

# Rhéologie du béton frais remanié

## II - Relations entre composition et paramètres rhéologiques

**François de LARRARD**

Docteur de l'École nationale des Ponts et Chaussées  
Adjoint au chef de la division  
Méthodes et matériels de construction et d'entretien des routes  
Laboratoire central des Ponts et Chaussées, Centre de Nantes

**Chiara F. FERRARIS**

Docteur de l'École polytechnique fédérale de Lausanne  
Physicienne au National Institute of Standards and Technology  
Gaithersburg, Maryland, United States of America

### RÉSUMÉ

À partir des mesures relatées dans le premier article, on procède à une modélisation des caractéristiques rhéologiques des mélanges en fonction de leur composition. Une interprétation physique du modèle de Bingham est proposée, selon laquelle le seuil de cisaillement serait une manifestation du frottement entre grains solides, alors que le terme de viscosité plastique résulterait d'une dissipation visqueuse due au mouvement de l'eau dans les pores du matériau cisailé. On en déduit une forme générale des modèles, lesquels sont calibrés grâce aux données expérimentales. La viscosité plastique apparaît comme contrôlée essentiellement par la concentration solide relative du matériau frais, alors que le seuil de cisaillement est le résultat d'un cumul des contributions de chaque classe granulaire, contributions faisant intervenir la taille, la rugosité et l'affinité des particules avec le superplastifiant (pour les mélanges adjuvantés).

En plus de leur pouvoir prédictif, qui doit être confirmé sur d'autres données expérimentales, les modèles permettent de comprendre quelques tendances générales observées lorsqu'on compose des matériaux à base de ciment, et peuvent être incorporés avec profit dans des logiciels d'aide à la formulation des bétons.

**MOTS CLÉS :** 32 - Rhéologie - Béton frais - Caractéristiques - Modèle physique - Composition du mélange - Cisaillement - Limite - Viscosité - Plasticité - Compacité - Béton hydraulique - Fumée de silice.

### Introduction

Dans le premier article de cette série, un programme expérimental a été présenté, visant à fournir un ensemble de données riche et cohérent, pour la construction de modèles reliant le comportement rhéologique du béton frais avec sa composition. L'objet de ce deuxième article est donc de procéder à cette modélisation.

Pour ce faire, on commencera par proposer une analyse du modèle de Bingham, qui fera apparaître la compacité du squelette solide comme un paramètre essentiel gouvernant les propriétés d'écoulement de la suspension. On en déduira une forme générale des modèles de propriétés rhéologiques. On rappellera ensuite la méthode de calcul de la compacité, puis on analysera les données rhéologiques à la lumière des concepts présentés. Les valeurs expérimentales de viscosité plastique, calculées selon la nouvelle méthode présentée dans l'article précédent, s'ordonnent assez bien selon la concentration relative des mélanges (rapport du volume solide à la compacité du mélange « essoré »). Le seuil de cisaillement nécessite quant à lui un modèle plus complexe, du fait des différences de textures entre les classes granulaires du béton. On conclura finalement sur l'intérêt que présentent de tels modèles pour une approche scientifique de la formulation des bétons.

## Une interprétation physique du modèle de Bingham

Le modèle de Bingham est l'outil communément utilisé pour décrire les propriétés d'écoulement du béton frais. Bien qu'il ait été remis en question au regard des expériences pratiquées dans le cadre du présent programme de recherche, on va montrer que sa forme simple peut s'expliquer physiquement.

On analyse le béton frais comme un mélange granulaire (en considérant la totalité de la population des grains, depuis le ciment, voire la fumée de silice, jusqu'au gravillon), en suspension dans l'eau. Dans cette analyse, on négligera la teneur en air occlus. Le volume d'eau minimal est celui correspondant à la porosité du système sec. Le béton de maniabilité nulle est donc, par définition, un empilement dont la porosité est juste saturée en eau (fig. 1).

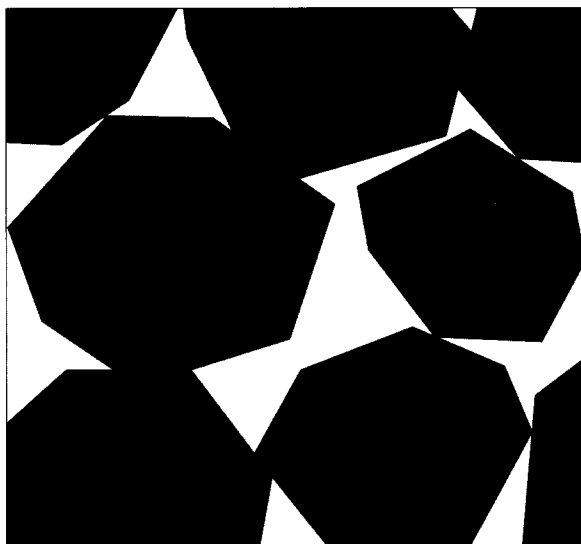


Fig. 1 - Suspension à teneur minimale en liquide. Aucun mouvement de cisaillement n'est possible sans rompre l'édifice granulaire de façon localisée.

### Cas du mélange unimodal (à une seule classe granulaire)

L'augmentation du dosage en eau fait apparaître un certain jeu dans le mélange et des mouvements de glissement entre particules sont alors possibles (fig. 2). Si l'on applique une contrainte de cisaillement au système, une déformation apparaîtra si ce cisaillement est suffisant pour contrecarrer les forces de frottement entre particules solides. Le seuil de cisaillement sera donc gouverné non pas par la phase liquide, dont le seul rôle en la matière est de contrôler la distance moyenne entre particules, mais par le nombre et par la nature des contacts entre grains. Pour un mélange à une seule classe de grains, on peut s'attendre à une relation de la forme :

$$\tau_0 = f\left(\frac{\Phi}{\Phi^*}\right) \quad (1)$$

où  $\Phi$  est le volume solide (rapporté à un volume total unité),  $\Phi^*$  est la compacité du mélange sec, valeur maximale de  $\Phi$  lorsque la suspension devient empilement, et  $f$  une fonction croissante. Le rapport  $\Phi/\Phi^*$  constitue un terme de concentration relative.

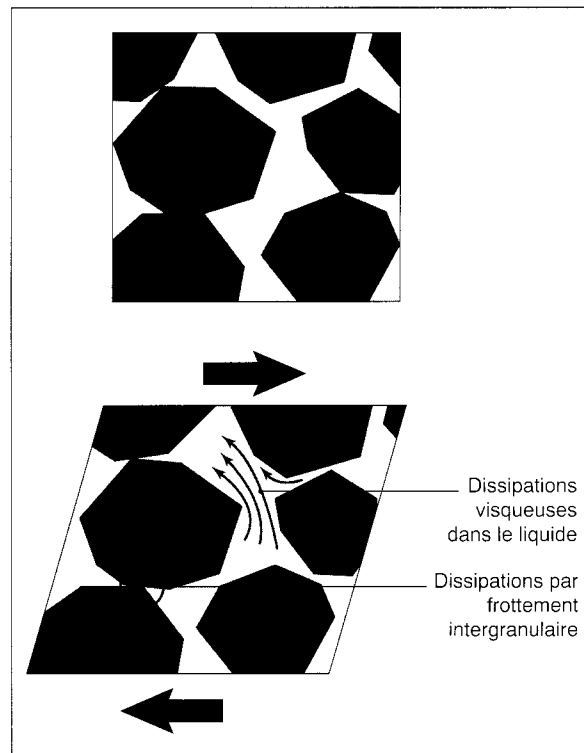


Fig. 2 - Suspension contenant un excès de liquide par rapport à la teneur minimale.

