

Réflexions sur l'utilisation des modèles continus non linéaires pour la prise en compte de la fissuration des structures en béton

Pierre ROSSI
 Directeur de recherche
 Division des Bétons et des composites cimentaires
 Laboratoire central des Ponts et Chaussées

Note

technique

Introduction

Il existe dans la littérature un certain nombre de modèles continus qui ont été développés pour prendre en compte la fissuration des structures en béton. La quasi-totalité de ces modèles ont été implantés dans des codes aux éléments finis, et sont donc utilisés soit dans le champ de la recherche, soit dans la pratique (bureaux d'étude, entreprises, etc.). Bien qu'ils puissent être très utiles, nous craignons que les utilisateurs actuels et potentiels n'aient pas une vision très claire de leurs limites et de leur domaine d'utilisation. Le présent article s'attache donc à approfondir cet aspect.

Principaux modèles continus utilisés

Ces modèles ont pour point commun de ne pas décrire de manière explicite les fissures, mais de les prendre en compte par l'intermédiaire de lois de comportement reliant les contraintes aux déformations existant dans la structure. Les plus connus, et les plus employés, parmi ces modèles, sont les modèles de la bande fissurée (en anglais, smeared crack models) [1] et [2], les modèles d'endommagement [3] et [4], et les modèles élastoplastiques avec endommagement plastique [5].

Nous n'allons pas décrire en détail ces modèles, d'une part parce que ceci n'a aucun intérêt vis-à-vis de l'objectif que nous nous sommes fixé dans cet article et, d'autre part,

parce que le lecteur pourra obtenir ces détails dans les articles référencés ci-dessus. Nous allons simplement évoquer les points importants desquels découlent les limites et les domaines d'utilisation de ces modèles.

Il faut tout d'abord souligner que, pour ce qui concerne les modèles de la bande fissurée, et les modèles d'endommagement, la caractéristique mécanique principale du béton est le comportement post-localisation adoucissant en traction uniaxiale. Cette caractéristique mécanique est obtenue de manière directe en réalisant un essai de traction uniaxiale à vitesse de déformation imposée, ou de manière indirecte à partir d'un essai de flexion (trois ou quatre points) réalisé à vitesse de flèche imposée, la relation contrainte-déformation étant alors calée en simulant cet essai (c'est une approche inverse).

Pour ce qui concerne les modèles élastoplastiques avec endommagement plastique, le comportement en traction uniaxiale peut être élastoplastique parfait ou élastoplastique avec écrouissage positif ou négatif.

Nous tenons à signaler, avant d'analyser plus en détail les limites des modèles continus évoqués ci-dessus, qu'ils n'ont pas le même degré de pertinence physique.

En effet, la fissuration du béton se traduit par deux conséquences mécaniques principales : d'une part, l'existence de déformations irréversibles dues, à la fois, à la li-

bération des contraintes initiales du béton et aux refermetures incomplètes des fissures créées, et, d'autre part, la diminution du module d'Young apparent du béton.

Or, seuls les modèles élastoplastiques avec endommagement plastique respectent cette réalité physique, puisque la variable d'état qui y prend en compte la fissuration est la déformation plastique, évidemment irréversible et expérimentalement mesurable, qui intervient directement dans l'évolution du module d'Young (le module d'Young y diminue avec l'augmentation de la déformation plastique). Dans les modèles de la bande fissurée, les déformations irréversibles sont soit ignorées, soit prises en compte au travers d'une variable d'état supplémentaire. Dans les versions les plus récentes des modèles d'endommagement, l'évolution du module d'Young et des déformations irréversibles dépend d'une variable d'endommagement D qui n'a pas de sens physique bien clair (est-ce une densité de fissure, un niveau de risque par rapport à la rupture d'un certain volume de béton...?), et qui n'est pas expérimentalement mesurable.

Limites des modèles continus

L'analyse des limites des modèles continus vis-à-vis de la prise en compte de la fissuration du béton fait ressortir les points suivants.

