

Modélisation de la propagation du son en milieu urbain par un processus de diffusion

Judicaël PICAUT

Chargé de recherche
Docteur en acoustique

Section Acoustique routière et urbaine
Division Gestion de l'entretien des routes
Laboratoire central des Ponts et Chaussées
Centre de Nantes

RÉSUMÉ

Dans cet article, nous présentons une modélisation originale de la propagation du son en milieu urbain, adaptée à la complexité de la morphologie urbaine. Que ce soit à l'échelle d'un quartier ou à l'échelle d'une rue, nous montrons que la propagation sonore peut, sous certaines conditions, se considérer comme un processus de diffusion comparable à la diffusion de la chaleur. L'ensemble du phénomène acoustique est alors régi par une équation de diffusion, à la différence des modèles classiques qui supposent des équations de propagation. L'originalité de ce modèle est que toute la complexité architecturale du milieu de propagation (irrégularités de façades, dimensions moyennes et organisation des rues, etc.) est introduite dans la connaissance d'un unique terme : le coefficient de diffusion. Ce type de modélisation, basée sur une idée novatrice de diffusion du champ sonore, pourrait être à terme une solution simple et efficace à l'étude de l'impact du bruit en milieu urbain.

MOTS CLÉS : 15 - Zone urbaine - Son - Propagation - Modèle mathématique - Simulation - Diffusion - Route - Bâtiment.

Introduction

Dans le cadre du Programme interdisciplinaire de recherche sur la ville (PIR-Villes) du CNRS, des études ont été entreprises par la Fédération de recherche 73 « Physique et image de la Ville »*, pour :

- modéliser la propagation du son en milieu urbain (LAUM) [1],
- caractériser et modéliser les sources sonores urbaines d'origine mécanique et humaine (LCPC, Centre de Nantes) [2],
- définir des indicateurs morphologiques pour la caractérisation des typologies urbaines (CERMA) [3],
- et caractériser les ambiances sonores urbaines (CRESSON) [4].

L'objectif de ces travaux est de proposer un cahier des charges pour la réalisation d'un logiciel prédictif des ambiances sonores urbaines, utilisable par des architectes, des collectivités locales et des urbanistes dans les phases opérationnelles d'aménagements urbains, comme par exemple la réhabilitation de zones industrielles, commerciales et d'habitations, etc.

En ce qui concerne la prévision du bruit en milieu urbain, les nombreux logiciels actuels (CartoBruit et MicroBruit, Mithra, SoundPlan, Motus Trafic, Ramsete, Cadna A, Lima, etc.) sont basés, pour la plupart, sur le concept des rayons sonores emprunté à l'acoustique des salles mais sont limités au calcul prévisionnel d'impact du bruit de trafic en milieu urbain faiblement construit.

* Fédération regroupant douze laboratoires, principalement de la région des Pays de Loire, de disciplines et d'organismes très variés. Pour la partie acoustique, il faut citer : le Laboratoire d'acoustique de l'université du Maine (LAUM UMR CNRS 6613), le Centre de recherche méthodologique d'architecture de Nantes (CERMA URA CNRS 1581), le Centre de recherche sur l'espace sonore et l'environnement urbain de Grenoble (CRESSON URA CNRS 1268) et le Laboratoire central des Ponts et Chaussées (centre de Nantes).

Un des objectifs de cette fédération de recherche a donc été de proposer une modélisation originale de la propagation du son en milieu urbain qui soit bien adaptée à des zones fortement construites (notamment de type centre ville) et utilisable quel que soit le type des sources sonores (mécaniques et humaines). Par ailleurs, en vue de l'intégration de ce travail dans un projet plus global de simulation, d'autres phénomènes physiques (thermique, aérodynamique, d'éclairement et d'ensoleillement, etc.), il a été fait le choix de développer un modèle qui soit compatible avec la modélisation d'autres ambiances. En particulier, la simulation de la propagation du son en milieu urbain, à l'aide d'une équation de diffusion (comme en thermique), a semblé une piste intéressante. Cette idée originale est développée dans le présent article.

La complexité de la modélisation

La modélisation de la propagation du son en milieu urbain peut être envisagée à deux échelles.

■ **À l'échelle d'une rue (échelle microscopique)**, les premiers travaux ont consisté à modéliser la rue par deux façades parallèles partiellement absorbantes et un sol totalement réfléchissant, puis à appliquer ou à adapter la théorie des sources images [5], [6], [7] et [8]. Les écarts observés entre ces modèles simples et les données expérimentales ont été attribués à une absence de prise en compte des multiples réflexions et diffractions par les irrégularités des façades. En d'autres termes, en plus du son direct (rayonnement source-récepteur) et des premières réflexions (réflexions d'ordre 1,2...), il existe un champ diffus alimenté par ces multiples réflexions et diffractions, qui est fonction de la dimension de la rue et de la diffusivité des façades (fig. 1). À la différence des modèles classiques de l'acoustique, il est envisageable de considérer que ce champ diffus ne se propage pas mais se « répand » dans la rue (comme pour la conduction de la chaleur), d'où cette idée originale de diffusion de l'énergie sonore.

■ **À l'échelle d'un quartier (échelle macroscopique)**, compte tenu de la morphologie complexe du tissu urbain, il serait illusoire de vouloir décrire exactement la propagation du son. Les recherches à cette échelle se sont donc orientées vers une description statistique de la propagation. Considérant les bâtiments comme des objets diffractants, certains auteurs [9], [10], [11] et [12] ont supposé que la propagation peut se ramener, sous certaines conditions, à un processus de diffusion comparable à la diffusion de particules dans un milieu diffusant (gaz de Lorentz, par exemple). Dans ces modèles, les bâtiments sont disposés aléatoirement et déta-

chés les uns des autres, ce qui en limite le champ d'application à des zones péri-urbaines constituées de grands blocs d'habitations isolés.

À l'issue de cette rapide bibliographie (une description plus complète est proposée dans [1]), l'idée originale qui consiste à utiliser la théorie mathématique de la diffusion pour décrire la propagation du son en milieu urbain semble intéressante. Bien entendu, cela pose un certain nombre d'interrogations : Comment passer d'un processus de propagation à un processus de diffusion ? Quels sont les paramètres importants de cette diffusion ? Quel sera le domaine de validité d'une telle modélisation ?...

Dans les deux paragraphes qui suivent, nous tentons de répondre à ces questions et proposons deux modèles de diffusion du son en milieu urbain : à l'échelle d'un quartier (modèle 2D) et à l'échelle d'une rue (modèle 3D). Le premier de ces deux modèles est le résultat de simulations numériques de la propagation de particules sonores (méthode générique des rayons sonores) associé à un traitement statistique des résultats. Le second résulte d'une étude théorique sur la modélisation des champs sonores diffus dans une rue, et confirme l'intuition du premier modèle.

Diffusion à l'échelle d'un quartier : modèle macroscopique

Dans cette partie, nous présentons des résultats de simulations numériques qui ont été réalisées pour décrire statistiquement la propagation du son à l'échelle d'un quartier. Ces simulations sont basées sur le concept des particules sonores souvent utilisé en acoustique des salles : une source sonore émet dans toutes les directions des particules porteuses d'une énergie sonore, se déplaçant en ligne droite à vitesse constante. À chaque collision avec un objet (un mur par exemple), l'énergie sonore est partiellement absorbée et la particule est réfléchiée dans une autre direction suivant des lois de réflexion bien déterminées. Le suivi simultané d'un grand nombre de particules permet de définir les propriétés statistiques du milieu de propagation (dans notre cas, un milieu urbain dense).

L'espace urbain virtuel de simulation

La réalisation de notre espace urbain virtuel a suivi deux règles de construction :

- ❶ de façon à minimiser le nombre de paramètres nécessaires pour définir complètement le milieu de propagation, une disposition périodique de bâtiments a été retenue ;
- ❷ pour éviter qu'une particule sonore puisse se perdre à l'infini sans subir de collisions (ce serait

le cas si nous avions considéré des avenues) et ainsi éviter toute divergence numérique, le domaine de propagation est fixé à horizon fini.

Le respect simultané de ces deux règles ne pouvant pas être réalisé avec des bâtiments rectangulaires, notre choix s'est finalement porté vers un arrangement périodique de bâtiments hexagonaux (fig. 2a). Même si cette disposition n'a rien de réaliste *a priori*, elle a le mérite de proposer des rues et des façades parallèles, de présenter des intersections ainsi que des propriétés de symétrie très intéressantes. Outre la périodicité de la disposition, les axes de symétrie et les invariances par

rotation d'angle $\pi/3$ du motif permettent de réduire d'un facteur 12 la complexité de la simulation. De plus, pour simplifier encore les traitements, nous considérons que, depuis un point localisé sur une façade d'un des bâtiments, une particule sonore ne pourra atteindre que les cinq bâtiments les plus proches (fig. 2b). Par symétrie, un bâtiment en « voit » donc au total douze autres. Ainsi, connaissant le point de départ de la particule sonore et sa direction incidente, le point de collision de cette même particule avec une autre façade est aisément déterminable à partir d'un nombre limité de fonctions continues.