Imposons à présent un certain gradient de vitesse au système, et admettons que le champ de vitesse des particules ne dépend que d'un seul paramètre (en d'autres termes, si l'on pratique deux expériences sur le même système granulaire, mais avec deux gradients différents, les mouvements de particules seront les mêmes, à l'échelle de temps près). Il s'ensuit que le champ de vitesse d'écoulement du fluide suspendant dans les interstices du milieu granulaire, pour complexe qu'il soit, sera proportionnel au gradient de vitesse moyen imposé au système. Si l'on suppose de plus que le fluide suspendant a un comportement newtonien - ce qui veut dire que la contrainte est directement proportionnelle au gradient de vitesse - et que l'écoulement reste laminaire, alors la contribution de ce fluide à la contrainte totale restera proportionnelle au gradient de vitesse global. Ainsi, dans la forme classique du modèle de Bingham :

$$\tau = \tau_0 + \mu \dot{\gamma} \quad (2)$$

le terme  $\tau_0$  constitue la contribution du squelette, et le terme  $\mu \dot{\gamma}$  celle du liquide suspendant. De l'analyse qui précède, on peut déduire également une forme générale pour la viscosité plastique :

$$\mu = \mu_0 g \left( \frac{\Phi}{\Phi^*} \right) \quad (3)$$

où  $\mu_0$  est la viscosité du fluide suspendant.

### Mélanges à plusieurs classes de grains

La décomposition du second terme du modèle de Bingham entre contribution de la phase solide et de la phase liquide reste valable dans le cas général. Pour le seuil de cisaillement, on doit cumuler les contributions des différentes classes granulaires, dans un modèle du type :

$$\tau_0 = f \left( \frac{\Phi_1}{\Phi_1^*}, \frac{\Phi_2}{\Phi_2^*}, \dots, \frac{\Phi_n}{\Phi_n^*} \right) \quad (4)$$

où  $\Phi_i$  est le volume de la classe granulaire  $i$ , et  $\Phi_i^*$  sa valeur maximale à l'empilement, tous les autres  $\Phi_j$  ( $j \neq i$ ) étant constants.

Lorsqu'on change la taille et la texture des grains, on modifie le nombre de contacts entre particules, ainsi que la rugosité des grains. Il faut donc s'attendre à ce que la contribution de chaque classe au seuil de cisaillement fasse apparaître des paramètres de dimension et de rugosité relatifs à chaque fraction granulaire.

Pour la viscosité plastique, on sait déjà, dans le cas de suspensions de billes unimodales, que la viscosité ne dépend pas de la taille des particules (Farris, 1968). Pour des systèmes binaires de sphères, il semble que le paramètre  $\Phi/\Phi^*$  continue à contrôler la viscosité apparente, l'influence de la granulométrie étant contenue dans le terme compacité  $\Phi^*$  (Chang et Powell, 1994). Il serait évidemment agréable que cette assertion reste valable pour des systèmes granulaires de grande étendue dont les particules ne sont pas sphériques. On tentera donc dans une première étape de vérifier cette loi pour les mortiers et bétons testés.

Si l'on revient à présent au modèle de Herschel-Bulkley, dont on a montré dans l'article précédent qu'il s'applique mieux que celui de Bingham pour décrire la rhéologie du béton frais, d'où proviendrait sa forme mathématique ? En fait, il est probable que l'exposant de la loi ne reflète que l'augmentation (ou la diminution) de la viscosité plastique avec le gradient de vitesse. L'hypothèse de base qui nous a permis d'expliquer physiquement le modèle de Bingham, à savoir le fait que le champ de vitesse particulaire ne dépend que d'une constante de temps, n'est probablement vraie que dans une gamme étroite de vitesse de déformation. Des phénomènes d'agrégation entre particules, ou l'apparition de phénomènes locaux de turbulence, modifient probablement les conditions d'écoulement de la phase liquide dans les interstices de la phase granulaire. C'est d'ailleurs dans le cas des mélanges

non adjuvés que l'on a rencontré, en moyenne, les plus fortes non-linéarités (c'est-à-dire les plus grandes valeurs du coefficient  $b$  de la loi d'Herschel-Bulkley). C'est aussi dans ces matériaux que les forces entre particules fines sont les plus importantes.

### Calcul de la compacité des compositions testées

Il ressort des considérations précédentes que le calcul (ou la mesure) de la compacité des mélanges, définie comme le volume solide maximal que pourrait atteindre la suspension « essorée », constitue un préalable indispensable à la modélisation des propriétés rhéologiques. On va donc, pour cela, utiliser un modèle récent.

### Le modèle d'empilement compressible

Le laboratoire central des Ponts et Chaussées a mené des recherches depuis plusieurs années dans le but d'élaborer des modèles scientifiques de prévision de la compacité des mélanges granulaires. Le modèle linéaire de compacité des mélanges granulaires a constitué la première version (de Larrard, 1988), suivie, plus récemment, du modèle de suspension solide (de Larrard et al., 1994a, b), programmé dans le logiciel RENÉ-LCPC (Sedran et de Larrard, 1994). L'innovation essentielle de ce second modèle consistait à distinguer la compacité réelle d'un mélange, atteinte par une procédure de mise en place donnée, de la compacité virtuelle, valeur maximale de cette compacité à laquelle on ne parviendrait qu'en plaçant une à une les particules de l'empilement granulaire. La compacité virtuelle  $\gamma$  se calculait par le modèle suivant :

$$\gamma = \inf (\gamma_i) \quad (5)$$

$$1 \leq i \leq n, \gamma_i \neq 0$$

$$\gamma_i = \frac{\beta_i}{1 - \sum_{j=1}^{i-1} [1 - \beta_j + b_{ij} \beta_j (1 - 1/\beta_j)] \gamma_j - \sum_{j=i+1}^n [1 - a_{ij} \beta_j/\beta_j] \gamma_j} \quad (6)$$

formules dans lesquelles  $\gamma_i$  était la proportion volumique de la classe  $i$  (rapport du volume de la classe  $i$  sur le volume solide total),  $\beta_i$  la compacité virtuelle de la classe  $i$  empilée isolément,  $\gamma_i$  la compacité virtuelle du mélange lorsque la classe  $i$  était dominante (c'est-à-dire qu'elle était responsable du « blocage » de l'empilement), et les paramètres  $a_{ij}$  et  $b_{ij}$  les fonctions d'interaction, décrivant les effets binaires de desserrement et de paroi, respectivement.

À partir des paramètres  $\gamma_i$ , on calculait une viscosité de référence, grandeur caractéristique d'un

certain type de mise en place, fonction des proportions du mélange et de la compacité atteinte. Par analyse d'un grand nombre d'expériences (essais originaux ou mesures tirées de la littérature), on a pu tabuler les viscosités de référence par type de mise en place. Le modèle fournissait finalement une équation implicite, dont la résolution numérique donnait une valeur théorique de compacité. Lors de la construction du modèle de suspension solide, on avait procédé à une détermination empirique des fonctions a et b (par lissage des valeurs expérimentales, supposées fonction du rapport des tailles de grain). Pour la mise en œuvre pratique du modèle, on commençait par calibrer les paramètres  $\beta_i$  sur des mesures de compacité portant sur des tranches étroites des matériaux élémentaires. On pouvait alors calculer la compacité théorique de toute combinaison de ces constituants. À l'issue d'un travail important de validation, il a été montré que l'erreur du modèle, dans la prévision de compacité de mélanges secs, était en moyenne inférieure au pourcent. En outre, on espérait que le modèle serait également apte à prévoir la viscosité de suspensions concentrées.

