

#### techniques et méthodes des laboratoires des ponts et chaussées



## **Guide technique**

## Investigations et évaluations dynamiques des ponts

Conformément à la note du 04/07/2014 de la direction générale de l'Ifsttar précisant la politique de diffusion des ouvrages parus dans les collections éditées par l'Institut, la reproduction de cet ouvrage est autorisée selon les termes de la licence CC BY-NC-ND. Cette licence autorise la redistribution non commerciale de copies identiques à l'original. Dans ce cadre, cet ouvrage peut être copié, distribué et communiqué par tous moyens et sous tous formats.



Attribution — Vous devez créditer l'Oeuvre et intégrer un lien vers la licence. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens possibles mais vous ne pouvez pas suggérer que l'Ifsttar vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son Oeuvre.

Pas d'Utilisation Commerciale — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Oeuvre, tout ou partie du matériel la composant.



## Le patrimoine scientifique de l'Ifsttar

Le libre accès à l'information scientifique est aujourd'hui devenu essentiel pour favoriser la circulation du savoir et pour contribuer à l'innovation et au développement socio-économique. Pour que les résultats des recherches soient plus largement diffusés, lus et utilisés pour de nouveaux travaux, l'Ifsttar a entrepris la numérisation et la mise en ligne de son fonds documentaire. Ainsi, en complément des ouvrages disponibles à la vente, certaines références des collections de l'INRETS et du LCPC sont dès à présent mises à disposition en téléchargement gratuit selon les termes de la licence Creative Commons CC BY-NC-ND.

Le service Politique éditoriale scientifique et technique de l'Ifsttar diffuse différentes collections qui sont le reflet des recherches menées par l'institut :

- Les collections de l'INRETS, Actes
- Les collections de l'INRETS, Outils et Méthodes
- Les collections de l'INRETS, Recherches
- Les collections de l'INRETS, Synthèses
- Les collections du LCPC, Actes
- Les collections du LCPC, Etudes et recherches des laboratoires des ponts et chaussées
- Les collections du LCPC, Rapport de recherche des laboratoires des ponts et chaussées
- Les collections du LCPC, Techniques et méthodes des laboratoires des ponts et chaussées, Guide technique
- Les collections du LCPC, Techniques et méthodes des laboratoires des ponts et chaussées, Méthode d'essai



Institut Français des Sciences et Techniques des Réseaux, de l'Aménagement et des Transports 14-20 Boulevard Newton, Cité Descartes, Champs sur Marne F-77447 Marne la Vallée Cedex 2

Contact : diffusion-publications@ifsttar.fr

www.ifsttar.fr



# Investigations et évaluations dynamiques des ponts

Guide technique

Février 2009



Laboratoire Central des Ponts et Chaussées 58, bd Lefebvre, F 75732 Paris Cedex 15

#### Ce document a été rédigé par :

> M. Christian Crémona (LCPC),

avec la participation de :

- M. Yves Gautier (CETE Sud-Ouest),
- > M. Renaud Leconte (CETE Lyon).

Pour commander cet ouvrage :

Laboratoire Central des Ponts et Chaussées DISTC-Diffusion des éditions 58, boulevard Lefebvre F-75732 PARIS CEDEX 15 Téléphone : 01 40 43 50 20 Télécopie : 01 40 43 54 95 Internet : http://www.lcpc.fr

Prix : 45 € HT

En couverture : Épreuves de chargement dynamique sur le viaduc de Verrières.

Ce document est propriété du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées et ne peut être reproduit, même partiellement, sans l'autorisation de son directeur général (ou de ses représentants autorisés). © 2008 - LCPC ISSN 1151-1516 ISBN 978-2-7208-2522-0 N° DOI/Crossref 10.3829/gt-gtinpont-fr

