple, permettant d'estimer la résistance en traction, ne permet pas toujours de mesurer le module élastique avec une précision suffisante. L'étude ci-après cherche à pallier cette lacune.

Cet article rend compte des résultats de l'étude analytique réalisée par M. Christian Stéfani, de la conception de l'appareillage, des études sur les matériaux réalisées successivement aux LRPC de St-Brieuc et de Toulouse.

Rappel de l'essai de compression diamétrale

L'essai de compression diamétrale consiste à écraser une éprouvette cylindrique selon deux génératrices diamétralement opposées A et B (fig. 1).

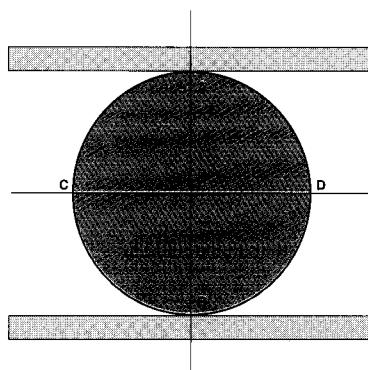


Fig. 1 -
Principe de l'essai
de compression
diamétrale.

RÉSUMÉ

L'article présente l'étude et la mise au point d'un système d'extensométrie permettant de mesurer simultanément, lors d'un essai de compression diamétrale, le coefficient de Poisson et le module d'Young d'un matériau élastique. La détermination des caractéristiques rhéologiques est réalisée à l'aide de la mesure de la force appliquée à l'éprouvette, des mesures des déformations du diamètre horizontal et d'un diamètre incliné à 60° par rapport à l'horizontale. Les auteurs décrivent ainsi un système d'extensométrie simple et précis permettant de mesurer les déformations. Dans l'annexe est présenté le calcul analytique justifiant les formules appliquées et la validité de l'essai de compression diamétrale même lorsque les forces ne sont plus appliquées sur deux génératrices diagonalement opposées mais sur une surface répartie autour de ces deux génératrices.

MOTS CLÉS : 22-30-33 - Méthode - Mesure - Caractéristiques - Rhéologie - Essai - Matériau - Traitement des assises - Liant - Hydraulicité - Module d'élasticité - Éprouvette - Extensomètre - Essai de résistance à la traction par fendage.

Pour déterminer le module du matériau pendant l'essai, on doit déterminer une contrainte et une déformation. La détermination de la contrainte est déduite de la mesure de la force appliquée sur l'éprouvette. La détermination de la déformation est souvent délicate et peu précise. Une déformation déduite de la mesure de la variation du diamètre vertical AB de l'éprouvette est simple car il suffit de mesurer la distance entre les plateaux de la presse. Cependant cette façon de déterminer le module est très critiquable car, dans les calculs, le matériau est supposé parfaitement élastique. Or, au voisinage des points de contact A et B, les contraintes sont très élevées et le comportement du matériau dans ces zones est plastique. Les déformations y sont donc très élevées, comparées à celles résultant des calculs en élasticité, le module élastique obtenu par cette méthode est toujours très inférieur au module réel du matériau.

Pour éviter cet inconvénient, plusieurs recherches ont tenté de déterminer le module du matériau à partir de la déformation du diamètre horizontal CD (1), (2), (3), (4), (5). La mesure de la déformation du diamètre horizontal est difficile car les dispositifs de mesure doivent suivre le mouvement vertical du plan CD lors de l'essai tout en mesurant une variation d'allongement très faible. Lorsque les systèmes indiqués en référence arrivent à mesurer la variation du diamètre horizontal avec précision par des extensomètres plus ou moins compliqués, le calcul du module reste encore critiquable car le coefficient de Poisson est supposé connu et constant. Ceci entraîne des valeurs de module d'Young différentes des valeurs réelles, comme nous le verrons plus loin.

La méthode que nous présentons ici permet de pallier les inconvénients cités ci-dessus, d'utiliser un système d'extensomètre simple, et de déterminer simultanément le coefficient de Poisson et le module élastique du matériau avec une grande précision.

Rappel des méthodes de calcul du module d'Young dans l'essai de compression diamétrale

Le calcul du module est basé sur les formules suivantes, déduites de la théorie de l'élasticité :

$$E = k f / \Delta \Phi$$

E, le module d'Young du matériau

f, la charge linéaire appliquée

$\Delta \Phi$, l'allongement du diamètre CD

k, coefficient dépendant du coefficient de Poisson ν , indépendant de la dimension des éprouvettes et égal à k_d lorsque le calcul est fait

dans l'hypothèse d'un état de déformation plane et à k_c dans le cas de l'hypothèse d'un état de contrainte plane. Nous avons :

$$k_d = (1 + \nu) \frac{(4 - \pi) + 2(\pi - 2)\nu}{\pi} \\ = 0,273 + \nu + 0,726 \nu^2$$

et

$$k_c = (4/\pi) - 1 + \nu = 0,273 + \nu$$

La figure 2 donne la variation des coefficients k pour ν variant entre 0 et 0,5.

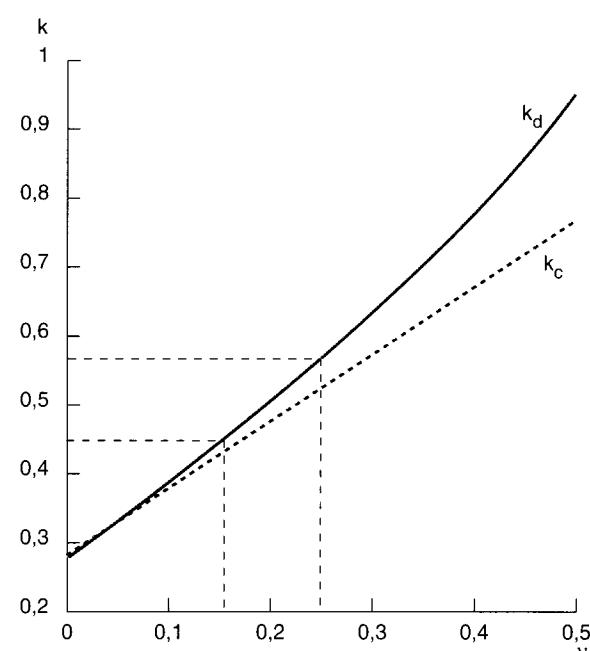


Fig. 2 - Variation de k en fonction du coefficient de Poisson.