Depuis la publication du modèle, plusieurs éléments nouveaux sont intervenus :

- il est d'abord apparu que le lissage ayant conduit aux équations d'interaction pouvait être amélioré (Lecomte et Zennir, 1997) ;
- les prévisions de viscosité de suspensions binaires de sphères, comparées à des valeurs expérimentales tirées de la littérature (Chang et Powell, 1994), se sont avérées décevantes ;
- enfin, une erreur est apparue dans le calcul de la viscosité relative d'un mélange à plusieurs classes granulaires.

La prise en compte de ces constatations a conduit à définir un nouveau modèle, baptisé modèle d'empilement compressible (de Larrard, 1998). Dans ce dernier modèle, le formalisme ayant conduit aux définitions des compacités virtuelles,  $\gamma_i$  est conservé. Par contre, les expressions empiriques permettant de prévoir les valeurs des coefficients d'interaction ont été modifiées. Les nouvelles expressions fournissent un meilleur lissage des données expérimentales et satisfont certaines conditions de continuité qui n'avaient pas été prises en considération auparavant :

$$\begin{aligned} a_{ij} &= \sqrt{1 - (1 - d_j/d_i)^{1,02}} \text{ quand } d_j \leq d_i \\ b_{ij} &= 1 - (1 - d_j/d_i)^{1,50} \text{ quand } d_i \leq d_j \end{aligned} \quad (7)$$

où  $d_i$  et  $d_j$  sont les diamètres, au sens des tamis, des classes granulaires  $i$  et  $j$ .

Le concept de viscosité relative, difficile à justifier sur le plan physique, a été remplacé par celui, plus modeste, d'indice de compaction  $K$ . Comme la viscosité relative dans le précédent modèle, c'est une

grandeur scalaire dont on suppose qu'elle est caractéristique de la mise en place du mélange. On met ainsi l'accent sur le fait qu'un empilement granulaire n'est pas une construction figée, mais peut être considéré au contraire comme un objet compressible, l'état de compaction étant justement décrit par la valeur du paramètre  $K$ . À l'aide de considérations d'additivité des contributions granulaires, et d'auto-cohérence, on propose l'équation suivante comme définition de l'indice de compaction :

$$K = \sum_{i=1}^n K_i = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\Phi_i}{\Phi_i^*} \right) = \sum_{i=1}^n \frac{y_i/\beta_i}{\Phi - \frac{1}{\gamma_i}} \quad (8)$$

où  $\Phi$  est la compacité du mélange granulaire. Les indices de compaction partiels  $K_i$  représentent la contribution de chaque classe à l'indice global  $K$ . Les  $\Phi_i^*$  sont les valeurs maximales des volumes partiels  $\Phi_i$  lorsque l'empilement virtuel est réalisé (c'est-à-dire le volume maximal de grains  $i$  que l'on peut placer dans le mélange, les autres  $\Phi_j$ , avec  $j \neq i$ , demeurant constants).

Par rapport au modèle de suspension solide, l'amélioration apportée en terme de prévision des valeurs expérimentales de compacité est à peine significative (de Larrard, 1998). Par contre, le modèle d'empilement compressible paraît mieux fondé physiquement. L'indice de compaction pourrait ainsi être assez directement relié à l'énergie fournie au système pendant la mise en place. Les valeurs typiques d'indice de compaction, pour des procédés de mise en place d'empilements à sec, sont données dans le tableau I. À partir d'essais de demande en eau pratiqués sur des mélanges de liants (Perlo, 1995), on trouve, pour ce type de préparation (compaction des grains fins en suspension très concentrée sous l'effet du malaxage et des forces de capillarité), la valeur 6,7 pour l'indice  $K^*$ .

TABLEAU I  
Indices de compaction pour différents procédés de préparation d'empilements granulaires à sec [de Larrard, 1998]

Mise en place	Simple versement	Piquage	Vibration	Vibration + Compression 10 kPa
K	4,1	4,5	4,75	9

### Validation pour quelques mélanges secs du présent programme

Jusqu'à présent, les tentatives de validation directes des modèles de compacité n'avaient concerné que des matériaux granulaires d'étendue

\* T. Sedran, communication privée, LCPC, 1997.

plus faible que celle du béton (de Larrard et al., 1994b). On a donc souhaité vérifier l'applicabilité du nouveau modèle à des mélanges de ciment et de granulats. On a d'abord mesuré la compacité à sec du ciment, par le même procédé que celui utilisé pour les granulats (valeur trouvée 0,553). Étant donné le mode de compactage et l'indice de compaction qui lui est associé, la valeur de compacité virtuelle est moindre que celle du ciment en présence d'eau (0,61 au lieu de 0,64). Ceci montre que les forces d'interaction entre particules, et les frottements qu'elles génèrent, sont plus importants dans l'air que dans l'eau, et ce malgré la formation d'hydrates, qui intervient dès le premier contact entre l'eau et le ciment anhydre. En d'autres termes, si l'on essorait un béton en exprimant, par un essai drainé de vibro-compaction, le maximum de son eau interstitielle, on atteindrait une compacité plus élevée que celle du mélange sec.

On a ensuite reconstruit les mélanges secs à la base de certaines compositions de mortiers et bétons (BO2, BO5, BO7 et BO 11 ; cf. premier article), et on a mesuré leur compacité à sec.

L'accord avec les prévisions du modèle est excellent (fig. 3), et confirme que le modèle s'applique dans toute la gamme d'étendue granulaire.

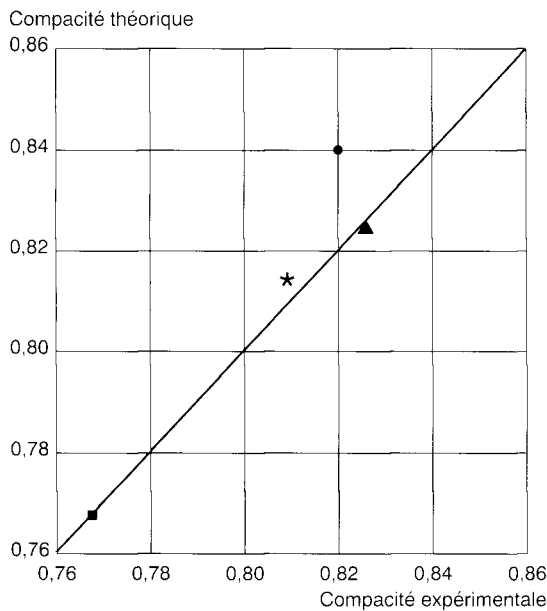


Fig. 3 - Validation du modèle d'empilement compressible pour des mélanges secs ciment-sable-gravillon.