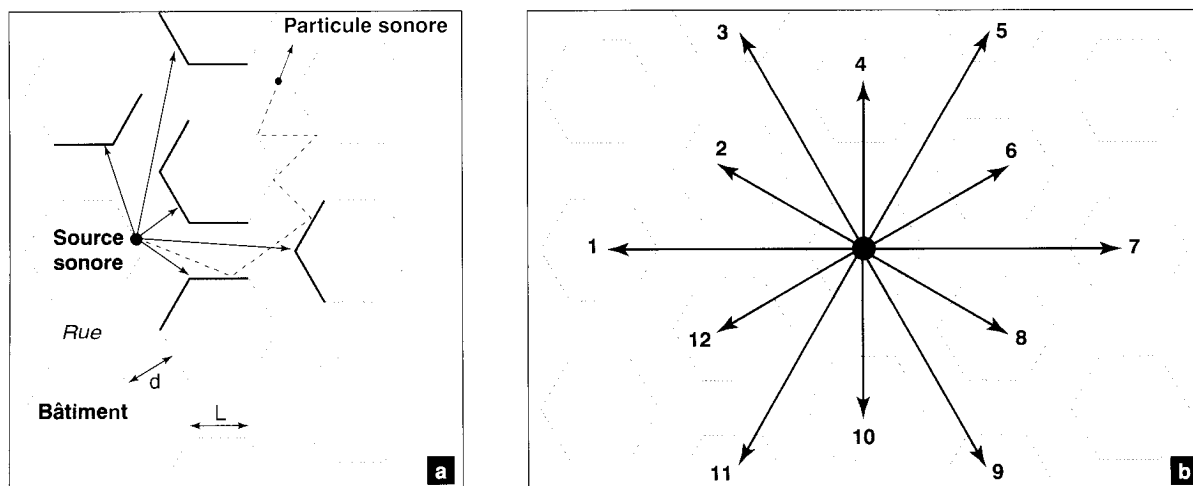
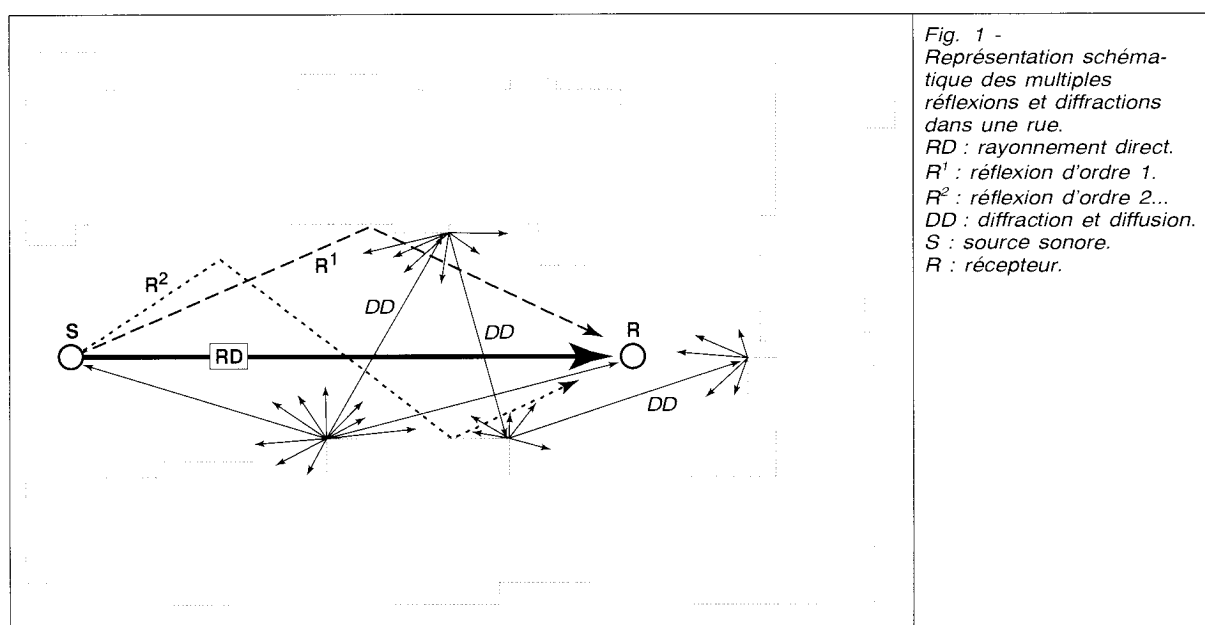


Fig. 2 - Espace urbain virtuel : réseau de bâtiments hexagonaux.

- (a) Depuis une façade, le nombre de bâtiments pouvant être atteint par une particule sonore est volontairement limité à 5 (11 façades cibles).
(b) Au total, par symétrie de rotation, les 12 bâtiments les plus proches du bâtiment d'émission sont considérés.

Simulation de la réflexion du son par une façade

De manière simple, quand les dimensions des irrégularités de surface sont petites par rapport à la longueur d'onde, les façades se comportent comme des miroirs réfléchissants et l'onde sonore est réfléchié spéculairement. Inversement, lorsque les irrégularités sont de la taille de la longueur d'onde incidente, voire plus grandes, l'onde sonore est réfléchié dans toutes les directions avec des amplitudes différentes (phénomènes de diffusion et de diffraction acoustique (fig. 3).

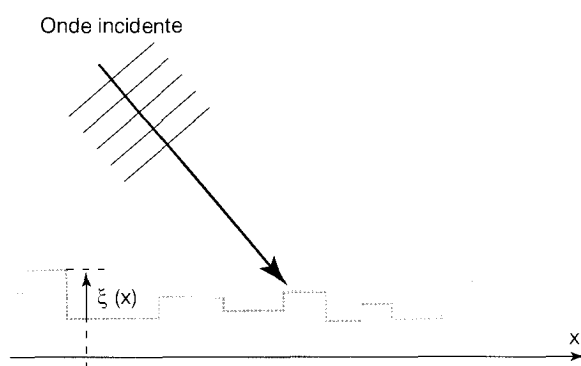


Fig. 3 - Diffraction du son par une surface irrégulière caractérisée par la taille $\xi(x)$ de ses irrégularités.

Mise à part une très récente étude [13], peu de chercheurs se sont penchés sur l'étude de la réflexion du son par une façade urbaine. La plupart des modèles de réflexion sont pour le moment issus des travaux en acoustique des salles, bien plus nombreux sur ce sujet. Ainsi, Lyon [14] et Davies [15] ont supposé qu'une partie de l'onde sonore est réfléchié dans la direction spéculaire tandis que le reste est renvoyé uniformément dans toutes les directions (réflexion uniforme, fig. 4a). Makarewicz [16], Wu [17] et Heutschi [18] ont supposé quant à eux que l'ensemble de l'énergie est réfléchié suivant la Loi de Lambert en $\cos\theta$, θ désignant l'angle de réflexion (fig. 4b). Néanmoins sans *a priori* sur ce qu'il se passe réellement, nous avons choisi

de tester un certain nombre de lois, excepté la loi de réflexion spéculaire qui, pour ce type de réseau, aboutit à des comportements très spéciaux [19] et [20]. Nous avons utilisé notamment une loi de réflexion semi-diffuse (fig. 4c), proposée par Hidaka [21] pour l'acoustique des salles, dont l'intérêt est de pouvoir prendre en compte analytiquement et simplement la taille et la disposition des irrégularités de façades. Cette dernière loi est paramétrée par trois termes : la fréquence de l'onde sonore, la taille $\xi(x)$ (dans le plan normal à la façade) des irrégularités de surface et leur longueur de corrélation (dans le plan de la façade). En pratique, nous avons supposé que les irrégularités sont disposées aléatoirement et que leur taille (dans le plan normal à la façade) suit une distribution Gaussienne de variance σ^2 , avec une longueur de corrélation T .