■ Des études expérimentales et numériques [6], [7], [8] et [9] ont montré que le volume représentatif d'un béton (plus petit volume pour lequel on peut définir, pour un matériau hétérogène, une loi de comportement intrinsèque) n'est jamais petit par rapport aux dimensions des structures classiques du génie civil (à l'exception des barrages poids, et de certains éléments en béton de sable). Par conséquent, quand on utilise un modèle continu pour décrire la fissuration du béton, le principe de base de la mécanique des milieux continus, qui est que l'échelle de discrétisation de l'espace, c'est-à-dire la taille des éléments du maillage, est toujours très supérieure à celle du volume représentatif, est toujours fortement « violé ».

■ Il est maintenant parfaitement établi que le comportement adoucissant en traction du béton est la conséquence de la localisation des déformations à l'échelle du volume de béton (c'est-à-dire l'éprouvette) sur lequel ce comportement en traction est étudié. Le comportement adoucissant en traction du béton est donc relatif au comportement de la structure constituée par l'éprouvette. Il est le résultat de la propagation d'une fissure localisée (dont résulte la localisation des déformations évoquée précédemment), qui conduit à la fois à des effets d'échelle [10] et [11] sur l'application de la mécanique de la rupture au béton et à une dispersion liée à la position et au trajet de la fissure dans l'éprouvette.

■ Lorsque l'on utilise, dans un calcul aux éléments finis, un modèle continu ayant un comportement adoucissant en traction, on aboutit à des résultats numériques qui dépendent de la dimension des éléments du maillage utilisés (problème de non unicité de la solution mathématique). Pour résoudre ce problème, des chercheurs [12] ont proposé d'enrichir ces modèles continus classiques en introduisant, par exemple, des gradients de déformation d'ordres supérieurs, le concept du non local, la mécanique de Cosserat, ou encore des effets de vitesse (au travers d'un paramètre de viscosité). Tous ces modèles enrichis ont

pour point commun d'introduire explicitement ou implicitement une longueur considérée comme un paramètre intrinsèque du matériau. Or, cette longueur n'a en fait pas de réalité physique bien claire. En effet, des études expérimentales et numériques fiables ont montré que, pour un béton donné, cette prétendue caractéristique dépend du type de structure, du type de chargement et, pour une structure donnée soumise à un chargement donné, de l'évolution de la fissuration. L'introduction de cette longueur caractéristique apparaît donc comme une « astuce » numérique pour rendre continu un problème qui ne l'est pas (la localisation de la fissuration décrite par un modèle utilisant un comportement post-fissuration adoucissant pose des problèmes numériques), et donc pour rendre le résultat peu dépendant de la taille du maillage (mais cela est-il pertinent ?).

Pour résumer, il apparaît qu'en toute rigueur un modèle continu, quel qu'il soit, n'est pas suffisamment fondé physiquement pour prédire l'évolution de la fissuration d'une structure en béton, ainsi que le comportement mécanique qui en découle.

À cette conclusion quelque peu péremptoire et négative, basée sur l'analyse pertinente des mécanismes physiques mis en jeu dans la fissuration du béton, il faut apporter quelques nuances, car, dans la pratique, les modèles continus sont utiles (car donnant des informations satisfaisantes) à condition de les utiliser intelligemment, c'est-à-dire dans des situations bien définies. C'est ce que nous allons tenter de montrer dans ce qui suit.

Domaines d'utilisation des modèles continus

Les situations dans lesquelles l'utilisation des modèles continus nous paraît acceptable sont les suivantes :

• **Situation 1.** Analyser le comportement d'une structure en béton armé ayant un comportement non-fragile.

• **Situation 2.** Déterminer la capacité portante et les déplacements globaux à rupture d'une structure en béton fibré ayant un comportement non-fragile, et dont la rupture se fait principalement en mode I (déplacements normaux des lèvres des fissures).

• **Situation 3.** Analyser le comportement mécanique d'une structure en béton (c'est-à-dire sans armatures) fonctionnant comme une poutre, dont la rupture se fait principalement en mode I, et dont la section avoisine celle de l'éprouvette qui a servi à déterminer le comportement post-fissuration en traction du béton constitutif de la structure.