### Calcul de la compacité des mélanges humides

L'effet de la présence d'eau sur la compacité virtuelle du ciment montre que les paramètres  $\beta_i$  relatifs à ce matériau (compacité virtuelle des tranches monodimensionnelles) doivent être calculés à partir de mesures sur le liant en présence d'eau. C'est d'ailleurs le parti qui avait été pris à l'origine (Sedran et de Larrard,

1994). Par ailleurs, le programme expérimental comprend des mélanges à dosage en superplastifiant intermédiaires entre 0 et la valeur maximale (dosage de saturation). On a donc systématiquement mesuré la variation de demande en eau du ciment utilisé en fonction du pourcentage de superplastifiant, et on en a déduit l'évolution de la concentration maximale en ciment (correspondant à une valeur de K égale à 6,7 ; fig. 4). Celle-ci s'ajuste bien par un modèle empirique de type parabolique :

$$c = 0,6065 - 0,047 (1 - x)^2 \quad (9)$$

où x est le pourcentage en masse d'extrait sec d'adjuvant rapporté au ciment.

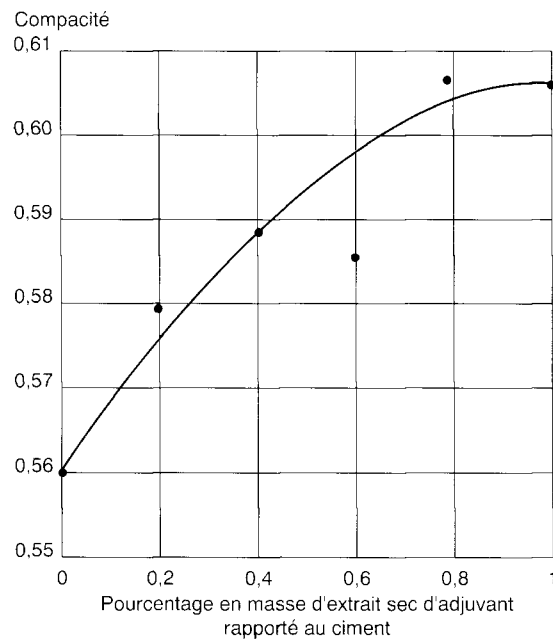


Fig. 4 - Compacité du ciment en fonction du pourcentage d'adjuvant, dans l'essai de demande en eau.

À partir de ces valeurs, on a déduit les valeurs des  $\beta_i$  relatives au ciment additionné de diverses doses d'adjuvant (tableau II). On pouvait alors calculer la compacité de chaque groupe de mélanges, pour un indice de compaction égal à 9 (d'après nos travaux sur les mélanges secs, cette valeur est caractéristique d'un empilement aléatoire fortement compacté). Les valeurs apparaissent dans le tableau III.

TABLEAU II  
Valeurs de compacité virtuelle élémentaire du ciment pour différents dosages de superplastifiant

% Superplastifiant/ciment	Compacité globale lissée	$\beta_i$
0	0,559	0,416
0,2	0,576	0,426
0,4	0,590	0,438
0,6	0,599	0,445
0,8	0,605	0,451
1	0,606	0,452

TABLEAU III  
Calculs des valeurs théoriques des propriétés rhéologiques pour les différents mélanges

Mélanges	$\Phi$	$\Phi^*$	$\Phi/\Phi^*$	$K'_g$	$K'_s$	$K'_c$	$K'_{is}$	$\tau_0$ (Pa)		$\mu$ (Pa.s)	
								Expérience	Modèle	Expérience	Modèle
BO1C	0,7980	0,8532	0,9353	1,617	2,267	1,695	0				
BO1B'	0,7939	0,8532	0,9305	1,591	2,213	1,637	0	1 599	1 524	140	144
BO1A	0,7899	0,8532	0,9258	1,566	2,162	1,583	0	1 341	1 341	134	127
BO1A'	0,7859	0,8532	0,9211	1,542	2,112	1,531	0	983	1 188	111	112
BO1B	0,7818	0,8532	0,9163	1,518	2,064	1,483	0	778	1 058	89	98
BO2A	0,7940	0,8542	0,9296	1,886	2,64	0,994	0				
BO2B	0,7860	0,8542	0,9201	1,82	2,506	0,936	0	1 162	970	137	109
BO2C	0,7779	0,8542	0,9107	1,759	2,383	0,883	0				
BO3A	0,7627	0,8314	0,9174	0,645	3,522	0,843	0				
BO3B	0,7546	0,8314	0,9077	0,63	3,344	0,798	0				
BO3C	0,7466	0,8314	0,8980	0,616	3,181	0,757	0	949	730	96	60
BO4A	0,7859	0,8479	0,9268	2,497	1,484	1,484	0				
BO4C	0,7818	0,8479	0,9221	2,447	1,451	1,438	0	1 972	971	144	115
BO4B	0,7778	0,8479	0,9173	2,398	1,419	1,395	0				
BO5A	0,7665	0,8353	0,9176	0,583	3,061	1,392	0	1 234	1 345	161	102
BO5B	0,7584	0,8353	0,9079	0,57	2,919	1,31	0	1 071	1 066	146	79
BO5C	0,7503	0,8353	0,8982	0,558	2,788	1,236	0	906	860	76	61
BO6C	0,7136	0,8054	0,8861	0	3,596	1,02	0	983			
BO6B	0,7051	0,8054	0,8754	0	3,423	0,966	0				
BO6A	0,6970	0,8054	0,8654	0	3,273	0,919	0				
BO7C	0,7778	0,8340	0,9326	1,799	1,117	2,436	0	1 665	1 635	143	152
BO7A	0,7696	0,8340	0,9228	1,741	1,075	2,27	0	1 281	1 246	119	117
BO7B	0,7615	0,8340	0,9131	1,686	1,036	2,124	0	869	977	93	90
BO8C	0,7758	0,8333	0,9309	1,18	1,584	2,462	0	1 841	1 823	114	145
BO8A	0,7681	0,8333	0,9217	1,15	1,527	2,302	0	1 115	1 381	106	114
BO8B	0,7600	0,8333	0,9120	1,12	1,47	2,152	0	901	1 074	56	88
BO9A	0,7534	0,8225	0,9160	0,476	2,27	2,137	0	1 496	1 495	62	98
BO9B	0,7454	0,8225	0,9062	0,467	2,181	2,003	0	1 137	1 167	59	75
BO9C	0,7373	0,8225	0,8964	0,457	2,098	1,883	0	771	933	27	58
BO10C	0,7152	0,7994	0,8946	0	2,909	1,68	0				
BO10B	0,7071	0,7994	0,8845	0	2,792	1,588	0				
BO10A	0,6990	0,7994	0,8744	0	2,683	1,504	0	1 061	761	38	32
BO11A	0,7010	0,7854	0,8926	0	2,207	2,23	0	1 263	1 172	34	52
BO11B	0,6929	0,7854	0,8823	0	2,13	2,103	0	1 001	939	31	40
BO11C	0,6848	0,7854	0,8720	0	2,058	1,987	0	764	768	19	30
BHP1A	0,8434	0,8620	0,9785	1,913	2,678	2,582	0	759	759	476	518
BHP1A'	0,8409	0,8620	0,9755	1,893	2,63	2,51	0	774	717	479	479
BHP1B	0,8384	0,8620	0,9726	1,873	2,591	2,439	0	608	660	501	443
BHP1B'	0,8359	0,8620	0,9697	1,854	2,549	2,373	0	537	625	338	410
BHP1C	0,8333	0,8620	0,9667	1,835	2,508	2,31	0	471	578	370	379
BHP2A	0,8467	0,8610	0,9834	2,433	3,53	1,565	0				
BHP2B	0,8416	0,8610	0,9775	2,373	3,391	1,488	0				
BHP2C	0,8366	0,8610	0,9716	2,315	3,261	1,417	0				
BHP3A	0,8158	0,8399	0,9713	0,761	4,827	1,271	0				
BHP3C	0,8057	0,8399	0,9592	0,738	4,452	1,165	0				
BHP3C'	0,7905	0,8399	0,9412	0,706	3,979	1,031	0				
BHP4C	0,8439	0,8564	0,9855	3,238	1,878	2,486	0				
BHP4A	0,8389	0,8564	0,9796	3,146	1,819	2,353	0	1 741	669	425	534
BHP4B	0,8338	0,8564	0,9737	3,058	1,763	2,232	0	1 457	585	301	456
BHP5A	0,8171	0,8422	0,9702	0,6	3,254	2,869	0	863	663	561	415
BHP5B	0,8120	0,8422	0,9642	0,592	3,154	2,719	0	476	579	565	354
BHP5C	0,8070	0,8422	0,9582	0,584	3,06	2,582	0	413	510	338	301
BHP6A	0,7859	0,8127	0,9670	0	3,814	2,914	0				
BHP6C	0,7697	0,8127	0,9471	0	3,473	2,504	0	500	506	240	224
BHP6B	0,7636	0,8127	0,9396	0	3,359	2,375	0	877	442	336	183
BHP7C	0,8337	0,8438	0,9881	2,085	1,274	4,194	0				
BHP7B	0,8287	0,8438	0,9821	2,042	1,242	3,932	0	467	309	508	571
BHP7A	0,8236	0,8438	0,9761	2	1,212	3,699	0	585	276	422	487
BHP8C	0,8322	0,8433	0,9869	1,359	1,818	4,278	0				
BHP8B	0,8272	0,8433	0,9809	1,337	1,771	4,005	0	457	339	795	553
BHP8A	0,8221	0,8433	0,9749	1,314	1,726	3,764	0	385	303	376	471
BHP9C	0,8142	0,8338	0,9765	0,537	2,745	3,673	0	548	485	726	492
BHP9A	0,8092	0,8338	0,9705	0,531	2,67	3,464	0	268	427	480	419
BHP9B	0,8041	0,8338	0,9644	0,524	2,598	3,277	0	256	380	252	356
BHP10C	0,7727	0,7989	0,9672	0	2,656	3,954	0	314	344	669	384
BHP10B	0,7646	0,7989	0,9571	0	2,557	3,639	0	327	291	345	293
BHP10A	0,7566	0,7989	0,9470	0	2,465	3,365	0	323	250	139	223
BHP11C	0,7535	0,7786	0,9678	0	1,87	4,735	0	193	204	672	390
BHP11B	0,7455	0,7786	0,9574	0	1,812	4,349	0	279	173	346	295
BHP11A	0,7374	0,7786	0,9471	0	1,757	4,017	0	96	152	274	224
80 % BO	0,7931	0,8557	0,9269					451		116	130
60 % BO	0,8044	0,8590	0,9365					353		192	169
40 % BO	0,8158	0,8609	0,9476					312		245	227
20 % BO	0,8271	0,8621	0,9594					448		308	311
FS 7,5	0,8485	0,8702	0,9750	1,616	2,656	2,442	0,154	594	746	387	473
FS 15	0,8566	0,8806	0,9727	1,556	2,512	2,376	0,349	527	879	378	444
FS 22,5	0,8626	0,8875	0,9720	1,487	2,349	2,265	0,59	748	1037	393	436
FS 30	0,8626	0,8924	0,9666	1,393	2,13	2,05	0,844	1 068	1129	408	378