La procédure des simulations numériques (fig. 5)

La source sonore étant localisée en un point quelconque sur une façade, l'angle d'émission des particules sonores est choisi aléatoirement ❶. Le point de collision de cette particule avec la façade d'un autre bâtiment est calculé analytiquement à partir d'un ensemble de fonctions analytiques paramétrées par la position du bâtiment d'émission, par la position de la façade d'émission sur ce même bâtiment et par l'angle d'émission ❷. Connaissant l'angle d'incidence de cette particule sur la façade de collision, l'angle de réflexion est choisi aléatoirement, par la méthode de réjection [22], suivant la loi de réflexion retenue ❸. La particule sonore est ensuite émise dans cette nouvelle direction ❹, puis le processus recommence comme en ❷...

En pratique, pour chacune des simulations, nous avons uniquement considéré 50 particules sonores, chacune d'entre elles subissant 50 réflexions, d'où un total de 2 500 collisions par simulation. Ce choix offre un bon compromis entre la durée des simulations et la qualité « statistique » des résultats.

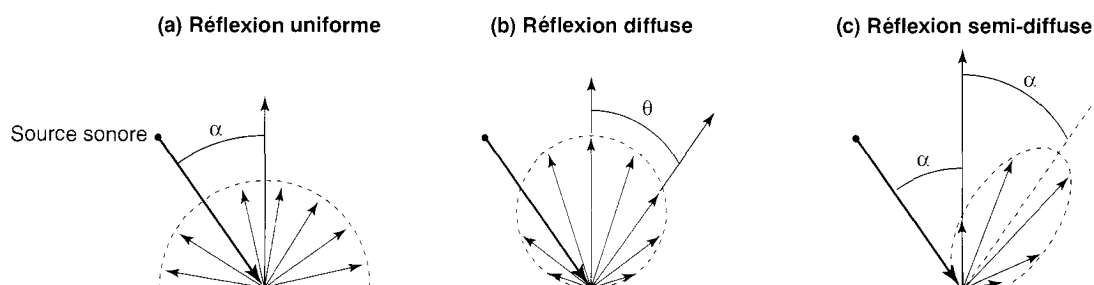


Fig. 4 - Lois de réflexion utilisées pour la simulation de la réflexion du son par des façades de bâtiments.

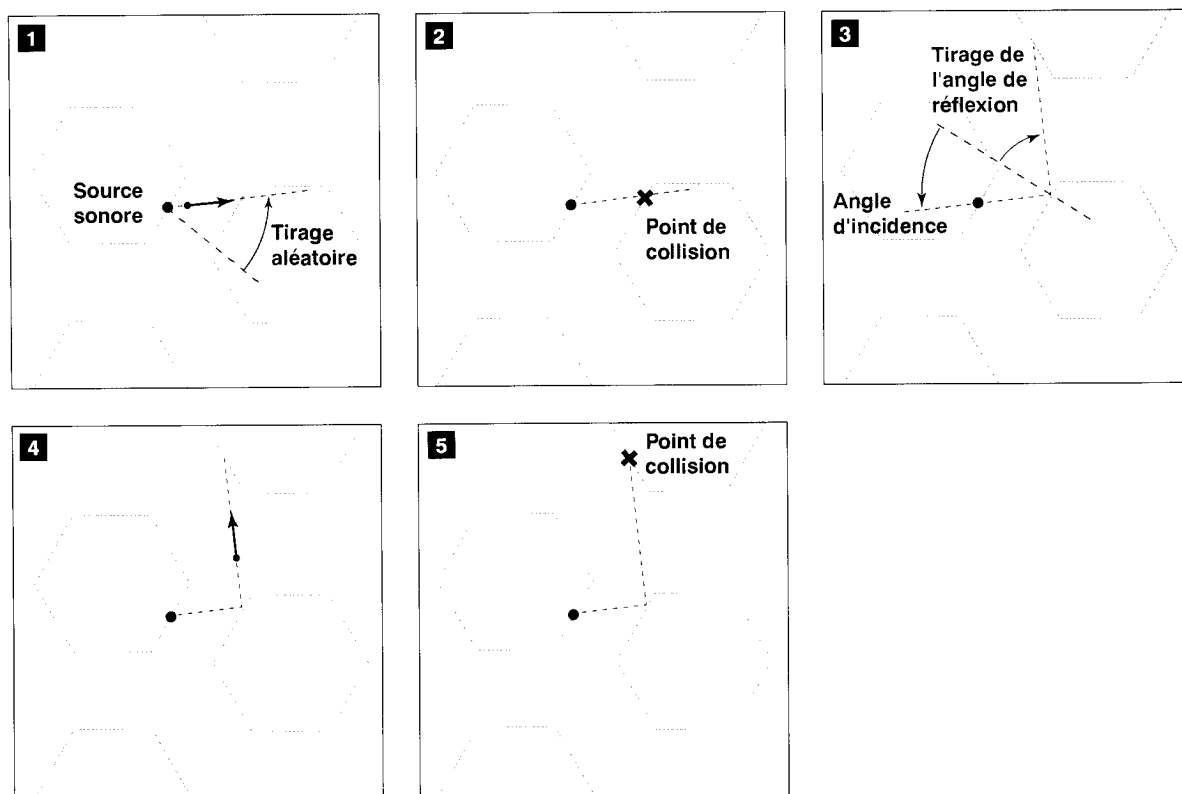


Fig. 5 - Description de la procédure utilisée pour les simulations de propagation de particules sonores dans le milieu urbain virtuel : ❶ Tirage aléatoire de l'angle d'émission. ❷ Recherche du point de collision. ❸ Tirage aléatoire de l'angle de réflexion suivant la loi de réflexion choisie. ❹ Déplacement de la particule dans la direction de la réflexion. ❺ Recherche du nouveau point de collision.

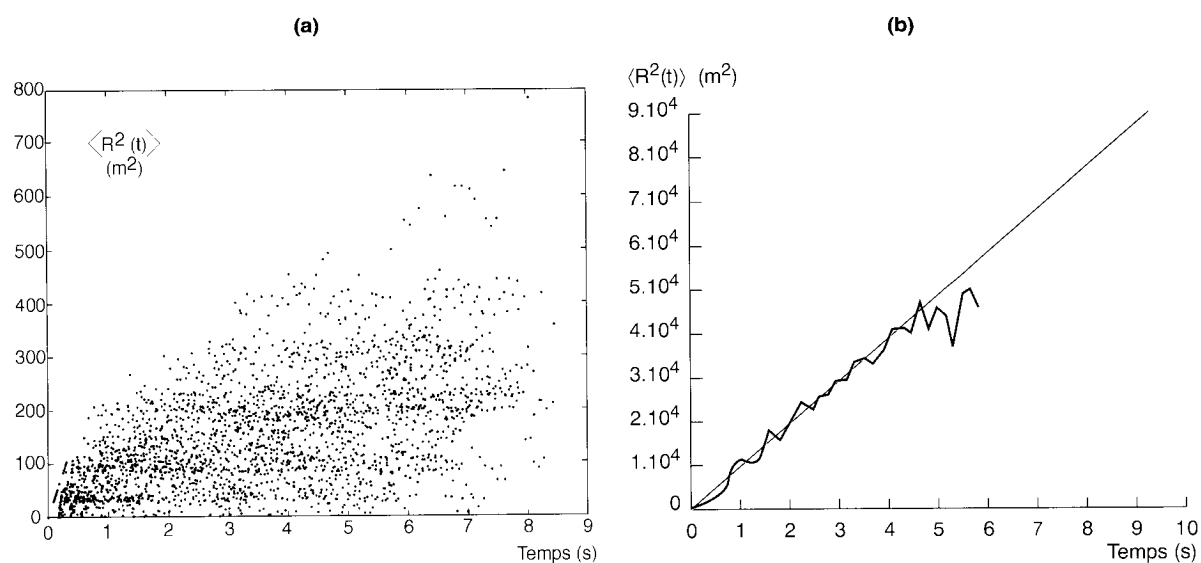


Fig. 6 - Propagation d'une particule sonore dans le réseau de bâtiments hexagonaux ($L = 113$ m, $d = 29,4$ m).
(a) Distance source-particule au cours du temps (à chaque collision) ;
(b) Évolution au cours du temps (en s) de la moyenne des carrés de la distance source-particule (—) et approximation linéaire (---) avec $D = 2431$ m²/s.