On voit que lorsque ν varie de 0,15 à 0,25, la formule en état de contrainte plane produit une variation de k, donc de E, dans le rapport de 1 à 1,25.

Les matériaux traités aux liants hydrauliques utilisés en France sont de natures très diverses, depuis les graves traitées à haute performance jusqu'aux sables et sols fins traités aux caractéristiques mécaniques très faibles. Les valeurs de ν peuvent varier de 0,15 à 0,25. En prenant *a priori* une valeur constante de ν égale à 0,20, l'erreur que l'on peut commettre sur la valeur de module est de $\pm 15\%$, ce qui n'est pas négligeable compte tenu de ce que les erreurs de mesure s'y rajoutent.

Les modules des enrobés varient de plus en fonction de la température et du temps de charge. Leur coefficient de Poisson peut varier de 0,15 à 0,35, voire jusqu'à 0,45. Il n'est donc pas surprenant qu'en prenant *a priori* une valeur du coefficient de Poisson, on trouve des valeurs de module complètement erronées et l'écart avec la valeur réelle peut aller jusqu'à 50 %.

Les remarques ci-dessus s'appliquent également au cas d'un calcul fait pour un état de contrainte plane.

Dans toute détermination du module d'Young par l'essai de compression diamétrale, il est donc indispensable de déterminer en même temps le coefficient de Poisson.

Calcul du coefficient de Poisson et du module élastique par l'essai de compression diamétrale

Pour déterminer les deux inconnues : coefficient de Poisson et module élastique, il faut disposer de deux équations. Ces deux relations peuvent être fournies par la théorie de l'élasticité connaissant la mesure des déformations du diamètre horizontal et d'un diamètre incliné d'un angle θ avec l'horizontale (fig. 3).

Les valeurs de v sont obtenues par les équations suivante :

- en état de déformation plane :

$$v = \frac{[4 N(\theta) - \pi \cos \theta] - (4 - \pi) \Xi}{-(2 \pi \cos \theta - 4 N(\theta)) + (2 \pi - 4) \Xi}$$

- en état de contrainte plane :

$$v = \frac{[4 N(\theta) - \pi \cos \theta] - (4 - \pi) \Xi}{-(\pi \cos \theta) + \pi \Xi}$$

dans lesquelles :

$$\Xi = \Delta \Phi \theta / \Delta \Phi$$

$\Delta \Phi \theta$ est la variation de longueur du diamètre incliné d'un angle θ par rapport à l'horizontale.

$\Delta \Phi$ est la variation de longueur du diamètre horizontal.

$$N(\theta) = 1 - \sin \theta \ln \left[\frac{\pi/4 + \theta/2}{\pi/4 - \theta/2} \right].$$

On peut remarquer que seul le rapport de la variation des diamètres intervient dans les calculs de v et que la dimension de l'éprouvette n'intervient pas, ce qui est prévisible.

Les valeurs de E sont alors calculées par les formules données au paragraphe « Rappel des méthodes de calcul du module d'Young » ci-avant.

La figure 4 présente les variations de v en fonction de Ξ .

On peut remarquer que, pour une même valeur de v , la valeur absolue de Ξ est plus grande quand θ est égal à 60° qu'à 45° ou 30° et qu'elle est plus sensible aux variations de v . Dans les essais, il est donc préférable d'adopter θ égal à 60° car la précision de l'évaluation de v sera meilleure.

On peut aussi remarquer que, pour une même valeur de Ξ mesurée, la valeur du coefficient de Poisson est plus grande lorsqu'on la calcule en état de contrainte plane qu'en déformation plane. En déformation plane, quand v varie entre 0,15 et 0,25, ce qui est le cas pour les matériaux traités aux liants hydrauliques, Ξ varie de -1,3 à -0,8 pour $\theta = 60^\circ$.

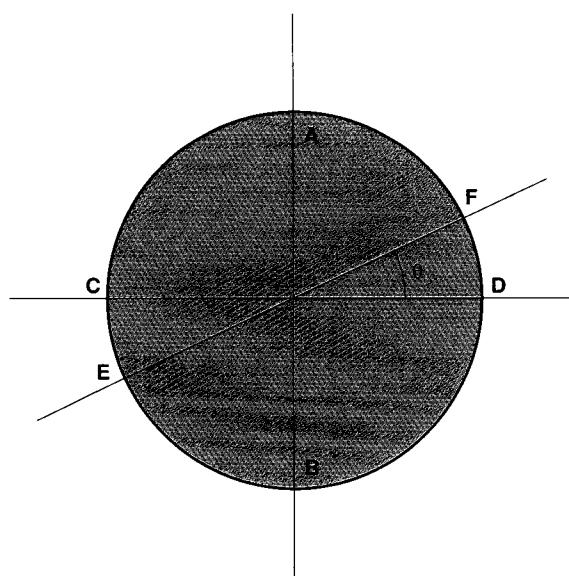


Fig. 3

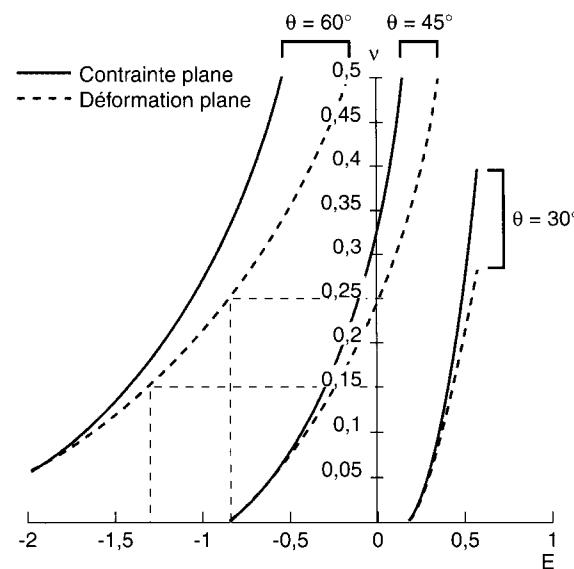


Fig. 4 - Variation de v en fonction de Ξ .