## Modélisation des paramètres rhéologiques

On va d'abord s'intéresser au paramètre expérimental viscosité plastique  $\mu'$  des mortiers et bétons, calculé à partir des paramètres d'Herschel-Bulkley, eux-mêmes déterminés par exploitation des essais au rhéomètre.

### Revue des modèles de viscosité plastique existants

Hu a procédé à un examen de la littérature traitant des modèles rhéologiques (Hu, 1995). Pour ce qui concerne la viscosité plastique, la plupart des auteurs (Hobbs, 1976 ; Murata et Kikukawa, 1992 ; Hu, 1995 ; Szecsy, 1997) ont analysé le béton frais comme un composite pâte/granulat, et ont tâché de déduire la viscosité du béton de celle de la pâte, en la multipliant par une fonction prenant en compte le volume et la nature de la phase granulaire. Certains auteurs ont même étendu cette analyse à la pâte de ciment, utilisant l'approche de Farris qui, pour le calcul de la viscosité des suspensions multimodales, a effectué un calcul par récurrence, l'ensemble constitué par le fluide suspendant et les classes plus fines étant homogénéisé à l'échelle d'une classe donnée (Farris, 1968). Pour élégants qu'ils soient, ces modèles pèchent par l'absence de prise en compte des interactions granulaires. En effet, la plupart des mélanges à base de ciment ont des granulométries continues, de sorte que la coupure en un petit nombre de classes élémentaires est arbitraire. Même la distinction entre pâte de ciment et granulat, pertinente pour le béton durci, est difficile à justifier pour le béton frais, car les gros grains de ciment sont d'une taille comparable à celle des grains de sable les plus fins, et leurs contributions respectives à la rhéologie d'ensemble ne sont pas de nature différente (du moins tant que l'hydratation du ciment reste négligeable). Une façon de traiter ce problème consiste à corriger la rhéologie de la pâte de ciment dans le béton par un terme décrivant le jeu existant entre les

granulats (Ferraris et Gaidis, 1992). Mais cette approche nécessite la mesure du comportement rhéologique de la pâte, acquis par des mesures indépendantes. Ces mesures n'ont pas été effectuées dans le cas du présent programme expérimental.

### Un modèle simple de viscosité plastique s'appliquant aux six familles de mélanges

On a donc préféré, pour l'exploitation des présents essais, s'inspirer des travaux de Chang et Powell, selon lesquels la concentration relative des suspensions conditionne leur viscosité (Chang et Powell, 1994). Affichant la viscosité plastique expérimentale  $\mu$  en fonction du rapport volume solide/compacité, on a obtenu le nuage de points de la figure 5 (pour ne pas alourdir la notation, les symboles  $\tau_0$  et  $\mu$  seront employés dans la suite de cet article, et dans le troisième, en lieu et place de  $\tau_0$  et  $\mu'$ ). Le volume solide pris en compte est celui du mélange « désaéré », ce qui signifie qu'on a négligé la quantité d'air (fig. 6).

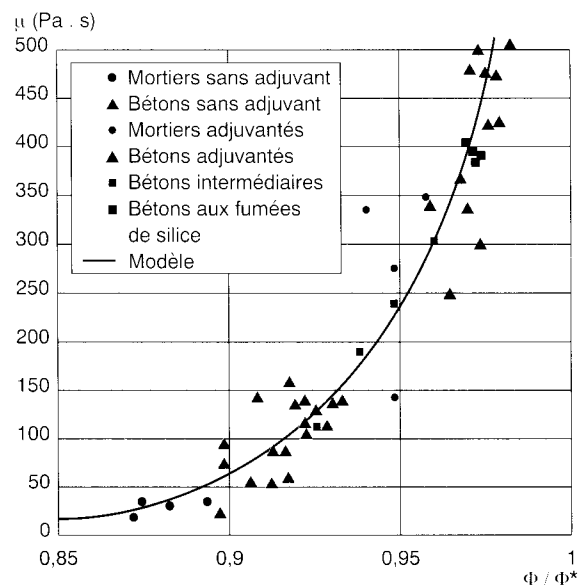
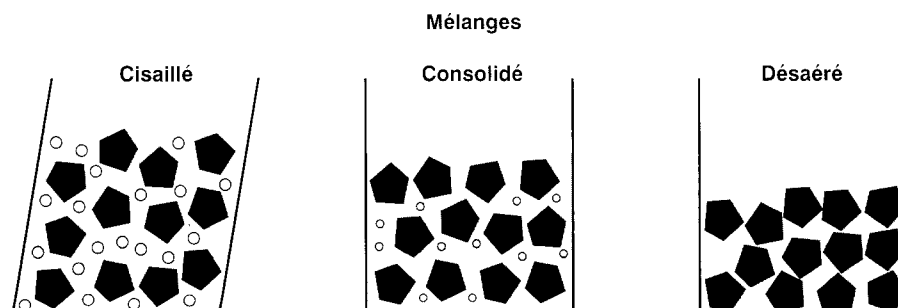


Fig. 5 - Viscosité plastique  $\mu'$  des mortiers et bétons en fonction de leur concentration solide relative.