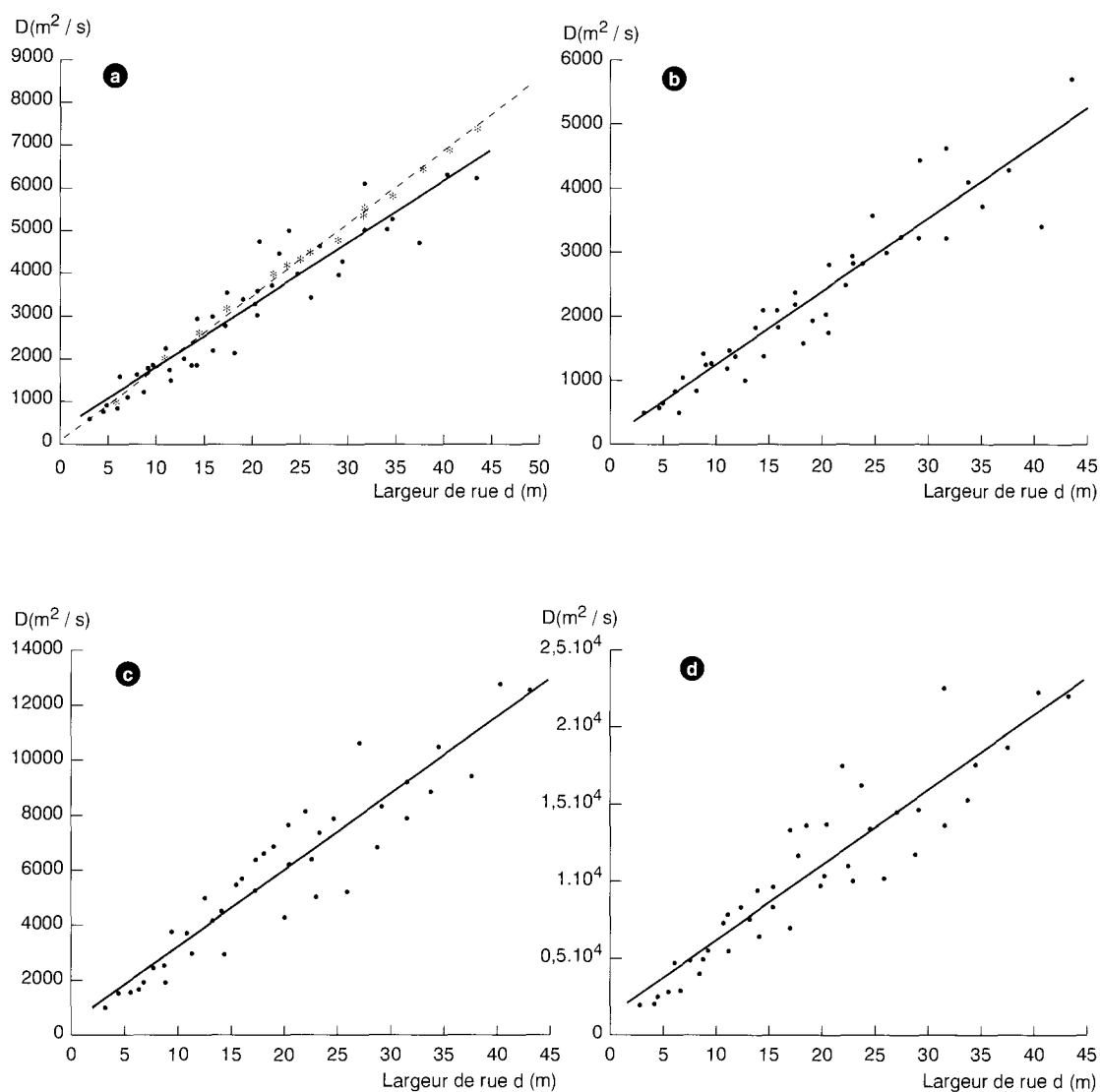
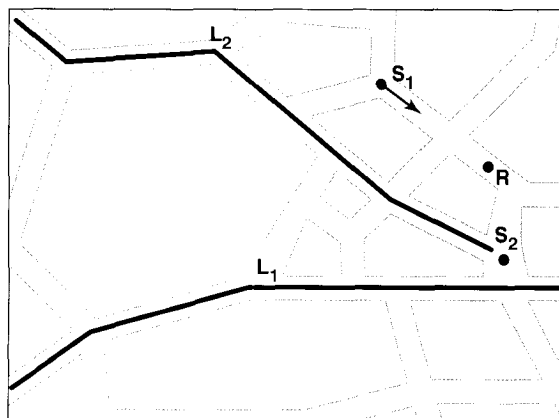


Fig. 7 - Évolution des coefficients de diffusion (en m^2/s) • et — approximation linéaire en fonction de la largeur de rue d (en m), pour différentes lois de réflexion :

- (a) Réflexion uniforme (sur cette figure, la valeur théorique de D définie à la relation (4) et son évolution linéaire avec d sont également représentées) ;
- (b) Réflexion diffuse (Loi de Lambert) ;
- (c) Réflexion semi-diffuse à 1 000 Hz avec $T/\sigma = 5$;
- (d) Réflexion semi-diffuse à 1 000 Hz avec $T/\sigma = 15$.

Fig. 8 -
Généralisation du modèle de diffusion à un milieu urbain complexe. Le modèle de diffusion pourrait permettre à terme d'estimer le niveau sonore en un point d'observation R , créé par un environnement multi-sources. S_1 source ponctuelle en déplacement (véhicule), S_2 source ponctuelle immobile (fontaine), L_1 et L_2 sources linéiques (flux de circulation sur un boulevard...).



Le traitement des données et la mise en évidence de la diffusion

La position de chacune des particules étant connue à chaque collision, il est possible de connaître exactement l'évolution de la distance $R(t)$ source-récepteur au cours du temps t (fig. 6a). En pratique, nous nous sommes intéressés au carré de cette quantité, soit $R^2(t)$, et plus exactement, à la moyenne de cette quantité sur l'ensemble des particules sonores, notée $\langle R^2(t) \rangle$. Ainsi, nous avons pu constater que, quelle que soit la loi de réflexion choisie, l'évolution de cette quantité au cours du temps est approximativement linéaire (fig. 6b). En d'autres termes, nous pouvons écrire en première approximation que

$$\langle R^2(t) \rangle = 4 Dt \quad (1)$$

Ce résultat statistique est typique d'un processus de diffusion à deux dimensions, qui caractérise en particulier la limite d'un mouvement Brownien [23]. D définit le coefficient de diffusion du milieu. Utilisant les développements classiques de la théorie mathématique de la diffusion, nous pouvons ainsi définir la probabilité $W(R,t)$ qu'une particule sonore soit à la position R dans le réseau, au temps t , par :

$$W(R,t) = \frac{1}{4\pi Dt} \exp\left(-\frac{R^2}{4Dt}\right) \quad (2)$$

qui est solution de l'équation de diffusion bien connue, à deux dimensions :

$$\frac{\partial W}{\partial t} - D\Delta W = 0 \quad (3)$$

Le coefficient de diffusion dépend à la fois de la loi de réflexion fixée et des paramètres du réseau (largeur des rues et longueur des façades). Ainsi, lorsque la réflexion uniforme est choisie (fig. 7a) nous avons observé que la valeur (estimée) du coefficient de diffusion du réseau est très proche de la valeur définie dans la théorie des marches aléatoires par

$$D_{rw} = \frac{n\langle R^2 \rangle}{4} \quad (4)$$

où n et $\langle R^2 \rangle$ désignent respectivement le nombre de collisions par unité de temps et la valeur moyenne des carrés des déplacements entre deux collisions. Par ailleurs, la figure 7 montre que l'évolution de D avec la largeur de rue d est approximativement linéaire, quelle que soit la loi de réflexion choisie. Dans les cas les moins favorables, la différence est inférieure à 30 %. La diffusivité du réseau est donc d'autant plus grande (les particules s'éloignent d'autant plus rapidement de la source) que la largeur de rue est grande. C'est un résultat auquel nous pouvions, bien entendu, nous attendre.

Généralisation du modèle de diffusion à un milieu urbain quelconque

Ces simulations ont mis en évidence que la présence des irrégularités de façades est suffisante pour générer un processus de diffusion, même dans un réseau régulier. Ce résultat permet donc d'envisager la modélisation de la propagation du son dans un milieu urbain également sous la forme d'un processus de diffusion (la disposition « plus aléatoire » des bâtiments, dans une configuration urbaine réelle, ne fait que rajouter un degré de diffusion supplémentaire).

Ainsi, considérant une zone urbaine construite (fig. 8), caractérisée par une distribution de sources sonores (qui peuvent être ponctuelles, fixes ou mobiles, linéiques, etc.), la densité d'énergie sonore $w(r,t)$ au point r (dans une rue) et au temps t , vérifie en première approximation l'équation de diffusion suivante :

$$\frac{\partial w}{\partial t} - D\Delta w + \eta w = S(r, t) \quad (5)$$

Cette équation est la forme généralisée de (3), dans laquelle nous avons introduit deux termes supplémentaires : un terme de source $S(r,t)$ et le coefficient η prenant en compte les phénomènes d'absorption (par unité de distance) causés par l'atténuation atmosphérique, l'absorption partielle par la chaussée et les façades, ainsi que l'absorption totale par les ouvertures. D'un point de vue pratique, la solution de cette équation peut être déterminée par le calcul de la fonction de Green [24].