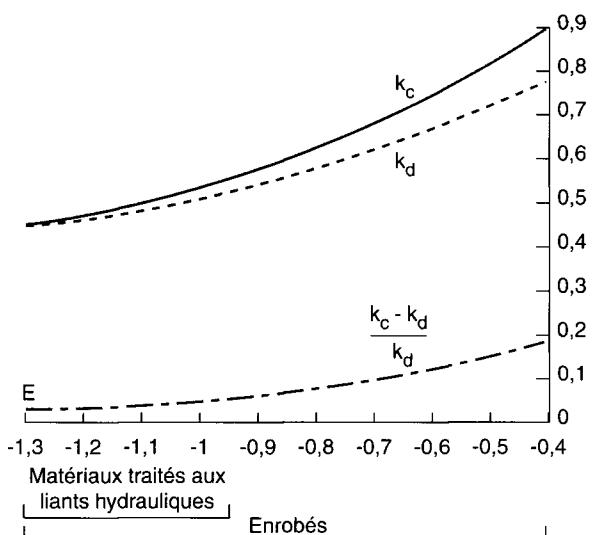


Fig. 5 - Variation de k_c , k_d et de $(k_c - k_d)/k_d$ en fonction de ϵ .

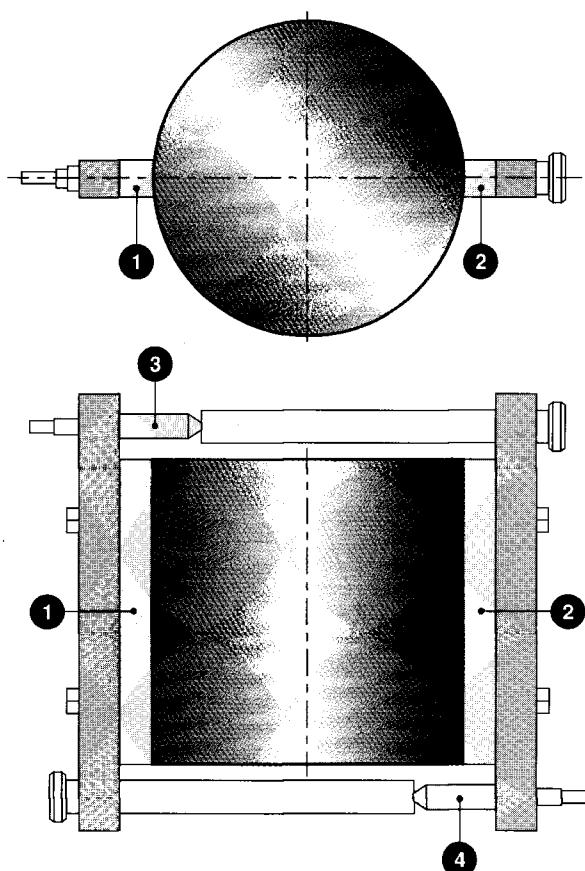


Fig. 6 - Principe d'un extensomètre de mesure du diamètre horizontal.

La figure 5 présente les variations des coefficients k en fonction de ϵ . On observe des différences non négligeables selon que l'on adopte le calcul de k en état de contrainte plane ou en état de déformation plane. Lorsque ϵ varie de $-1,3$ à $-0,8$, l'écart entre les valeurs de k selon que l'on utilise l'une ou l'autre hypothèse de calcul va jusqu'à 5 % (fig. 5). Il en est de même pour E puisque E est proportionnel à k .

Pour les enrobés, où ϵ peut varier entre $-1,3$ et $-0,4$, l'écart entre les valeurs de E obtenues avec l'une ou l'autre hypothèse peut atteindre 18 %.

Dans le calcul du module, il faut donc choisir une hypothèse de calcul. Ce choix sera fait lors de la comparaison des valeurs en compression simple et en compression diamétrale présentée dans l'essai sur une éprouvette de duralumin.

Systèmes de mesure de la variation de longueur des diamètres de l'éprouvette

Les variations de longueur des diamètres horizontaux et inclinés d'un angle θ par rapport à l'horizontale sont mesurée à l'aide d'un système d'extensométrie composé de deux extensomètres semblables dont l'un est décrit ci-après.

La figure 6 présente le principe de l'extensomètre. Il comporte deux barreaux (1) et (2), appliqués sur les génératrices diamétralement opposées du diamètre dont on souhaite mesurer la variation de longueur. Ces barreaux sont fixés à l'éprouvette à l'aide de ressorts (non présentés ici pour la clarté de la figure) qui permettent de les maintenir sur les génératrices correspondantes. Deux capteurs 3 et 4 sont fixés à l'extrémité de ces barreaux, ils mesurent la variation de leur écartement pendant l'essai, donc la variation du diamètre.

La figure 7 montre en perspective le montage des deux extensomètres inclinés l'un par rapport à l'autre d'un angle θ .

Pour pouvoir monter en même temps les deux extensomètres, il est nécessaire que leurs barreaux soient de longueurs inégales. Une vérification que nous verrons plus loin montre que la longueur des barreaux n'influence pas les résultats.

Des gabarits de calage permettent de monter rapidement les extensomètres.

La figure 8 montre un système d'extensométrie montée sur une éprouvette de duralumin.

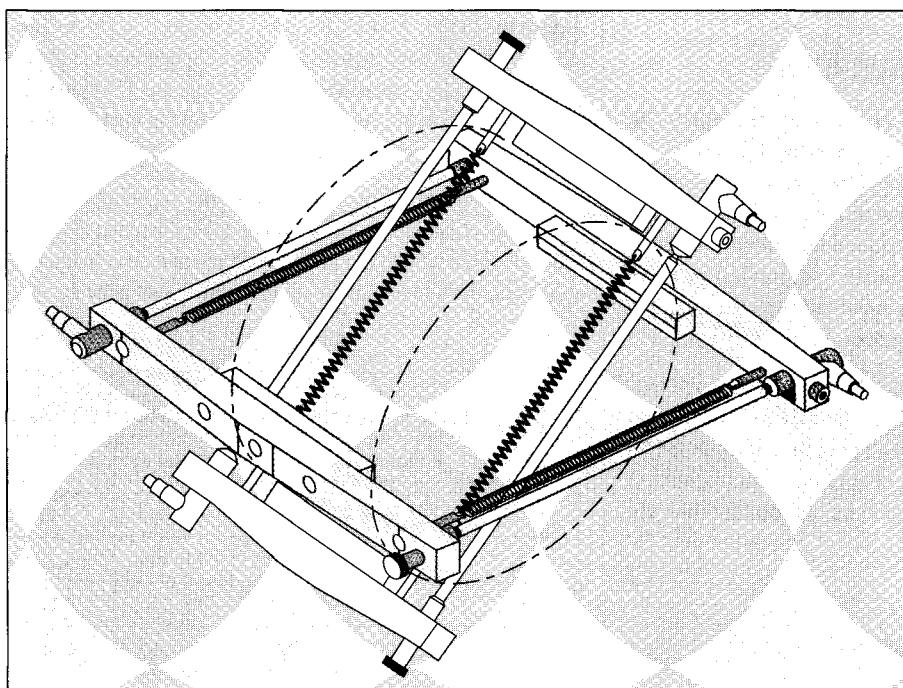


Fig. 7 -
Vue en perspective
du montage de deux
extensomètres.