Situation 1

Dans ce cas de figure, la rupture de la structure est gouvernée par les armatures de béton armé et le comportement du béton est secondaire. Il suffit alors de modéliser correctement le comportement mécanique des armatures, ce qui est aisé en utilisant un comportement élasto-plastique de type Von Mises et, dans certains cas, de modéliser le comportement de l'interface armature-béton, ce qui est plus délicat, le modèle choisi pour le béton important plus ou moins, suivant le pourcentage d'acier dans la structure. Ainsi, on peut utiliser, sans états d'âme particuliers, les trois modèles continus évoqués dans l'article.

On peut seulement ajouter que, au regard de ce que nous avons dit précédemment, il nous semble que l'utilisation d'un modèle élasto-plastique avec plasticité parfaite (qui ne présente aucun problème numérique), et avec endommagement plastique, soit la plus adaptée.

En d'autres termes, il vaut bien mieux utiliser un modèle robuste et peu sophistiqué dans lequel les variables ont un sens physique clair, qu'un modèle plus sophistiqué dans lequel les variables n'ont pas de sens physique évident (on fait ici référence à la longueur caractéristique employée pour résoudre les problèmes numériques apparaissant quand on utilise un comportement adoucissant en traction), et donc difficilement déterminables par l'expérience.

Situation 2

Pour ce qui concerne les bétons fibrés, on distingue deux cas :

- celui où le béton fibré a un comportement post-fissuration en traction plastique parfait ou durcissant, jusqu'à la rupture de la structure,
- et celui où le béton fibré a un comportement post-fissuration en traction adoucissant.

■ **Cas 1.** Le béton fibré a un comportement post-fissuration élastoplastique parfait ou durcissant - Dans ce cas, qui ne concerne que des bétons fibrés très particuliers, l'utilisation d'un modèle élastoplastique avec endommagement plastique est d'évidence la mieux adaptée, et la plus naturelle. Ces modèles fournissent des résultats très satisfaisants [13] sur l'évolution du comportement global de la structure constituée du béton fibré en question, et, *a fortiori*, sur la capacité portante de celle-ci. Par contre, ils ne permettent pas d'avoir des informations fiables, et exploitables, sur le nombre de fissures créées, et par la même sur leur ouverture. Il faut signaler qu'il y a très peu d'effet d'échelle sur le comportement moyen en traction d'un béton fibré si ce comportement est plastique parfait ou durcissant.

■ **Cas 2.** Le béton fibré a un comportement post-fissuration adoucissant - Dans ce second cas, le problème est de transformer une ouverture de fissure w (car, comme nous l'avons mentionné précédemment, le comportement post-fissuration adoucissant en traction est le résultat de la localisation d'une fissure unique) en une déformation ε , ce qui revient à définir, et déterminer, une longueur L ($\varepsilon = w/L$) qui normalement doit être intrinsèque au matériau si l'on veut réaliser un calcul prédictif. Or, il est maintenant établi que cette longueur dépend d'un grand nombre de paramètres tels que le type de fibre (dimensions de la fibre et fonctionnement mécanique de celle-ci, par ancrage ou adhérence), la qualité de matrice, le pourcentage de fibres incorporées, la hauteur de la section (de la structure) potentiellement fissurable, et l'ouverture

de la fissure. Ce qui a pu être expérimentalement observé, c'est que, d'une part, pour de faibles ouvertures de fissure, la longueur L dépend plutôt des paramètres des matériaux, alors que, pour des ouvertures de fissure plus importantes, les paramètres structuraux deviennent prépondérants et que, d'autre part, au moment de la rupture de la structure, cette longueur L dépend principalement de la hauteur de la section fissurée (hauteur de la poutre). Casanova [14] a ainsi montré que, vis-à-vis d'une rupture en flexion ou à l'effort tranchant, la relation $\varepsilon_p = w_r/h$, où l'indice p est relatif à la plasticité, l'indice r est relatif à la rupture de la poutre, et h est la hauteur de celle-ci, est bien vérifiée.