La limite principale de ce modèle réside actuellement dans l'absence d'informations sur les coefficients D et η . Une première étude théorique [3] a déjà permis de relier le coefficient D au degré de fractalité du tissu urbain, mais ce travail nécessite encore de nombreux développements. Une autre procédure, plus empirique mais qu'il est de toute façon nécessaire d'entreprendre pour valider ces études théoriques, est la mesure *in situ* de ces deux termes. Même s'il existe une infinité de configurations urbaines, il est possible de procéder uniquement à quelques mesures dans des situations types (fig. 9) (issues d'une classification des tissus urbains à déterminer). Ce travail est d'ailleurs actuellement en cours au sein des travaux de la fédération de recherche.

Même si la précision d'un tel modèle n'est pas encore déterminée, à terme son intérêt pourrait résider dans sa facilité de prédiction d'un niveau sonore ambiant d'un quartier (coloration sonore), résultant d'une multitude de sources, à partir seulement de quelques valeurs moyennes du tissu urbain (hauteur de bâtiments, largeur de rue, etc.).

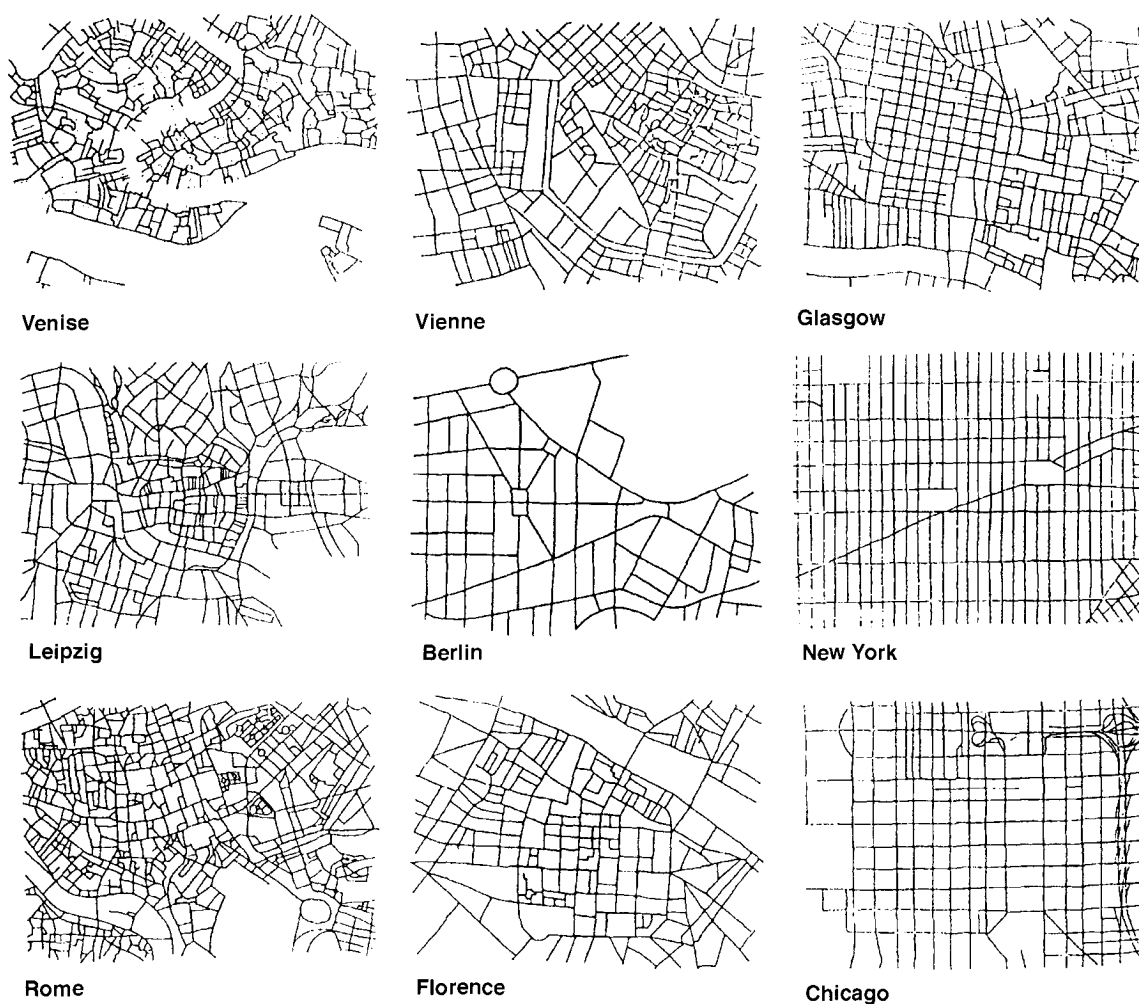


Fig. 9 - Quelques exemples de typologies architecturales [d'après D. Engel, R. Jagals et U.T. Jagals, « Analyse structurale de l'Espace urbain », L'Architecture d'aujourd'hui 153, 48-53, décembre 1970 - janvier 1971].

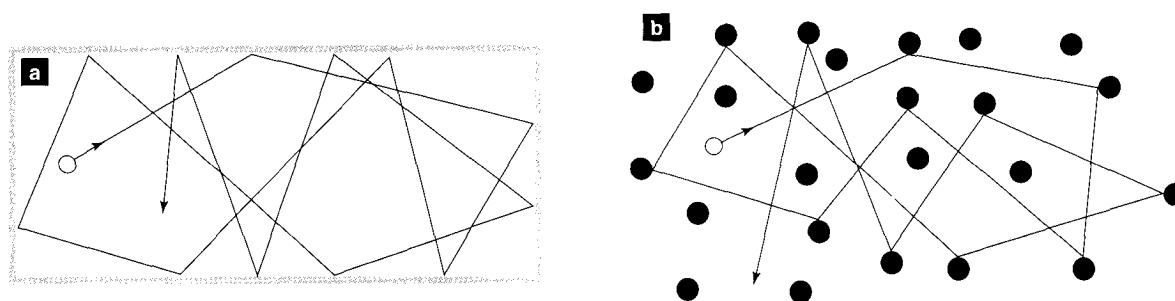


Fig. 10 - Analogie entre le déplacement d'une particule sonore dans une salle (a) et le déplacement d'une particule élémentaire dans un milieu constitué d'objets diffusants (b).

Diffusion dans une rue : modèle microscopique

Parallèlement à cette étude sur la diffusion sonore à l'échelle d'un quartier, un autre travail a été entrepris pour modéliser la propagation sonore à l'échelle d'une rue. Ce nouveau modèle est basé sur une idée originale développée dans le cadre de l'acoustique des salles pour modéliser les champs sonores diffus [25].

Le modèle de diffusion

Le concept des particules sonores est là encore utilisé, mais cette fois d'un point de vue théorique et à l'échelle d'une rue. Dans une salle, comme dans une rue, à chaque collision avec un mur, la particule subit à la fois une perte d'énergie qui est fonction du coefficient d'absorption de l'obstacle et à la fois un changement de direction qui dépend de la loi de réflexion imposée (fig. 10). Ce processus est donc équivalent à un processus de diffusion en physique du solide, comme par exemple la diffusion de la lumière dans le brouillard.

En posant certaines hypothèses, il est possible de pousser l'analogie encore plus loin pour modéliser le phénomène acoustique avec des lois issues de la physique du solide. Ainsi, pour une salle constituée de parois diffuses, nous avons pu montrer deux résultats fondamentaux [25] :

- ❶ (R1). Il existe un flux d'énergie proportionnel au gradient d'énergie sonore ; cela se traduit par un « déplacement » d'énergie des zones les plus énergétiques vers les moins énergétiques ;
- ❷ (R2). La densité d'énergie sonore dans une salle diffuse est solution d'une équation de diffusion.

Ce modèle permet d'aller au-delà de la théorie classique de la réverbération, initiée par Sabine. Notamment, cette modélisation permet de vérifier une observation souvent faite par les spécialistes de l'acoustique des salles, mais qui n'avait pas encore de justification théorique satisfaisante : le champ sonore et le temps de réverbération ne sont pas uniformes dans une salle, mais dépendent de la position de la source et de la répartition de l'absorption sur les parois.