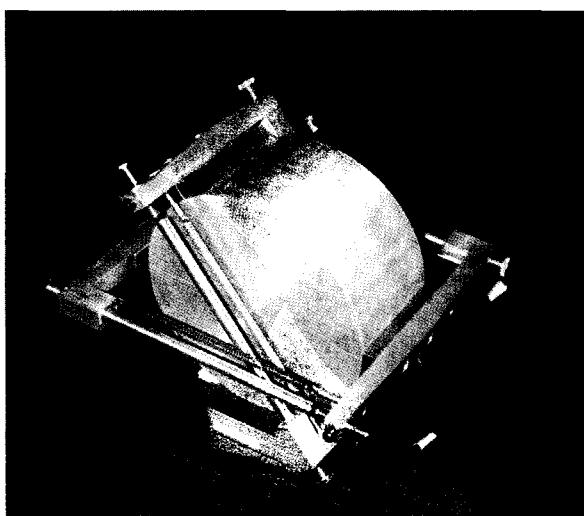


Fig. 8 - Extensomètre monté sur une éprouvette de grave-ciment.

Effet de la nature des contacts de l'éprouvette avec les plateaux

Dans les calculs de détermination de la résistance à la rupture et des caractéristiques de rigidité, on a pris généralement pour hypothèse que la charge est appliquée sur deux génératrices. Or, dans la pratique, du fait de la déformation plastique des matériaux au contact avec les plateaux, la charge est appliquée sur une surface plane dont la largeur est plus ou moins grande selon la rigidité du matériau. On peut se demander quelle sera l'influence de la largeur d'application de la charge sur les résultats.

Des calculs (voir annexe) montrent que, si la charge appliquée est répartie de façon homogène

et radiale sur une largeur comprise entre deux diamètres faisant un angle 2ω (fig. 9), l'influence sur les résultats est faible. Pour $2\omega = 6^\circ$ ou une largeur d'application égale à 10 % du rayon, l'erreur que l'on commet sur la variation du diamètre est de 0,18 %. Pour $2\omega = 20^\circ$ ou une largeur d'application de la charge de 35 % du rayon, l'erreur serait de 1 %. Ces valeurs sont inchangées pour un chargement homogène parallèle à la verticale sur le même secteur. Dans la pratique, comme la charge n'est pas uniformément répartie, mais plus concentrée dans la partie centrale, l'erreur serait donc encore plus faible que celle donnée ci-dessus.

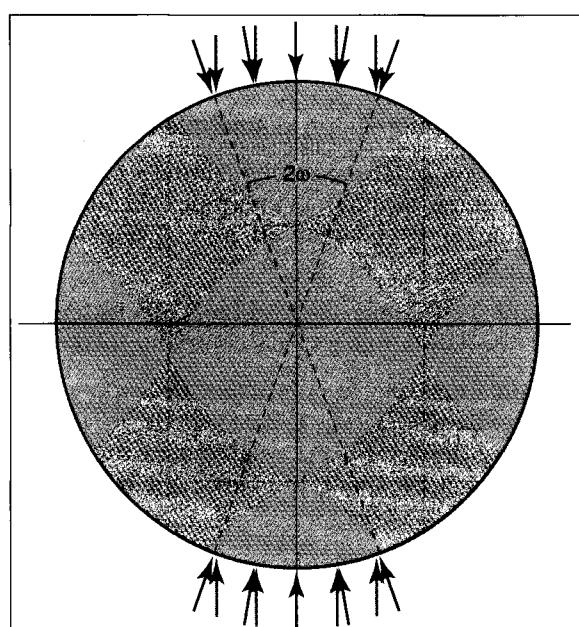


Fig. 9 - Application de la charge répartie.

Étude de validation du système d'extensométrie

L'étude consiste d'abord à réaliser un essai de compression simple sans rompre l'éprouvette pour mesurer le module en compression, puis à réaliser sur la même éprouvette l'essai de compression diamétrale. La comparaison des modules d'Young obtenus par les deux méthodes permet de vérifier la validité de la méthode de mesure du module par l'essai de compression diamétrale.

Pour les matériaux comme le duralumin ou les matériaux traités aux liants hydrauliques, on peut considérer que les modules sécants en traction à 30 % de la contrainte de rupture sont égales à ceux en compression à 3 % de la contrainte de rupture en compression.

Essai sur une éprouvette de duralumin

Pour vérifier la commodité d'utilisation et l'exactitude du système de mesure à deux extensomètres, les premiers essais ont été réalisés sur une éprouvette cylindrique de duralumin. Le duralumin ayant un module à peu près double de celui des graves traitées aux liants hydrauliques, les déformations mesurées seront donc à peu près équivalentes pour un chargement double.

Essai de compression simple

La mesure du module en compression, sur une éprouvette cylindrique de diamètre 160 mm et de hauteur 320 mm, a donné pour trois essais :

$$E = 71\ 700 ; 70\ 000 ; 72\ 000 \text{ MPa}$$

$$E_{\text{moyen}} = 71\ 230 \text{ MPa.}$$

Essai de compression diamétrale

L'essai de compression diamétrale a été réalisé sur une éprouvette cylindrique de diamètre 160 mm et de hauteur 80 mm. L'angle θ est égal à 60° .

Le tableau I donne les résultats calculés en état de déformation plane et de contrainte plane.

On remarque que le coefficient de variation est très faible (inférieur à 2 %) pour le module d'Young alors qu'il est relativement important, mais acceptable pour le coefficient de Poisson (inférieur à 10 %).