En résumé, autant il est acceptable et pertinent de déterminer, à partir des modèles continus, la capacité portante, et les déplacements globaux à rupture, d'une structure en béton de fibres métalliques (BFM) se rompant en mode I, autant on maîtrise assez mal l'évolution de son comportement global, notamment pour de faibles ouvertures de fissure relatives au comportement en service de la structure.

Dans le cas où l'on s'intéresse au comportement à rupture de la structure en béton fibré, et que l'on prenne la hauteur de la poutre comme longueur de référence, l'analyse numérique est réalisée suivant un processus itératif qui est le suivant :

- ① On choisit une ouverture limite « raisonnable » (1 % de la hauteur de la poutre constituée, généralement, une borne supérieure pour cette ouverture limite). Dans le cas où l'on utilise un modèle élastoplastique parfait, on définit, à partir de cette ouverture limite, une contrainte de palier équivalente pour le BFM. Il s'agit d'une équivalence énergétique entre le comportement post-fissuration réel du BFM et un comportement post-fissuration élastoplastique parfait.
- ② On réalise un premier calcul numérique et on compare la déformation plastique maximale (correspondant à l'effort maximal donné par le calcul) obtenue avec

l'ouverture de fissure limite, initialement choisie, divisée par la longueur de référence.

- ③ Si les valeurs sont comparables, on considère que le calcul est acceptable, sinon on augmente, ou on diminue, l'ouverture limite de fissure choisie pour définir la contrainte de palier du BFM (donc on change de contrainte de palier), et on effectue un nouveau calcul.

La modélisation présentée peut paraître quelque peu « primitive », mais pour sa défense on peut rappeler que :

- le modèle continu adopté essaie de tenir compte le plus possible des spécificités des mécanismes physiques liés à la fissuration des BFM,
- il n'a pas pour objectif de fournir des informations très précises, mais des informations raisonnables vis-à-vis de la capacité portante et des déplacements globaux d'une structure en BFM (démarche de dimensionnement).

Remarque

Pour ce qui concerne le comportement à rupture d'une structure en BFM soumise à des sollicitations ponctuelles (ou localisées), l'utilisation de modèles continus est beaucoup moins pertinente et efficace. En effet, dans ce cas de figure, la rupture se produit de manière brutale pour des ouvertures de fissure relativement faibles, c'est-à-dire plus faibles que celles relatives à des ruptures par flexion ou effort tranchant. Il n'y a alors aucune relation fiable entre ouverture de fissure et déformation plastique équivalente. La seule chose que l'on peut faire est de prendre, de manière arbitraire, la longueur de la fibre comme longueur de référence.

Situation 3

C'est la situation dans laquelle se placent le plus fréquemment les chercheurs qui veulent valider les modèles (et pour cause ! les modèles en question sont toujours validés en procédant ainsi).

Deux démarches y sont les plus souvent adoptées :

- La **première démarche** consiste, dans une première étape, à réaliser un essai de traction uniaxiale sur une éprouvette pour déterminer le comportement

post-fissuration en traction du béton. Ensuite, on utilise la loi de comportement ainsi obtenue pour analyser le comportement d'un élément structural se fissurant en mode I, et dont la section probable de rupture est de dimension similaire à celle de l'éprouvette de traction qui a été utilisée pour déterminer la loi de comportement en traction. Il est évident que, ce faisant, l'analyse que l'on fait du comportement de la structure sera assez pertinente, car l'énergie consommée pour fissurer l'éprouvette de traction n'est pas très éloignée de celle nécessaire pour rompre l'élément structural.

■ **La seconde démarche**, quant à elle, consiste, tout d'abord, à réaliser un essai sur un élément structural de petite dimension, de telle sorte que cet essai puisse se faire en laboratoire. Les essais de flexion trois ou quatre points sur des prismes sont les plus courants. Ensuite, dans un second temps, il suffit de déterminer la loi de comportement en traction qui permette de reproduire le comportement global de l'élément structural. C'est ce que l'on appelle de l'ajustement de courbe. Enfin, ceci fait, on est à même d'analyser le comportement d'éléments structuraux se fissurant en mode I, et ayant une section de rupture probable peu éloignée de celle de l'éprouvette ayant permis de déterminer la loi de comportement en traction.