Fig. 6 - Différents états de compaction d'un mélange humide.



Ce choix peut paraître critiquable. En effet, on sait que les mélanges consolidés par vibration contiennent toujours un certain volume d'air occlus, qui varie de 1 % pour des bétons fluides à 4 % et plus pour des mortiers adjuvantés. De plus, la viscosité est mesurée sur des mélanges cisailés (et donc non consolidés), dont la teneur en air est probablement supérieure, par suite du phénomène de dilatance. Ce volume d'air est cependant difficile à mesurer, et il est de toute façon contrôlé par la rhéologie du système (un mélange étant d'autant plus dilatant qu'il est sec). En l'absence de données fiables en la matière, on a pris en compte le volume de granulat qu'on aurait obtenu après une consolidation totale.

Quoi qu'il en soit, le paramètre concentration relative apparaît bien comme primordial vis-à-vis de la viscosité plastique. Il est assez remarquable que les points expérimentaux se groupent sur une courbe unique, quelle que soit la nature du mélange (mortiers ou bétons, avec ou sans superplastifiant, avec ou sans fumée de silice). Cette courbe a pour équation :

$$\mu = \exp \left[ 26,75 \left( \frac{\Phi}{\Phi^*} - 0,7448 \right) \right] \quad (10)$$

et fournit une évaluation de la viscosité plastique expérimentale avec une erreur moyenne en valeur relative de 27 %. L'incertitude sur le paramètre compacité  $\Phi^*$  (de l'ordre de  $\pm 1$  % en valeur absolue) explique une partie de la dispersion des points expérimentaux autour de la courbe maîtresse. Comme on l'a dit, le volume de granulat  $\Phi$  pris en compte souffre également d'une certaine erreur, le mélange cisailé étant moins compact que le mélange consolidé. Enfin, la viscosité plastique  $\mu$ , calculée à partir des paramètres de Herschel-Bulkley et valable pour une plage limitée de gradient de vitesse, n'est également connue qu'avec une certaine approximation, qui vaut 10 % environ pour des mélanges homogènes (Hu, 1995), et probablement davantage pour des mélanges présentant du ressuage et de la ségrégation. C'est pourquoi le présent modèle ne semble pas facilement améliorable en prenant en compte d'autres paramètres secondaires, par rapport au paramètre fondamental concentration solide relative.

D'après ce modèle, l'effet du superplastifiant sur la viscosité se réduit à l'effet de défloculation du ciment, lequel se traduit par une demande en eau plus faible et par une compacité des mélanges supérieure.

### Un modèle semi-empirique pour le seuil de cisaillement

Lorsqu'on affiche le seuil de cisaillement en fonction de la concentration solide relative, on n'obtient pas la même tendance. Il semble,

comme déjà dit au début de cet article, qu'il faille individualiser les contributions des différentes classes granulaires, ou des classes agrégées par nature de matériaux (dans le cas présent : gravillon, sable et ciment).

Si l'on revient à la formulation de l'indice de compaction (8), on constate que la forme de cette expression est proche du type d'équations que l'on recherche. Les termes  $K_i$  sont des fonctions de la concentration relative de la classe  $i$  (termes  $\Phi_i/\Phi_i^*$ ), et leur expression est la seule, à une constante près, qui garantisse l'additivité des termes et leur autocohérence (de Larrard, 1998). Il est donc *a priori* tentant d'élaborer des modèles à partir de combinaisons linéaires des indices de compaction partiels  $K_i$ , car on pourra alors sommer les termes  $K_i$  relatifs à différentes fractions ayant une texture similaire (par exemple, les différentes fractions de sable, matériau dont l'étendue granulaire est grande devant celle des autres constituants). Il faut cependant, dans le calcul des  $K_i$ , prendre en compte le volume solide dans le béton (ou dans le mortier) et non dans le mélange sec correspondant. Afin d'éviter toute confusion, les indices de compaction relatifs au béton désaéré seront appelés  $K_i$ . Ils sont calculés avec une valeur du paramètre  $\Phi$  égale au complémentaire à 1 du dosage en eau efficace (différence entre l'eau totale du mélange et l'eau absorbée par les granulats). On a calibré les deux équations suivantes, en minimisant la moyenne des écarts entre modèle et expérience, en valeur absolue :

$$\tau_0 = \exp(2,537 + 0,540 K_g^* + 0,854 K_s^* + 1,134 K_c^*) \quad (11)$$

pour les mélanges sans adjuvant, et

$$\tau_0 = \exp(2,537 + 0,540 K_g^* + 0,854 K_s^* + 0,224 K_c^*) \quad (12)$$

pour les mélanges adjuvantés à saturation (sans fumée de silice). Dans ces équations,  $\tau_0$  est le seuil de cisaillement obtenu par lissage des résultats bruts du rhéomètre selon le modèle d'Herschel-Bulkley. Les indices  $g$ ,  $s$  et  $c$  sont relatifs au gravillon, au sable et au ciment, respectivement.

L'erreur moyenne consécutive à la calibration de ces modèles est de 163 Pa (fig. 7). Elle tombe à 109 Pa si l'on exclut du lot les trois mélanges BO4C, BHP4A et BHP4B, pour lesquels le modèle sous-estime fortement le seuil expérimental. Or, ces mélanges se caractérisent par une forte teneur en gravillon et une faible teneur en ciment. Outre qu'ils s'écartent des bétons usuels, leur formulation a pu favoriser des phénomènes de ségrégation défavorables à la qualité des essais rhéologiques.



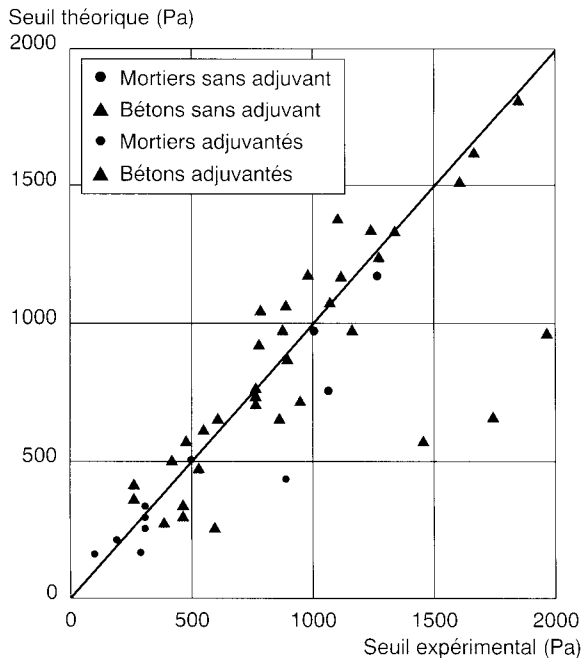


Fig. 7 - Comparaison entre valeurs expérimentales de seuil de cisaillement et prévisions du modèle.