L'écart entre le module en compression et le module en compression diamétrale avec un calcul en état de déformation plane est de 1 % alors qu'avec un calcul en contrainte plane, il est de 5 %. Ceci est prévisible, car l'épaisseur de

l'éprouvette étant assez grande, l'hypothèse d'état de déformation plane se rapproche beaucoup plus des conditions d'essai que l'hypothèse d'état de contrainte plane, qui s'appliquerait plutôt à des plaques minces.

Dans tous les essais qui suivent, on donne aussi bien les résultats de calcul en contrainte plane qu'en déformation plane, mais on ne raisonne qu'avec les résultats en déformation plane.

TABLEAU I

Essai	En état de contrainte plane		En état de déformation plane	
	E (MPa)	v	E (MPa)	v
1	72 000	0,34	68 000	0,25
2	75 000	0,29	71 000	0,23
3	74 000	0,28	72 000	0,22
4	76 400	0,33	71 600	0,25
5	74 400	0,33	70 000	0,24
6	75 000	0,29	71 000	0,23
7	73 000	0,28	70 000	0,24
Moyenne	74 257	0,31	70 514	0,24
Écart type	1 441	0,03	1 336	0,01
Coefficient de variation	1,94 %	8,62 %	1,89 %	4,69 %

Application aux matériaux traités aux liants hydrauliques

Les contraintes maximales appliquées sont d'environ 2 % à 4 % de la résistance en compression pour les essais en compression et de 20 à 40 % de la résistance en traction pour l'essai de compression diamétrale.

Étude réalisée au LRPC de Saint-Brieuc

Il s'agit d'une grave avec 3,5 % de ciment, ayant trois ans et une compacité de 84,4 %.

Sur une éprouvette de diamètre 160 mm et de hauteur 320 mm, on réalise l'essai de compression simple sans rompre l'éprouvette puis l'essai de compression diamétrale.

Essai de compression

L'essai de compression est réalisé à la vitesse de 0,01 MPa par seconde.

Chaque valeur de module est la moyenne des valeurs obtenues sur cinq cycles de chargement sur une même éprouvette. L'essai est répété dix fois et on calcule la valeur moyenne et l'écart type de ces résultats.

On obtient les résultats suivants :

$$E_{\text{moyen}} = 19\ 973 \text{ MPa}$$

Écart type = 566

Coefficient de variation = 2,83 %

Essai de compression diamétrale

L'essai de compression diamétrale est réalisé sur la partie centrale de l'éprouvette testée en compression, cette partie centrale est découpée sur une hauteur de 62 mm.

La vitesse de chargement est de 0,01 MPa par seconde.

Chaque valeur de module est la moyenne des valeurs obtenues sur cinq cycles de chargement.

Les essais permettent d'étudier l'influence de l'angle θ , la répétabilité de la mesure et l'interchangeabilité des deux extensomètres.

Les résultats de l'essai de compression simple et de l'essai de compression diamétrale sont ensuite comparés.

Étude de l'influence de l'angle θ entre les deux capteurs

L'étude a été réalisée avec trois angles $\theta = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$. Les tableaux suivants donnent les résultats d'après les calculs :

En déformation plane

θ	v_{moyen}	Écart type	Coefficient de variation (%)	E_{moyen} (MPa)	Écart type (MPa)	Coefficient de variation (%)
30°	0,17	0,037	22	17 910	2 042	11
45°	0,146	0,006	4	16 754	406	2
60°	0,148	0,017	11	16 534	482	3

En contrainte plane

θ	v_{moyen}	Écart type	Coefficient de variation (%)	E_{moyen} (MPa)	Écart type (MPa)	Coefficient de variation (%)
30°	0,207	0,056	27	18 495	2 386	13
45°	0,172	0,008	5	17 122	430	3
60°	0,174	0,024	14	16 907	422	2

L'examen des tableaux montre que l'essai à $\theta = 30^\circ$ donne des dispersions plus grandes que celles des essais à 45° ou 60° . Ceci est prévisible d'après les calculs réalisés qui montrent que les déformations pour $\theta = 60^\circ$ sont plus grandes que celles obtenues pour $\theta = 30^\circ$. Dans tout ce qui suit, nous ne présentons que les résultats des essais à $\theta = 60^\circ$.

Étude de la répétabilité de la mesure et de l'interchangeabilité des deux extensomètres

Pour vérifier la répétabilité de l'essai, neuf essais de démontage et de remontage ont été réalisés sur une même éprouvette et on calcule ensuite l'écart type et le coefficient de variation des mesures.

Pour permettre le montage des extensomètres croisés, le système extensométrique se compose de deux extensomètres de dimension différente. On pouvait craindre des résultats différents. Une vérification a été faite en intervertissant les extensomètres et en réalisant l'étude de répétabilité décrite ci-dessus.

Les calculs ont été effectués en déformation plane.

Le tableau ci-dessous présente les résultats.

Type de montage	Coefficient de Poisson			Module d'Young (MPa)		
	Moyenne	Écart type	Coefficient de variation (%)	Moyenne	Écart type	Coefficient de variation (%)
Grand extensomètre à 60°	0,159	0,021	13,03	16 534	790	4,84
Petit extensomètre à 60°	0,174	0,016	8,93	16 970	407	2,40

Les coefficients de variation des modules obtenus après démontage et remontage sont faibles et du même ordre de grandeur que lorsque l'on fait des répétitions sans démontage de l'extensomètre puisqu'ils sont inférieurs à 5 %. On peut considérer que la répétabilité est bonne.

Les valeurs de module obtenues en intervertissant les extensomètres sont respectivement de 16 534 MPa et 16 970 MPa. Ces valeurs s'écartent de leur moyenne de 1,6 %, ce qui rentre dans les erreurs de mesure.

L'écart entre la moyenne de ces deux valeurs et le module en compression est de -17 %.

Étude réalisée au LRPC de Toulouse

Les essais ont été réalisés de la façon suivante :

- ① on fabrique des éprouvettes de diamètre 160 mm et de hauteur 320 mm ;
- ② sur les éprouvettes conservées à un certain âge, on réalise l'essai de compression sans rompre l'éprouvette pour mesurer le module en compression E_c ;
- ③ la même éprouvette est sciée en quatre tranches de hauteur d'environ 40 mm. Sur ces tranches, on réalise les mesures de module en compression diamétrale.