Application à une rue parallélépipédique

En nous basant sur ces travaux et en supposant que la présence des irrégularités de surface des façades bordant une rue est suffisante pour créer un processus de diffusion, nous pouvons écrire que la densité d'énergie sonore w dans la rue est solution d'une équation de diffusion de la forme :

$$\frac{\partial w}{\partial t} - \text{div} (D \text{ grad } w) = 0 \quad (6)$$

où D désigne là encore un coefficient de diffusion ayant la forme d'un tenseur de rang 2. Cette tensorisation résulte, d'une part, de la prise en compte des trois dimensions de l'espace et, d'autre part, de la non-uniformité de la diffusion dans la rue (toutes les surfaces de la rue (chaussée, façades) n'ont pas la même diffusivité). Néanmoins, pour une rue parallélépipédique, pour des raisons de symétrie et lorsque les axes sont bien choisis (fig. 11), seuls les éléments diagonaux D_x , D_y et D_z de D subsistent :

$$\frac{\partial w}{\partial t} - D_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - D_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - D_z \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = 0 \quad (7)$$

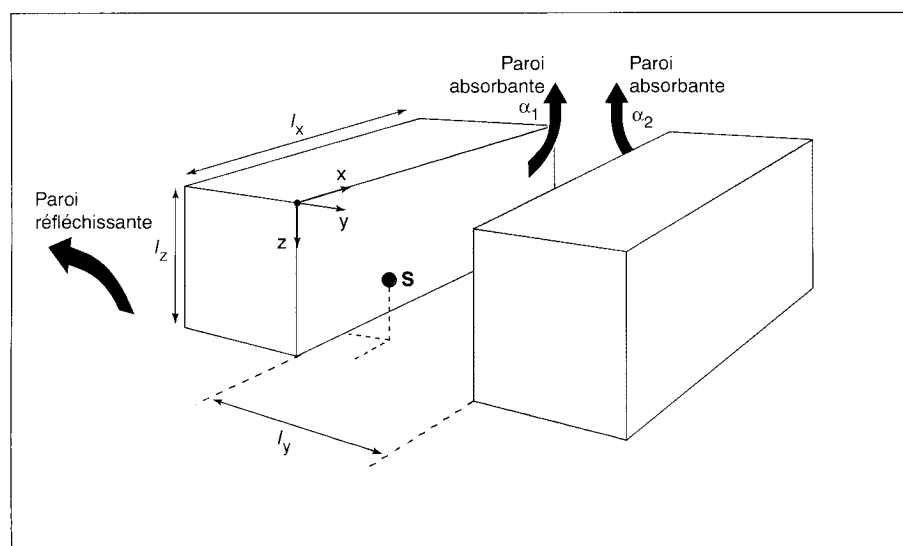


Fig. 11 -
Conditions aux limites
dans la rue.

À la différence de l'équation (5), les termes d'absorption et de sources sont introduits cette fois-ci directement à travers les conditions aux limites et conditions initiales choisies pour la résolution de cette équation. Ainsi, l'absorption par les façades latérales (caractérisées chacune par les coefficients d'absorption en énergie α_1 et α_2) est prise en compte par l'intermédiaire des coefficients d'échange [25] :

$$h_1 = \frac{c\alpha_1}{4} \text{ et } h_2 = \frac{c\alpha_2}{4} \quad (8)$$

où c désigne la célérité du son. La chaussée est supposée ici parfaitement réfléchissante, bien que la prise en compte de son absorption soit possible. En pratique, cette absorption est négligeable en comparaison de l'absorption par les façades et par les ouvertures. Aux deux extrémités de la rue et à la « limite du toit » nous imposons que la densité d'énergie est nulle. Cette dernière hypothèse suppose que la rue est assez haute et longue pour que l'énergie sonore à ces limites soit suffisamment faible pour être considérée comme nulle. Nous affranchissons également du rayonnement de la source par les extrémités. Les conditions aux limites de la rue s'écrivent donc :

$$\begin{cases} D_y \frac{\partial w}{\partial y} = h_1 w \text{ en } y = 0 \\ -D_y \frac{\partial w}{\partial y} = h_2 w \text{ en } y = l_y \text{ et } \begin{cases} w = 0 \quad \forall y, z \quad x = 0 \\ w = 0 \quad \forall y, z \quad x = l_x \\ w = 0 \quad \forall x, y \quad z = 0 \end{cases} \\ D_z \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \text{ en } z = l_z \end{cases} \quad (9)$$

Les conditions initiales sont celles d'une source impulsionnelle localisée en (x_0, y_0, z_0) , émettant au temps $t = 0$ et d'amplitude w_0 . La solution de l'équation est trouvée par la méthode de séparation de variable et s'écrit finalement sous la forme d'un produit croisé de trois fonctions de l'espace et du temps :

$$\begin{aligned} w(x, y, z, t) = & \sum_{k, m, n} a_{kmn} \\ & \times \sin\left(\frac{k\pi}{l_x} x\right) \left[\cos\left(\frac{u_m\pi}{l_y} y\right) + B_1 \sin\left(\frac{u_m\pi}{l_y} y\right) \right] \sin\left(\frac{[2n-1]\pi}{l_z} z\right) \\ & \times \exp\left[-\left(\frac{k\pi}{l_x}\right)^2 D_x t - \left(\frac{u_m\pi}{l_y}\right)^2 D_y t - \left(\frac{[2n-1]\pi}{l_z}\right)^2 D_z t\right] \end{aligned} \quad (10)$$

où a_{kmn} est défini à partir des conditions initiales. Les quantités B_1 et B_2 vérifient :

$$B_1 = h_1 l_y / D_y \text{ et } B_2 = h_2 l_y / D_y \quad (11)$$

et sont équivalentes aux nombres de Biot usuellement définis dans la théorie de la conduction de la chaleur. Les valeurs de u_m sont obtenues en résolvant une équation transcendante fonction de B_1 et B_2 . La solution $W(x, y, z)$ en régime permanent (lorsque la source émet de façon continue) est obtenue simplement en intégrant l'expression (10) sur le temps :

$$\begin{aligned} W(x, y, z) = & \int_0^{+\infty} w(x, y, z, t) dt \\ = & \sum_{k, m, n} a_{kmn} \\ & \times \sin\left(\frac{k\pi}{l_x} x\right) \left[\cos\left(\frac{u_m\pi}{l_y} y\right) + B_1 \sin\left(\frac{u_m\pi}{l_y} y\right) \right] \sin\left(\frac{[2n-1]\pi}{l_z} z\right) \\ & \times \left[\left(\frac{k\pi}{l_x}\right)^2 D_x + \left(\frac{u_m\pi}{l_y}\right)^2 D_y + \left(\frac{[2n-1]\pi}{l_z}\right)^2 D_z \right]^{-1} \end{aligned} \quad (12)$$

L'ensemble des relations et équations obtenues n'est pas présenté ici, mais est détaillé dans la référence [1].

Discussion sur la détermination des coefficients de diffusion

Là encore, comme pour le modèle macroscopique, nous n'avons pas connaissance des expressions théoriques des coefficients de diffusion. Néanmoins, compte tenu des travaux réalisés en acoustique des salles sur ce modèle de diffusion, nous pouvons émettre un certain nombre d'hypothèses :

❶ (H1). Puisque le coefficient de diffusion d'une salle diffuse dépend des dimensions de la salle par l'intermédiaire du libre parcours moyen [25] (distance moyenne entre deux collisions), les coefficients de diffusion D_x , D_y et D_z dépendent probablement des dimensions de la rue ;

❷ (H2). Le coefficient de diffusion associé à une direction doit être fonction de la dimension de la rue dans cette même direction. En effet, plus la rue est longue, plus l'énergie diffuse rapidement dans l'axe de la rue ;

❸ (H3). La diffusion étant introduite principalement par les irrégularités des façades, que nous supposons homogènes sur toute la rue, les trois coefficients de diffusion doivent dépendre d'un même paramètre, caractéristique de la forme, de la disposition et de la taille des irrégularités. En pratique, l'architecture d'une rue étant assez homogène (notamment en centre ville et dans les quartiers les plus anciens), cette hypothèse semble vérifiée.