Par comparaison avec l'écart moyen modèle/expérience, l'erreur due à l'incertitude sur le frottement du joint du rhéomètre est de l'ordre de 60 Pa (de Larrard *et al.*, 1996), à laquelle il faut ajouter l'erreur de répétabilité, due à l'échantillonnage du matériau, laquelle vaut de l'ordre de 10 % du seuil. Au regard des incertitudes expérimentales, la précision du modèle est donc très satisfaisante. Quant au nombre de paramètres ajustables, il peut paraître élevé (cinq coefficients), mais demeure petit devant le nombre de points expérimentaux ayant servi à la calibration (49).

Dans le premier modèle (11), on constate que les coefficients multiplicateurs des indices de compaction partiels s'ordonnent logiquement selon la taille des grains : ils augmentent lorsque la taille diminue. Cependant, cet accroissement n'est pas proportionnel à la surface spécifique, car le frottement élémentaire dû à un contact entre particules diminue probablement lorsque le nombre de contacts par unité de volume augmente. C'est pourquoi toutes les approches s'appuyant sur la surface spécifique des granulats, prise comme paramètre fondamental de contrôle de la rhéologie, ont toujours failli, ou ont nécessité des corrections empiriques (Day, 1995). S'agissant des granulats, les valeurs auraient probablement été plus élevées avec des matériaux concassés.

Dans le deuxième modèle (12), la contribution des granulats reste inchangée, alors que celle du ciment est fortement minimisée. On y voit une manifestation du double rôle de l'adjuvant : la défloculation des grains de ciment produit une meilleure compacité de ce produit, illustrée par

la baisse de demande en eau ; l'effet de lubrification réduit quant à lui le frottement interparticulaire, d'où une baisse d'un facteur 5 du coefficient multiplicatif de  $K_c$ . Dans ce type de mélange à très forte teneur en superplastifiant, c'est finalement le squelette formé par le gravillon et le sable qui est responsable de la majeure partie du seuil de cisaillement. On comprend alors pourquoi le seuil apparaît directement lié à la concentration relative du granulat (fig. 8).

Dans le cadre de cette recherche, on a renoncé provisoirement à la modélisation du seuil de cisaillement des mélanges qui comportent un dosage intermédiaire de superplastifiant ; ceci par manque d'un nombre suffisant de données expérimentales.

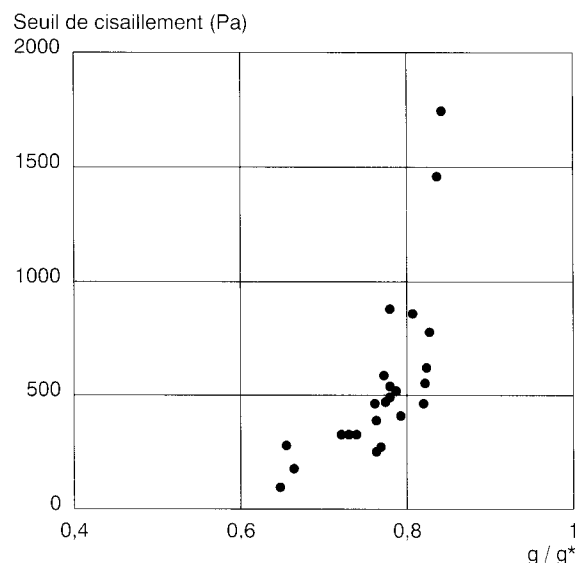


Fig. 8 - Relation entre le seuil de cisaillement expérimental et la concentration relative du granulat, pour les mélanges adjuvés à saturation.  $g$  est la concentration en granulat (sable + gravillon), et  $g^*$  est la compacité à sec du granulat, calculée à l'aide du modèle d'empilement compressible en tenant compte de la présence du ciment.

### Cas des bétons aux fumées de silice

Rappelons que ces quatre bétons ont été générés à partir du mélange central adjuvanté. On a ajouté des pourcentages croissants de fumée de silice, en gardant la proportion volumique de ciment constante, et on a ajusté l'eau pour rester dans un domaine de consistance mesurable. La dose de superplastifiant a été accrue afin de garder un état de défloculation maximal des particules fines. La diminution de dosage en eau n'a pas compensé l'ajout de fumée de silice, de sorte que le volume de pâte a continuellement augmenté. Si les fumées de silice n'avaient pas plus d'effet que le ciment sur le seuil de cisaillement, celui-ci n'aurait pas dû cesser de décroître, pour des dosages de fumée de silice variant

entre 0 et 30 % de la masse de ciment. Or, un minimum est atteint vers 15 % (à la limite du significatif), mais le seuil augmente nettement pour des dosages de fumée de silice supérieurs (fig. 10). Il semble donc que la fumée de silice ait un effet spécifique sur le seuil, même en présence d'adjuvant. Afin d'évaluer le coefficient multiplicatif du terme  $K_{fs}$  à ajouter à l'équation (12), on a cherché dans un premier temps une valeur qui produise une courbe théorique (seuil, dosage de fumée de silice) qui soit parallèle à l'expérimentale. Une telle condition est atteinte pour une valeur de l'ordre de 1,25 (fig. 9). D'un autre côté, si l'on s'en tient à une simple approche statistique, et si l'on cherche à minimiser l'écart entre modèle et expérience sur l'ensemble des quatre bétons aux fumées de silice, on obtient pour  $K_{fs}$  une valeur de l'ordre de 0,806. Il faudrait disposer d'essais supplémentaires pour choisir entre ces deux options.

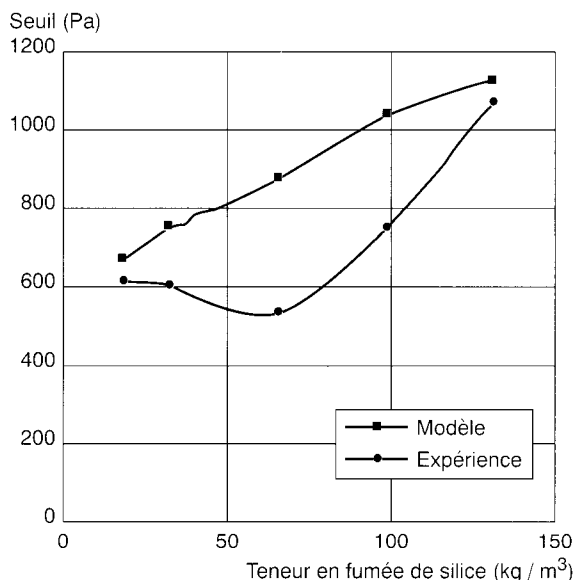


Fig. 9 - Relation entre le seuil de cisaillement et la teneur en fumée de silice.  $K_{fs} = 1,25$ .

Quoi qu'il en soit, il semble que la contribution des classes granulaires fines (de taille inférieure à 80  $\mu\text{m}$ ) au seuil de cisaillement, en présence de superplastifiant, n'est pas qu'une fonction de leur taille. L'affinité de la surface avec le polymère joue certainement un rôle majeur. On sait d'ailleurs que les fumées de silice adsorbent les naphthalènes sulfonates grâce à leurs groupements silanol (Buil et al., 1986). Cependant, la quantité adsorbée par unité de surface est probablement inférieure à celle que l'on rencontre pour le ciment Portland, d'où une moindre efficacité de l'adjuvant dans la diminution des contraintes tangentielles.