La valeur du module d'Young E_b retenue pour l'essai de compression diamétrale est la moyenne des valeurs obtenues sur les quatre tranches d'une même éprouvette.

Chaque tableau donne les résultats obtenus sur les différentes éprouvettes d'un même mélange et leur moyenne.

Sable + 6 % ciment, âge : environ six mois

	E_c (MPa)	E_b (MPa)	v
Moyenne	22 290	18 900	0,15
	17 616	21 200	0,21
	17 132	17 225	0,16
	19 010	19 108	0,17

Grave silico-calcaire avec 3,5 % de ciment, âge : environ cinq mois

	E_c (MPa)	E_b (MPa)	v
Moyenne	18 000	23 250	0,14
	19 000	25 250	0,1325
	21 000	26 500	0,19
	19 333	25 000	0,15

Grave silico-calcaire + 6 % de ciment, âge : environ cinq mois

	E_c (MPa)	E_b (MPa)	v
Moyenne	29 000	36 700	0,12
	32 000	39 000	0,17
	30 500	37 850	0,15

Silico-calcaire + 12 % ciment, âge : environ trois mois

	E_c (MPa)	E_b (MPa)	v
Moyenne	39 000	42 500	0,177
	33 000	40 000	0,177
	36 000	41 250	0,18

Sable ciment 0/2 ; masse volumique 2,12 ; teneur en eau 8 %, âge : environ trois mois

	E_c (MPa)	E_b (MPa)	v
Moyenne	15 000	21 200	0,137
	16 000	13 000	0,16
	15 500	17 100	0,15

	E_c (MPa)	E_b (MPa)	v
Moyenne	21 000	29 200	0,137
	22 000	28 000	0,16
	21 500	28 600	0,15

	E_c (MPa)	E_b (MPa)	v
Moyenne	23 000	28 500	0,145
	27 000	29 000	0,16
	25 000	28 750	0,15

Grave calcaire tendre + 4 % de ciment, âge : environ trois mois

	E_c (MPa)	E_b (MPa)	v
Moyenne	26 000	26 000	0,167
	19 000	31 000	0,16
	22 500	28 500	0,16

Béton de ciment

	E_c (MPa)	E_b (MPa)	v
Moyenne	35 000	37 250	0,135
	37 000	42 000	0,215
	36 000	39 625	0,18

Comparaison des résultats de module en compression et en compression diamétrale

Le tableau suivant regroupe toutes les valeurs moyennes de module d'Young en compression E_c et en compression diamétrale E_b .

Matériau	E_c (MPa)	E_b (MPa)	$\frac{E_b - E_c}{E_c}$
Grave ciment de Saint-Brieuc	19 970	16 530	- 17 %
Sable ciment de Toulouse	19 010	19 108	1 %
Grave silico-calcaire + 3,5 % ciment	19 333	25 000	29 %
Grave calcaire + 7 % ciment	30 500	37 850	24 %
Grave silico-calcaire + 12 % ciment	36 000	41 250	15 %
Sable + 6 % de ciment	15 500	17 100	10 %
Sable + 9 % de ciment	21 500	28 600	33 %
Sable + 12 % ciment	25 000	28 500	15 %
Grave calcaire tendre + 4 % ciment	22 500	28 500	27 %
Béton de ciment	36 000	39 000	10 %

La figure 10 présente le module moyen en compression diamétrale en fonction du module moyen en compression.

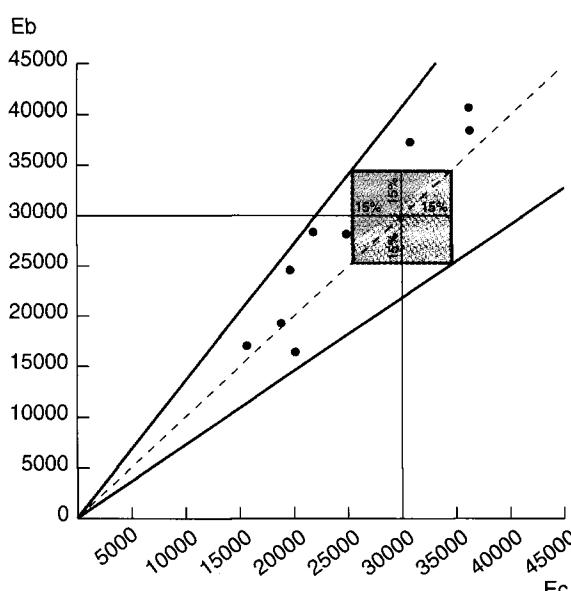


Fig. 10 - Module moyen en compression diamétrale E_b en fonction du module moyen en compression E_c .

Les résultats se trouvent dans un fuseau correspondant à une incertitude de plus ou moins 15 % pour l'essai en compression simple et pour l'essai de compression diamétrale.

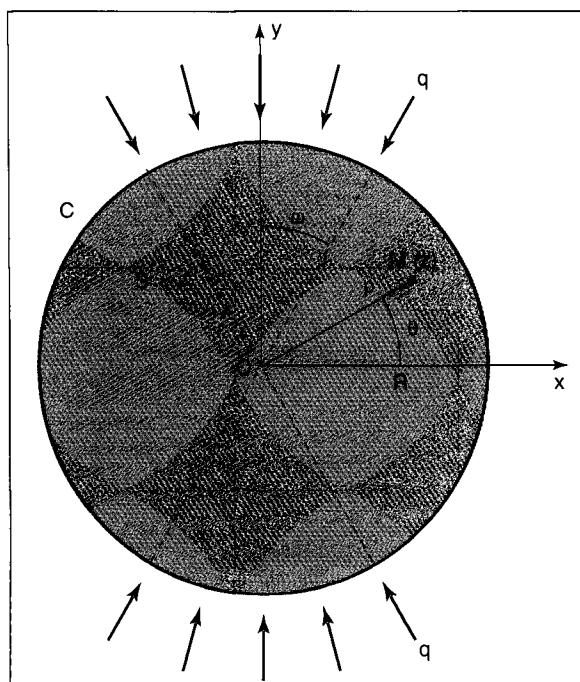
Observation sur les valeurs du coefficient de Poisson

Les valeurs des coefficients de Poisson obtenues pour les graves traitées au ciment varient entre 0,15 et 0,20. Ces valeurs sont plus faibles que celle que l'on prend en général pour les calculs qui est de 0,25. Il serait nécessaire de mesurer aussi les coefficients de Poisson pour les matériaux traités avec d'autres liants et aussi pour d'autres matériaux tels que les limons.