Après de nombreux essais, la condition suivante a semblé la plus adéquate :

$$\frac{D_x}{l_x} = \frac{D_y}{l_y} = \frac{D_z}{l_z} = \Gamma \quad (13)$$

où Γ est caractéristique de la diffusivité des façades. Bien que discutable *a priori*, puisque difficilement justifiable, cette forme de solution a le mérite de simplifier le modèle de diffusion. De plus, le bon accord théorie-expérience obtenu (*cf.* paragraphe suivant) justifie *a posteriori* cette relation. L'intégration de la condition (13) dans l'expression (10) permet de réécrire la solution en régime variable sous une forme plus simple :

$$w(x, y, z, t) = \sum_{k, m, n} a_{kmn} r_{kmn} \exp(-\tau_{kmn} \Gamma t) \quad (14)$$

où a_{kmn} et r_{kmn} sont définis à partir de $x, y, z, l_x, l_y, l_z, B_1$ et B_2 . Notamment, dès que la quantité Γt devient grande, seul le premier terme de cette expression est important, les autres tendant très rapidement vers 0. D'où la forme simplifiée suivante de la solution en régime variable :

$$w(x, y, z, t) \approx a_{111} r_{111} \exp(-\tau_{111} \Gamma t) \quad (15)$$

La mesure de la décroissance d'énergie au cours du temps, en un point donné d'une rue, associée à cette forme simplifiée de solution, permet alors d'estimer la valeur de Γ . Cette quantité est ensuite réintégrée dans les solutions générales (10) et (12).

Comparaison théorie-expérience

La validation du modèle de diffusion est basée sur des données expérimentales obtenues dans une maquette d'une rue à l'échelle 1/50. Le système de mesure dans la maquette a lui-même été validé par des mesures *in situ*, réalisées en 1997 par le LCPC, dans la rue d'Orléans à Nantes. Le système expérimental de la maquette et les modalités de mesures dans la rue d'Orléans étant déjà présentés en détail dans les références [1] et [3], nous n'y revenons pas dans cet article. Nous précisons simplement que la limite fréquentielle supérieure du système expérimental a été fixée à 1,6 kHz. Par conséquent, seuls les résultats concernant les bandes 1/3 d'octaves en-dessous de cette fréquence limite ont été conservés. Par ailleurs, les quantités mesurées ne fluctuant pas beaucoup d'une bande à l'autre, seule la moyenne des temps de réverbération et des niveaux sonores sur ces bandes est présentée. Toutefois, cela n'exclut pas l'hypothèse de comportements différents en fonction de la fréquence, probablement en haute fréquence. Néanmoins, cette dépendance fréquentielle n'a pas pu être observée dans notre étude, du simple fait que la bande de fréquence d'étude était limitée expérimentalement à 1,6 kHz.

Les figures 12 et 13 présentent des comparaisons théorie-expérience en termes de temps de réverbération et d'atténuation du son en distance, pour une valeur de Γ estimée à 35 m/s. Les mesures ont été réalisées dans une maquette de rue de dimension équivalente à pleine échelle $l_x, l_y, l_z = 96 \text{ m} \times 8 \text{ m} \times 12 \text{ m}$.

Le temps de réverbération (en secondes) est défini comme le temps nécessaire pour observer une décroissance de 60 dB de l'énergie sonore en un point d'observation. D'un point de vue expérimental, la mesure des temps de réverbération a été réalisée en plusieurs points dans l'axe de la rue. Ces mesures ont été comparées (fig. 12) avec la décroissance d'énergie théorique définie par la relation (10) en chacun des points. Cette figure montre un bon accord entre le modèle et les mesures, notamment lorsque la distance source-récepteur devient grande. En effet, plus la distance source-récepteur est grande, plus le champ sonore diffus résultant des multiples réflexions et de la diffusion de l'onde sonore devient important. L'accord théorie-mesure en est donc d'autant meilleur. À l'inverse, en champ proche (vingt premiers mètres de propagation, environ), la décroissance de l'énergie sonore (provenant essentiellement des premières réflexions et non du champ diffus) est assez mal restituée par le modèle. Notre modèle théorique étant fondé sur l'hypothèse de diffusion du champ sonore, cet écart en champ proche était tout à fait prévisible.

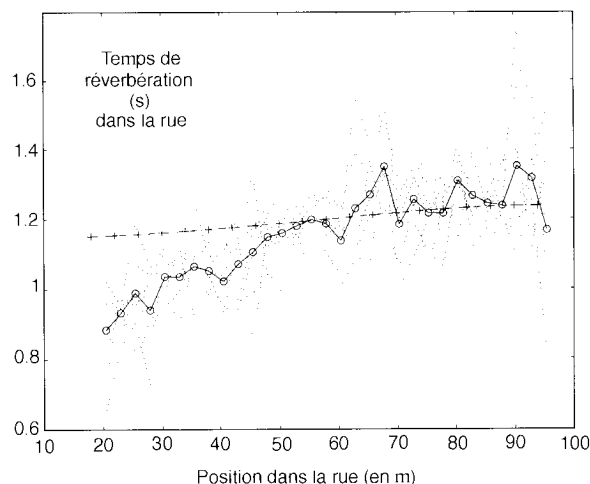
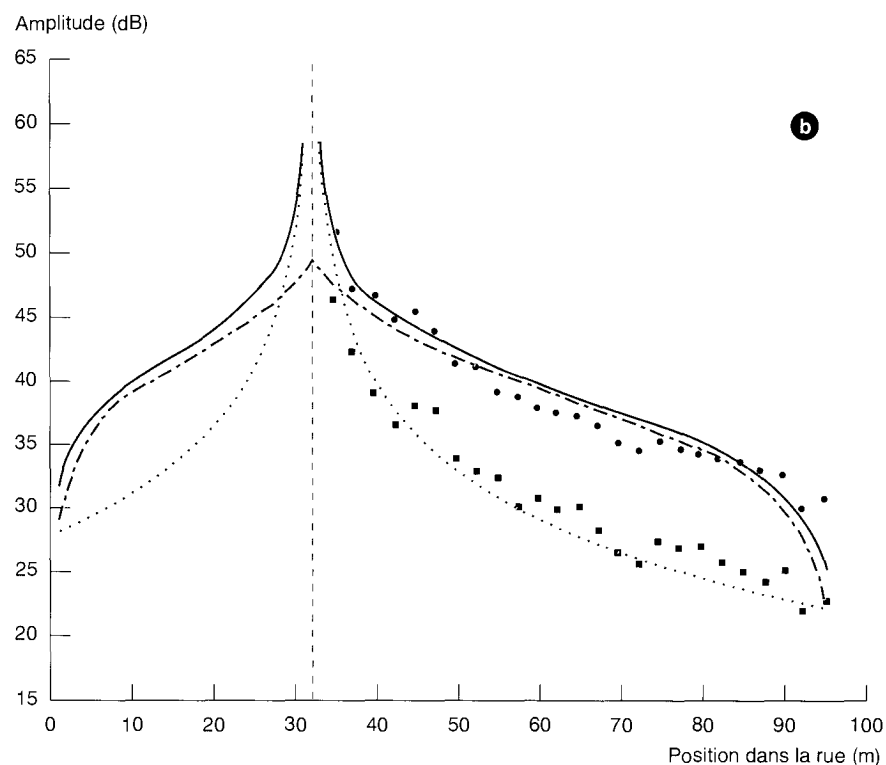
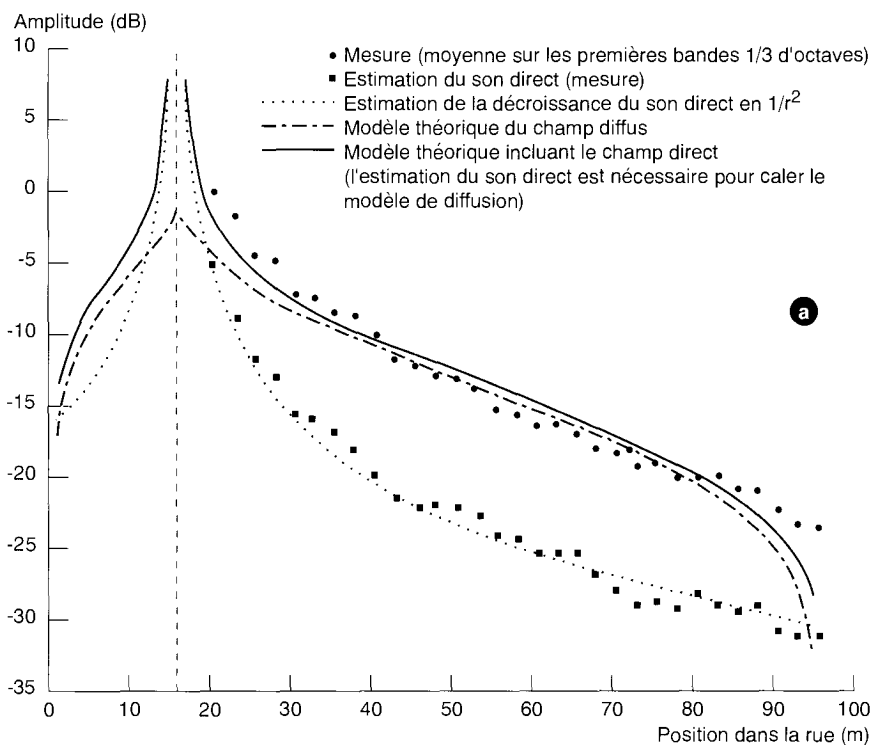


Fig. 12 - Temps de réverbération dans l'axe de la rue. Comparaison théorie-expérience. -o- Mesure (moyenne des temps de réverbération (représentés par ...) mesurés sur les premières bandes 1/3 d'octave). +- Temps de réverbération estimé à partir de la décroissance d'énergie prédite par la relation (9).