La littérature regorge d'exemples faisant partie de la situation 3. Mais quels sont l'intérêt et l'utilité réels de cette situation pour un ingénieur de bureau d'étude qui désire dimensionner ou vérifier une structure en béton non armé dont les dimensions sont en général différentes de celles de la structure qui a servi à établir le modèle ?

Cas où l'utilisation de modèles continus non linéaires ne nous paraît pas pertinente

Il s'agit, bien évidemment, des cas qui ne rentrent pas dans le cadre d'une des trois situations que nous avons citées précédemment. Mais,

pour être plus précis que cette lapalissade, nous allons donner deux exemples qui nous semblent importants dans la pratique :

- **Le comportement en service des structures.**

- **La fissuration due aux gradients thermiques et hydriques, et aux différents retraits empêchés.**

Le comportement en service des structures

En service, la fissuration des structures, qu'elles soient en béton armé ou en béton de fibres, doit être constituée de fissures dont l'ouverture ne dépasse pas 300 μm , ceci principalement pour des raisons de durabilité. Dans le cas de la plupart des structures, à l'exception des éléments minces, ces ouvertures sont très petites par rapport aux fissures correspondant au comportement ultime de la structure. Il n'existe, par conséquent, aucune relation simple et pertinente qui relie une ouverture de fissure à une déformation non linéaire (comme c'est le cas pour les fissures correspondant au comportement ultime de la structure). Ainsi, aussi bien les ouvertures de fissure que la contrainte dans les armatures (quand il s'agit de béton armé), relatives au fonctionnement en service d'une structure en béton, sont mal évaluées quand on utilise un modèle continu.

La fissuration due aux gradients thermiques et hydriques, et aux différents retraits empêchés

On se retrouve dans une problématique proche de celle qui concerne le comportement en service des structures car ce type de fissuration génère des problèmes de durabilité. On distingue malgré tout la fissuration liée aux gradients thermiques et hydriques de celle générée par les différents retraits empêchés. La première est plus locale, c'est-à-dire que les fissures sont généralement plus fines et moins profondes, alors que la seconde est constituée de

fissures pouvant être beaucoup plus larges et plus profondes, jusqu'à être traversantes (cas d'une chaussée en béton, par exemple). On peut également souligner que la première concerne surtout les bétons ayant un âge supérieur à 28 j (il s'agit d'un ordre de grandeur), alors que la seconde concerne les bétons au jeune âge, c'est-à-dire les bétons ayant un âge inférieur ou égal à 28 jours.

Pour les mêmes raisons que celles évoquées précédemment concernant la fissuration liée au comportement en service des structures, les modèles continus ne sont pas adaptés pour modéliser la fissuration due aux gradients thermiques et hydriques, et aux différents retraits empêchés. Ainsi, ils ne peuvent pas fournir de manière suffisamment fiable des informations quant aux ouvertures de fissure, et aux contraintes dans les aciers dans le cas des structures en béton armé.

Un certain nombre de chercheurs utilisant les modèles continus dans les domaines que nous venons d'évoquer argumentent sur le fait qu'ils s'agit d'une première approche, qu'il faut commencer simple pour complexifier par la suite, que de toute façon c'est mieux que rien... Nous pouvons accepter ces arguments à condition d'être très vigilants et sans ambiguïté, c'est-à-dire de bien spécifier que l'utilisation des modèles continus pour analyser la fissuration de service, ou celle liée aux gradients thermiques et hydriques, et aux retraits empêchés, n'a pas le même degré de pertinence, et d'efficacité (vis-à-vis de l'analyse des ouvertures de fissure, et des contraintes dans les armatures de béton armé) que leur utilisation pour analyser le comportement à rupture des structures. Ainsi, dans le premier cas, on est incapable d'évaluer l'écart qu'il y a entre le calcul et la réalité, en l'occurrence si l'on se trouve du côté de la sécurité ou pas.