Conclusions

L'excellent résultat obtenu sur le duralumin, une bonne répétabilité des essais et les bons résultats obtenus sur les matériaux traités aux liants hydrauliques permettent de penser que l'essai de compression diamétrale avec le système d'extensométrie décrit ci-dessus permet de déterminer correctement le coefficient de Poisson et le module d'Young du matériau testé. Cet essai peut être utilisé avantageusement par rapport à l'essai de traction directe, qui est un essai coûteux et difficile à réaliser, d'autant plus que l'essai de compression diamétrale permet de déterminer aussi avec une bonne approximation la résistance à la traction. Il serait intéressant d'étudier l'application de cet essai aux matériaux visco-élastiques.

ANNEXE



Une éprouvette cylindrique de révolution de rayon R est soumise, en surface de deux secteurs opposés d'angle au centre 2ω , à une densité surfacique de force normale de compression de module constant q (densité linéique unilatérale f de force de compression résultante égale à $2qR \sin \omega$). Soient S une section droite, O le centre de son contour circulaire C , Ox un axe normal au plan bisecteur intérieur des secteurs chargés et Oy définissant avec Ox un repère orthonormé direct dans le plan de S . Un point M de S de coordonnées cartésiennes x et y sera caractérisé par son affixe z ($z = x + iy = pe^{j\theta}$). Nous étudions le problème plan en élasticité linéaire isotrope.

Il existe deux fonctions ϕ et ψ de la variable complexe z , définies à deux constantes complexes liées additives près, qui, ensemble, déterminent entièrement l'état du corps par :

$$2\mu(u_p + iu_\theta) = (\chi\phi - z\bar{\phi}^* - \bar{\psi}) e^{-i\theta}$$

$$\sigma_{pp} + \sigma_{\theta\theta} = 2(\phi^* + \bar{\phi})$$

$$\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{pp} + 2i\sigma_{p\theta} = 2(z\phi^* + \psi)e^{2i\theta}$$

ANNEXE (suite)

avec $\chi = \frac{\lambda + 3\mu}{\lambda + \mu} = 3 - 4\nu$ en état de déformations planes

$$\chi = \frac{5\lambda + 6\mu}{3\lambda + 2\mu} = \frac{3 - \nu}{1 + \nu} \text{ en état de contraintes planes}$$

où λ et μ sont les coefficients de Lamé et ν le coefficient de Poisson. Sur C , $\sigma_{p\theta}$ et σ_{pp} admettent les expressions suivantes :

$$\sigma_{p\theta} = \operatorname{Im} ((z\phi'' + \psi')e^{2i\theta}) = \operatorname{Im} (A(z))$$

$$\sigma_{pp} = \operatorname{Re} (\phi' + \bar{\phi}' - (z\phi'' + \psi')e^{2i\theta}) = \operatorname{Re} (B(z))$$

$$\text{avec } A(z) = z\phi'' + \frac{z^2}{R^2}\psi' \text{ et } B(z) = 2\phi' - z\phi'' - \frac{z^2}{R^2}\psi'$$

holomorphes dans S . Il en résulte, pour le problème considéré :

$$\frac{1}{2i\pi} \int_{C'} \frac{A(t)}{t - z} dt - \frac{1}{2i\pi} \int_{C'} \overline{\frac{A(t)}{t - z}} dt = 0$$

$$\text{et } \frac{1}{2i\pi} \int_{C'} \frac{B(t)}{t - z} dt + \frac{1}{2i\pi} \int_{C'} \overline{\frac{B(t)}{t - z}} dt = - \frac{q}{i\pi} \operatorname{Log} \frac{e^{+2i\omega} + z^2/R^2}{e^{-2i\omega} + z^2/R^2}$$

$$\text{soit } z\phi'' + \frac{z^2}{R^2}\psi' = 0 \text{ et } 2\phi' - z\phi'' - \frac{z^2}{R^2}\psi' + 2\overline{\phi'(0)} = - \frac{q}{i\pi} \operatorname{Log} \frac{e^{+2i\omega} + z^2/R^2}{e^{-2i\omega} + z^2/R^2}.$$

Les fonctions ϕ et ψ s'explicitent en définitive ainsi :

$$\phi(z) = \frac{i}{2\pi \sin \omega} \left(-i\omega \frac{z}{R} + \frac{z}{2R} \operatorname{Log} \frac{e^{+2i\omega} + z^2/R^2}{e^{-2i\omega} + z^2/R^2} + e^{i\omega} \operatorname{Arc tg} \left(\frac{z}{R} e^{-i\omega} \right) - e^{-i\omega} \operatorname{Arc tg} \left(\frac{z}{R} e^{i\omega} \right) \right) + ibz + \gamma$$

$$\psi(z) = \frac{i}{2\pi \sin \omega} \left(e^{i\omega} \operatorname{Arc tg} \left(\frac{z}{R} e^{i\omega} \right) - e^{-i\omega} \operatorname{Arc tg} \left(\frac{z}{R} e^{-i\omega} \right) \right) + \gamma'$$

avec b , réel, γ et γ' , complexes, restant indéterminés comme il est naturel en l'absence de conditions sur le déplacement ; la conservation globale de chacun des deux diamètres de symétrie de l'éprouvette se traduit par la nullité de b et $\chi\gamma - \gamma'$, il ne subsiste alors que l'indétermination classique précitée. Pour le cas d'un chargement concentré sur deux génératrices opposées ($\omega = 0$), un calcul similaire fournit :

$$\phi(z) = \frac{f}{\pi} \left(\frac{z}{2R} - \operatorname{Arc tg} \frac{z}{R} \right) + ibz + \gamma$$

$$\psi(z) = - \frac{f}{\pi} \left(\operatorname{Arc tg} \frac{z}{R} + \frac{z/R}{1 + z^2/R^2} \right) + \gamma'.$$