## Conclusion

On a procédé dans ce deuxième article à une modélisation des propriétés rhéologiques des mortiers et bétons (seuil de cisaillement et viscosité plastique) en fonction des paramètres de formulation. On s'est attaché à faire apparaître dans ces modèles des paramètres liés aux constituants employés, les autres coefficients étant supposés universels. Cet espoir doit être cependant confirmé en testant les modèles sur d'autres mélanges, élaborés à partir de constituants différents.

La viscosité plastique est décrite comme une fonction de la concentration relative solide du mélange, selon une loi qui s'avère, pour les mélanges testés, indépendante de la présence ou de l'absence d'adjuvants organiques (superplastifiant) ou minéraux (fumée de silice). Le seuil de cisaillement résulterait, quant à lui, du cumul des concentrations relatives des classes de grains, affectées par des coefficients tenant compte de la taille des particules, peut-être de leur rugosité, et également de leur capacité à adsorber le superplastifiant (quand cet adjuvant est utilisé dans le mélange).

La forme différente de ces deux modèles explique bien l'absence de corrélation générale entre seuil et viscosité, à la base du développement de la rhéologie du béton (Tattersall, 1991). Elle permet de comprendre pourquoi les bétons à hautes performances ont des viscosités en général plus élevées que les bétons ordinaires (l'adjuvant réduit beaucoup plus le seuil de cisaillement que la viscosité). Elle laisse aussi présager des différences dans les proportions granulaires optimales des bétons, suivant le critère rhéologique mis en avant. Enfin, la forte diminution de la contribution du ciment au seuil, en présence de superplastifiant, explique pourquoi, lorsqu'on cherche des bétons à seuil très faible et à viscosité normale ou élevée [cas des bétons autonivelants (Sedran et al., 1996)], on aboutit logiquement à des matériaux comportant un très fort volume de fines.

Finalement, les modèles proposés, si leur validité se confirme dans l'avenir, seront bien adaptés pour être intégrés dans des logiciels d'aide à la formulation des bétons. La prévision de la viscosité plastique pourra se faire à partir des seules mesures de granulométrie et de capacité des matériaux. Pour ce qui concerne le seuil de cisaillement, l'expérience à venir dira si les paramètres trouvés s'appliquent à toute famille de matériaux, ou si, au contraire, une calibration sera nécessaire lorsqu'on changera de constituants.

- BUIL M., WITIER P., de LARRARD F., DETREZ M., PAILLÈRE A.-M. (1986), *Physicochemical mechanism of the action of the naphthalene-sulfonate based super-plasticizers on silica fume concretes*, 2nd International ACI-CANMET Conference on Fly Ash, Silica Fume, Slag and Natural Pozzolans in Concrete, ACI SP 91, Madrid.
- CHANG C., POWELL R.L. (1994), Effect of particle size distributions on the rheology of concentrated bimodal suspensions, *Journal of Rheology*, Vol. 38, 1, january-february, pp. 85-98.
- DAY K.W. (1995), *Concrete Mix-Design, Quality Control and Specification*, E & FN SPON, 350 pages.
- de LARRARD F. (1988), *Formulation et propriétés des bétons à très hautes performances*, Rapport de recherche des LPC, 149, mars, 342 pages.
- de LARRARD F., SEDRAN T., ANGOT D. (1994a), Prédiction de la compacité des mélanges granulaires par le modèle de suspension solide. I : Fondements théoriques et étalonnage du modèle, *Bulletin de liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, 194, nov.-déc., pp. 59-70.
- de LARRARD F., SEDRAN T., ANGOT D. (1994b), Prédiction de la compacité des mélanges granulaires par le modèle de suspension solide. II : Validations. Cas des mélanges confinés, *Bulletin de liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, 194, nov.-déc., pp. 71-86.
- de LARRARD F., SEDRAN T., HU C., SITZKAR J.C., JOLY M., DERKX F. (1996), *Evolution of the workability of super-plasticized concretes: assessment with BTRHEOM rheometer*, Proceedings of the International RILEM Conference on Production Methods and Workability of Concrete, Paisley, edited by P.J.M. Bartos, D.L. Marrs and D.J. Cleland, juin, pp. 377-388.
- de LARRARD F. (1998), *Concrete mixture-proportioning. A scientific approach*, E & FN SPON, London, à paraître.
- FARRIS R.J. (1968), *Prediction of the viscosity of multimodal suspensions from unimodal viscosity data*, Transactions of the Society of Rheology, Vol. 12, 2, pp. 281-301.
- FERRARIS C.F., GAIDIS J.M. (1992), Connection between the rheology of concrete and rheology of cement paste, *ACI Materials Journal*, Vol. 89, 4, july-august, pp. 388-393.
- HOBBS D.W. (1976), Influence of Aggregate Volume Concentration Upon the Workability of Concrete and Some Predictions from the Viscosity-Elasticity Analogy, *Magazine of Concrete Research*, Vol. 28, 97, december.
- HU C. (1995), *Rhéologie des bétons fluides*, Études et recherches des LPC, OA 16, 203 pages.
- LECOMTE A., ZENNIR A. (1997), Modèle de suspension solide et formulation de bétons calcaires en Lorraine, *Bulletin des laboratoires des Ponts et Chaussées*, 211, sept.-oct., pp. 41-52.
- MURATA J., KIKUKAWA H. (1992), Viscosity Equation for Fresh Concrete, *ACI Materials Journal*, Vol. 89, 3, may-june.
- PERLO S. (1995), *Validation du modèle de suspension solide pour les coulis à base de ciment et d'addition minérale*, Mémoire de DEA, ENS de Cachan, juin.
- SEDRAN T., de LARRARD F. (1994), RENÉ-LCPC - Un logiciel pour optimiser la granularité des matériaux de génie civil, Note technique, *Bulletin de liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, 194, nov.-déc., pp. 87-93.
- SEDRAN T., de LARRARD F. (1996), *Mix-design of self-compacting concrete*, Proceedings of the International RILEM Conference on Production Methods and Workability of Concrete, Paisley, edited by P.J.M. Bartos, D.L. Marrs and D.J. Cleland, june, pp. 439-450.
- SZECZY R.S. (1997), *Concrete rheology*, PhD Thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign.
- TATERSALL G.H. (1991), *Workability and quality-control of concrete*, E & FN SPON, London.

**ABSTRACT**

**The rheology of disturbed fresh concrete.**

**II - The relationship between composition and rheological parameters**

**F. de LARRARD - C.F. FERRARIS**

Using the measurements described in the first paper we have modelled the rheological characteristics of mixes according to their composition. We propose a physical interpretation of the Bingham model in which the shear threshold is considered to result from friction between solid particles while the plastic viscosity term is the result of viscous dissipation due to the movement of water in the pores of the sheared material. A general form has been produced for the models and these have been calibrated using experimental data. Plastic viscosity appears to be controlled essentially by the relative solid concentration of the fresh material while the shear threshold is the result of the combined contributions of each type of particle on the basis of size and, roughness of particles and their affinity for the superplasticifier (for mixes with additives).

In addition to their ability to make predictions (which needs to be confirmed by other experimental data) the models allow us to understand some general trends which affect the formulation of cement based materials and can advantageously be included in concrete mix design software.