Conclusions

Nous venons de proposer le fruit de notre réflexion concernant l'utilisation des modèles continus non linéaires pour analyser la fis-

suration des structures en béton. Cette réflexion se traduit par un « oui mais... ».

■ **Oui**, parce qu'il nous semble indéniable que ce type de modèle est très utile quand on désire obtenir des informations pertinentes à l'échelle de la structure.

■ **Mais**, parce ce qu'ils ont un domaine d'application précis, et loin d'être très vaste, bien que beaucoup d'utilisateurs aient la tentation de jouer aux apprentis sorciers en voulant les utiliser dans des situations où ils sont peu pertinents.

Pour résumer, de manière succincte, on propose de définir comme suit le domaine d'application de ces modèles :

• **Domaines d'application pertinents.** Analyse de la capacité portante et des déplacements globaux à rupture d'une structure en béton armé ou en béton de fibres ayant un comportement non fragile.

• **Domaines d'application non pertinents.** Analyse de la fissu-

ration en service des structures, ainsi que de la fissuration générée par les gradients thermiques et hydriques, et par les différents retraits empêchés.

Enfin, il nous apparaît que, parmi les modèles continus non linéaires disponibles dans la littérature, les modèles élastoplastiques avec endommagement plastique sont les plus pertinents et rigoureux, autant du point de vue physique que du point de vue mécanique.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] BAZANT Z.P., OH B.H. (1983), Crack band theory for fracture of concrete, *Materials and Structures*, vol. 16, pp. 155-177.
- [2] ROTS J.G. (1988), *Computational modelling of concrete structures*, PhD Thesis, Delft University of Technology.
- [3] MAZARS J. (1984), *Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure*, Thèse de doctorat d'état, Université Paris VI.
- [4] SAOURIDIS C. (1988), *Identification et numérisation objectives des comportements adoucissants*, Thèse de l'université Paris VI.
- [5] ULM F. (1994), *Modélisation élastoplastique avec endommagement du béton de structure. Application aux calculs statiques et dynamiques des structures en béton armé et béton précontraint*, Thèse de l'École nationale des Ponts et Chaussées.
- [6] ROSSI P., RICHER S. (1987), Numerical modelling of concrete cracking based on a stochastic approach, *Materials and Structures*, vol. 20, pp. 334-337.
- [7] ROSSI P., GUERRIER F. (1994), *Application of a probabilistic discrete cracking model for concrete structures. Fracture and Damage in quasibrittle structures : experiment, modelling and computer analysis*, édité par Bazant Z.P et al., publié par E & FN SPON, pp. 303-309.
- [8] ROSSI P., ULM F. (1997), Size effects in biaxial tensile-compressive behaviour of concrete : physical mechanisms and modelling, *Materials and Structures*, vol. 30, pp. 210-216.
- [9] ROSSI P., WU X., LE MAOU F., BELLOC A. (1994), Scale effect on concrete in tension, *Materials and Structures*, vol. 27, pp. 437-444.
- [10] ROSSI P. (1988) *Fissuration du béton : du matériau à la structure. Application de la mécanique linéaire de la rupture*, Thèse de l'École nationale des Ponts et Chaussées, déc. 1986, publiée en rapport de recherche LPC 150.
- [11] ROSSI P., COUSSY O., BOULAY C., ACKER P., MALIER Y. (1986), Comparison between plain concrete toughness and steel fibre reinforced concrete toughness, *Cement and Concrete Research*, vol. 16, pp. 303-313.
- [12] DE BORST R., SLUYS L.J., MUHLHAUS H.B., PAMIN J. (1993), Fundamental issues in finite element analysis of localization of deformation, *Eng. Computations*, 10 (2), pp. 99-122.
- [13] ROSSI P., RENWEZ S., GUERRIER F. (1996), Les bétons fibrés à ultra-hautes performances : l'expérience actuelle du LCPC, *Bulletin des laboratoires des Ponts et Chaussées*, 204, juillet-août, pp. 87-95.
- [14] CASANOVA P. (1995), *Bétons de fibres métalliques : du matériau à la structure*, Thèse de l'École nationale des Ponts et Chaussées.