Les contraintes en un point du diamètre porté par Oy ($z = i\xi R$, ξ réel) admettent en conséquence les expressions suivantes pour ω non nul :

$$\sigma_{pp} = \frac{f}{\pi R \sin \omega} \left(\omega - \operatorname{Arc cos} \frac{\cos 2\omega - \xi^2}{\sqrt{1 - 2\xi^2 \cos 2\omega + \xi^4}} - \sin 2\omega \frac{1 - \xi^2}{1 - 2\xi^2 \cos 2\omega + \xi^4} \right)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{f}{\pi R \sin \omega} \left(\omega - \operatorname{Arc cos} \frac{\cos 2\omega - \xi^2}{\sqrt{1 - 2\xi^2 \cos 2\omega + \xi^4}} + \sin 2\omega \frac{1 - \xi^2}{1 - 2\xi^2 \cos 2\omega + \xi^4} \right)$$

$$\text{et } \sigma_{pp} = \frac{-f}{\pi R} \cdot \frac{3 + \xi^2}{1 - \xi^2} \quad \sigma_{\theta\theta} = \frac{f}{\pi R} \text{ pour } \omega \text{ nul.}$$

ANNEXE (suite)

La variation relative de $\sigma_{\theta\theta}$ sur la moitié centrale du diamètre porté par Oy n'excède guère 1 % (resp. 3 %) pour un angle au centre 2ω égal à 6° (resp. 10°).

L'allongement $\Delta\phi_0$ d'un diamètre incliné de l'angle θ sur l'axe Ox s'exprime, également en conséquence, sous la forme suivante :

$$\Delta\phi_0 = \frac{f}{\mu} \left(\frac{\chi + 1}{2\pi} N(\theta) - \frac{\chi - 1}{4} P(\theta) \right)$$

$$\text{avec } N(\theta) = \frac{1}{2 \sin \omega} \cdot \left(\cos(\theta - \omega) \operatorname{Log} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta - \omega}{2} \right) - \cos(\theta + \omega) \operatorname{Log} \operatorname{tg} \left| \frac{\pi}{4} - \frac{\theta + \omega}{2} \right| \right) \quad (\omega \neq 0)$$

$$N(\theta) = 1 - \sin \theta \operatorname{Log} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2} \right) \quad (\omega = 0)$$

$$P(\theta) = \frac{1 - \sin \theta \cos \omega}{\sin \omega} \quad (\theta + \omega > \pi / 2)$$

$$P(\theta) = \cos \theta \quad (\theta + \omega \leq \pi / 2)$$

Le coefficient de Poisson puis le module d'Young E du matériau constitutif de l'éprouvette sont ainsi déterminables à partir du rapport Ξ ($\Xi = \Delta\phi_0 / \Delta\phi_0^0$) au moyen des relations suivantes ($\theta \leq \pi / 2 - \omega$) :

$$\nu = \frac{(4 N(\theta) - \pi \cos \theta) - (4 N(0) - \pi)}{-(2 \pi \cos \theta - 4 N(\theta)) + (2 \pi - 4 N(0))} \Xi$$

$$E = (1 + \nu) \frac{(4 N(0) - \pi) + 2(\pi - 2 N(0)) \nu}{\pi} \cdot \frac{f}{\Delta\phi_0}$$

en état de déformations planes et :

$$\nu = \frac{(4 N(\theta) - \pi \cos \theta) - (4 N(0) - \pi)}{-(\pi \cos \theta) + \pi} \Xi$$

$$E = \left(\frac{4 N(0)}{\pi} - 1 + \nu \right) \cdot \frac{f}{\Delta\phi_0}$$

en état de contraintes planes.

L'emploi abusif des formules établies pour ω nul ne se traduit ordinairement que par de faibles erreurs sur la valeur de E. Soit, par exemple, une éprouvette de matériau de coefficient de Poisson égal à 0,25, en état de déformations planes, chargée sur deux secteurs opposés d'angle au centre égal à 6° (resp. 20°) donc d'arc voisin de R/10 (resp. R/3) ; l'allongement $\Delta\phi_0$ mesuré sera voisin de $0,5681 \frac{f}{E}$

(resp. $0,5626 \frac{f}{E}$) et Ξ , pour un diamètre d'inclinaison 60° , de $-0,8492$ (resp. $-0,8983$). De ces mesures il sera déduit une valeur erronée de ν proche de 0,2488 (resp. 0,2366) puis une valeur erronée de E proche de $0,5671 \frac{f}{\Delta\phi_0}$ (resp. $0,5506 \frac{f}{\Delta\phi_0}$) soit une erreur relative de l'ordre de 0,2 % (resp. 2 %).

Un calcul similaire effectué pour une densité surfacique de force parallèle à Oy conduit aux mêmes conclusions.

Christian STÉFANI

Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées
Chargé de mission auprès du chef du service Modélisation

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] NGUYEN DAC CHI (1987), *Méthode de détermination du module élastique des matériaux de chaussées avec l'essai de compression diamétrale*, First International RILEM Congress, 7-11 septembre.
- [2] NGUYEN DAC CHI (1988), *Méthode de détermination du module élastique des matériaux de chaussées traités aux liants hydrauliques avec l'essai de compression diamétrale*, 6th Road Conference in Budapest, 4-6 octobre.
- [3] DUNAISKI P.E., HUGO F. (1990), *A proposed method for measuring the lateral displacements during indirect tensile tests on asphalt briquettes using linear variable differential transducers*, Preceeding of the 4th International RILEM Symposium, Mechanical test for bituminous mixtures, Budapest.
- [4] BROWN S.F., COOPER KE (1993), *Simplified methods for determining of fundamental properties of asphalt mixes*, International conference, The Hague, The Netherlands, 22-24 septembre.
- [5] BROWN S.F. (1995), *Practical test procedures for mechanical properties of bituminous materials*. Proc. INSTN Engrs Transp., novembre.

ABSTRACT

The use of a method based on indirect tensile testing to measure the rheological characteristics of a material Application to road materials

Dac Chi NGUYEN - F. DERKX

This paper describes the design and development of an extensometry system which, in the course of an indirect tensile test, provides a simultaneous measurement of the Poisson coefficient and Young's modulus for an elastic material. The rheological characteristics are determined by measuring the force applied to the sample, measuring the deformations in the horizontal diameter and a diameter which is at 60° to the horizontal. The authors also describe a straightforward and accurate system of extensometry which is capable of measuring the deformations. The annex contains the analytical calculation which demonstrates the validity of the formulae used and the validity of the indirect tensile test even when forces are not applied to two diagonally opposite generators but to a surface which is distributed around these two generators.