Fig. 13 -
Atténuation du son en
distance par rapport à la
source. Comparaison
théorie-expérience.

(a) Source sonore à 2 m
au-dessus du sol et
16 m de l'embouchure
($y_0 = 4$ m).

(b) Source sonore à 2 m
au-dessus du sol et
32 m de l'embouchure
($y_0 = 4$ m).



Les niveaux sonores estimés par le modèle de diffusion, en régime permanent, ont également été comparés aux niveaux sonores mesurés dans l'axe de la rue (fig. 13), pour deux positions de sources. Le rayonnement direct de la source (décroissance de l'énergie en $1/r^2$) étant relativement important en champ proche, une solution incluant le champ direct a également été proposée. Là encore, mis à part à l'extrémité de la rue où un décrochement est observé, un excellent accord a été obtenu entre le modèle et les mesures. Le léger écart obtenu au bout de la rue provient de la condition aux limites imposée ($w = 0$) à cette extrémité.

Conclusion

Que ce soit à l'échelle d'un quartier ou à celle d'une rue, l'utilisation de la théorie mathématique de la diffusion semble être une solution simple pour modéliser la propagation sonore dans des milieux complexes. Le principal intérêt

du modèle réside dans le fait que toute la complexité architecturale des façades des bâtiments et de l'organisation même du milieu urbain (sources des multiples réflexions et diffractions de l'onde sonore), est totalement prise en compte dans un unique terme : le coefficient de diffusion.

Cependant, la généralisation de la méthode et son application sont, pour le moment, limitées du fait de l'absence d'expressions théoriques, semi-empiriques ou même empiriques, de ce terme. Une campagne de mesure du coefficient de diffusion, dans différents types de configurations urbaines (à l'échelle d'une rue ou d'un quartier), est prévue dans les mois qui viennent pour tenter de le relier à des indicateurs morphologiques simples.

Une fois le modèle de diffusion validé dans sa forme la plus simple, son extension sera envisagée pour prendre en compte de nouveaux éléments tels que le rayonnement sonore par les extrémités, la présence d'intersections, l'intégration de sources mobiles et linéiques, la prise en compte des effets météorologiques, etc.

Cette étude a constitué le travail de thèse de doctorat de Judicaël Picaut au Laboratoire d'acoustique de l'université du Maine (LAUM UMR CNRS 6613). Thèse de l'université du Maine encadrée par Jean-Dominique Polack (Professeur à Paris VI), Laurent Simon (maître de Conférences à l'université du Maine) et Jean Hardy (chargé de recherche CNRS au LAUM), soutenue le 30 Mars 1998.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] PICAUT J. (1998), *Modélisation des champs diffus par une équation de diffusion. Application à l'acoustique des salles et à l'acoustique urbaine*, Thèse de doctorat de l'université du Maine, Le Mans, 125 pages.
- [2] GAULIN D., BÉRENGIER M. (1999), Caractérisation et identification des sources sonores en milieu urbain, *Bulletin des laboratoires des Ponts et Chaussées*, **222**, juillet-août, pp.
- [3] WOLOSZYN Ph. (1998), *Caractérisation dimensionnelle de la diffusivité des formes architecturales urbaines*, Thèse de doctorat de l'université de Nantes, 260 pages.
- [4] LUCIANI A., TIXIER N. (1998), Effets sensibles en milieu urbain. Analyse *in situ* et expérimentation virtuelle, *Acoustique et Technique*, **14**, pp. 11-15.
- [5] WIENER F.M., MALME C.L., GOGOS C.M. (1965), Sound propagation in urban areas, *J. Acoust. Soc. Am.*, **37**(4), pp. 738-747.
- [6] SCHLATTER W.R. (1971), *Sound power measurement in a semi-confined space*, M. sc. Thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 63 pages.
- [7] SERGEEV M.V. (1979), Scattered sound and reverberation on city and in tunnels, *Sov. Phys. Acoust.*, **25**(3), pp. 248-252.
- [8] VINOKUR R.Y. (1979), Propagation of sound generated by a point source in certain built-up urban environments, *Sov. Phys. Acoust.*, **25**(5), pp. 377-379.
- [9] BULLEN R. (1979), Statistical evaluation of the accuracy of external sound levels predictions, *J. Sound Vib.*, **65**(1), pp. 11-28.
- [10] BULLEN R. (1979), Traffic noise in urban areas, *Australian Road Research*, **9**(4), pp. 11-15.
- [11] LESCHNIK W. (1980), Zur Schallausbreitung in bebauten und beplanteten Gebieten, *Acustica*, **44**, pp. 14-22.

- [12] KUTTRUFF H. (1989), A mathematical model for noise propagation between buildings, *J. Sound Vib.*, **85**(1), pp. 115-128.
- [13] ETCHESSAHAR M. (1998), *Réflexion du son par des façades de bâtiments*, Rapport de DEA de l'université du Maine, Le Mans, 33 pages.
- [14] LYON R.H. (1974), Role of multiple reflexions and reverberation in urban noise propagation, *J. Acoust. Soc. Am.*, **55**(3), pp. 493-503.
- [15] DAVIES H.G. (1978), Multiple-reflexion diffuse-scattering model for noise propagation in streets, *J. Acoust. Soc. Am.*, **64**(2), pp. 517-521.
- [16] MAKAREWICZ R., KOKOWSKI P. (1994), Reflexion of noise from a building's facade, *Appl. Acoust.*, **43**, pp. 149-157.
- [17] WU S., KITTINGER E. (1995), On the relevance of sound scattering to the prediction of traffic noise, *Acustica*, **81**, pp. 36-42.
- [18] HEUTSCH K. (1995), A simple method to evaluate the increase of traffic noise emission due to buildings, for a long straight street, *Appl. Acoust.*, **44**, pp. 259-274.
- [19] HARDY J., WEBER J. (1980), Diffusion in a periodic wind-tree model, *J. Math. Phys.*, **21**(7), pp. 1802-1808.
- [20] KEANE M.S., RAUZY G. (1980), Stricte ergodicité des échanges d'intervalles, *Mathematische Zeitschrift*, **174**, pp. 203-212.
- [21] HIDAKA T. (1995), *Sound field simulation, some considerations of related problems for wave theoretical auralization*, Proceedings of the 2nd International Congress on Acoustics and Musical Research, pp. 11-22.
- [22] PRESS W.H., FLANNERY B.P., TEUKOLSKY S.A., VETTERLING W.T. (1991), *Numerical Recipes in C, the Art of Scientific Computing*, Cambridge University Press.
- [23] CHANDRASEKHAR S. (1943), Stochastic problems in physics and astronomy, *Reviews of Modern Physics*, **15**(1), pp. 1-89.
- [24] BRUNEAU M. (1983), *Introduction aux théories de l'acoustique*, université du Maine, Le Mans, 634 pages.
- [25] PICAUT J., POLACK J.-D., SIMON L. (1997), A mathematical model of diffuse sound field based on a diffusion equation, *Acustica/acta acustica*, **83**(4), pp. 614-621.

ABSTRACT

Modelling the propagation of sound by diffusion in the urban environment

J. PICAUT

This paper presents a novel approach to modelling sound propagation in the urban environment which is adapted to its morphological complexity. We have demonstrated, both at the district or street level, that under certain conditions sound propagation can be considered as a diffusion process comparable to heat diffusion. In contrast to conventional models which entail propagation equations, the entire acoustic phenomenon is governed by a diffusion equation. The originality of this model is that the full architectural complexity of the propagation environment (i.e. the irregularities of frontages, the average dimensions and the layout of streets, etc.) is represented by a single term - the coefficient of diffusion. This type of modelling, based on the innovative concept of diffusion of the sound field, could eventually provide a straightforward and effective means of investigating the impact of noise in urban areas.