## Sommaire

1. INTRODUCTION	5	)
1.1. PRINCIPES GÉNÉRAUX	5	5
1.2. CHAMPS D'APPLICATIONS	7	,
1.2.1. Ouvrages en construction	7	,
1.2.2. Ouvrages en cours de réception	8	3
1.2.3. Ouvrages en service	9	)
1.2.4. Suivi local ou global ?	11	
1.3. DOCUMENTS DE RÉFÉRENCE	. 13	3
2. TYPOLOGIE DES INVESTIGATIONS DYNAMIQUES	15	;
2.1. MESURES DE CONFORT	. 15	5
2.2. ÉVALUATION DES SOLLICITATIONS	. 17	7
2.2.1. Détermination de coefficients de maioration dvnamique	. 17	,
2.2.2. Détermination de contraintes induites et durée de vie en fatique	. 20	)
2.2.3. Détermination de tensions dans les câbles	. 22	2
2.3. ANALYSE STRUCTURALE	. 23	3
2.3.1. Analyse modale expérimentale ou opérationnelle	. 23	3
2.3.2. Identification structurale	. 25	5
2.3.3. Vérification de l'aptitude au service	. 26	5
2.4. SURVEILLANCE DU COMPORTEMENT	. 27	,
2.4.1. Détermination de l'influence des paramètres environnementaux	. 27	'
2.4.2. Vérification de l'efficacité de mesures de renforcement	. 28	3
2.4.3. Identification de comportements vibratoires anormaux	. 30	)
2.4.4. Vérification de l'intégrité structurale pendant et après un phénomène		
exceptionnel	. 30	)
2.4.5. Diagnostic d'endommagement	. 30	)
3. PRINCIPES DE RÉALISATION DES ESSAIS VIBRATOIRES	35	)
3.1. CHOIX D'UNE SOURCE D'EXCITATION	. 35	5
3.1.1. Essais sous conditions contrôlées	. 36	5
3.1.2. Essais sous vibrations ambiantes	. 38	3
3.2. CHOIX DES DONNÉES À ACQUÉRIR	. 40	)
3.2.1. Choix de la grandeur à mesurer	. 40	)
3.2.2. Choix métrologique	. 40	)
3.3. CAPTEURS	. 41	
3.3.1. Mesures de déformation	. 42	2
3.3.2. Mesures de déplacement	. 46	;
3.3.3. Accéléromètres	. 50	)
3.3.4. Vélocimètres	. 52	2
3.4. FIXATION DES CAPTEURS	. 53	3
3.5. ACQUISITION DES DONNÉES	. 58	3
3.5.1. Principes technologiques	. 58	3
3.5.2. Echantillonnage	. 58	3
3.5.3. Etalonnage et bruit de fond	. 60	)
	. 61	i.
3.7. PRÉPARATION, ORGANISATION ET REPORTAGE D'UNE INVESTIGATION		•

4. PRINCIPES D'ANALYSE DES ESSAIS VIBRATOIRES	65
4.1. ANALYSE DES SIGNAUX BRUTS	65
4.1.1. Amplitudes maximales et histogrammes d'effets	65
4.1.2. Énergie, puissance moyenne, densités spectrales de puissance	66
4.1.3. Détermination des dépassements de niveaux	
4.1.4. Détermination des rainflows	71
4.2. ANALYSES TEMPS-FREQUENCE	
4.2.1. Spectrogramme	
4.3. IDENTIFICATION MODALE	
4.3.1. Relation entre modes solutions complexes et solutions reelles	
4.3.2. Valuation des resultais de l'allaigse modale experimentale	
4.3.4. Indicateurs de modifications structurales	
	00
5. MISES EN ŒUVRE PRATIQUES	89
BIBLIOGRAPHIE	99
ANNEXE A : ÉLEMENTS D'ANALYSE VIBRATOIRE	
A.1. PROCESSUS STATIONNAIRES - PROCESSUS ERGODIQUES	101
A.2. MOYENNE – VARIANCE	102
A.3. COVARIANCE – CORRÉLATION	102
A.4. DÉRIVÉE D'UN PROCESSUS STOCHASTIQUE	103
A.5. DENSITÉ SPECTRALE DE PUISSANCE	104
A.6. DÉPASSEMENTS DE NIVEAUX	
A.6.1. Dépassements moyen d'un niveau	106
A.6.2. Période de retour	106
A.6.3. Facteur de pointe	107
A.7. CALCUL PRATIQUE DES DENSITÉS SPECTRALES DE PUISSANCE	109
ANNEXE B : CONCEPTS EN ANALYSE MODALE EXPÉRIMENTALE	111
B.1. RAPPEL D'ANALYSE MODALE	111
B.1.1. Oscillations libres	
B.1.2. Décrément logarithmique	112
B.1.3. Oscillations forcées harmoniques	
B.1.4. Oscillations forcées aléatoires	
B.1.5. Fonctions de reponse	
B.2. MODES PROPRES DE VIBRATION	
B.2.1. Solution de l'equation nomogene non amortie B.2.2. Orthogonalité des modes propres de vibrotien	
B.2.2. Offilogonalite des modes propres de vibration B.2.3. Choix d'une base de mode propre	
B.2.4. Matrice de transfert	
B.3. MÉTHODES PRATIQUES D'IDENTIFICATION MODALE EN ANALYSE MODALE	400
EXPERIMENTALE	
D.J. I. Appropriation dos fonctions do transfort	
D.J.Z. IUEIIUIICAUOII DES IOFICIIOFIS DE L'ARISTER	120
B 3.4 Méthodes d'identification entrée/sortie	120 121
ANNEXE C : SPÉCIFICATION DES CAPTEURS	123

## **1.** Introduction

## **1.1. Principes généraux**

La réalisation d'essais vibratoires a été formalisée pendant et après la seconde guerre mondiale, la construction d'avions ayant été un élément moteur du développement de ces essais dont l'objectif était d'appréhender des phénomènes particuliers conduisant à certaines défaillances sous sollicitations répétées et rapides. Les essais modernes ne sont que des prolongements plus ou moins sophistiqués de ces toutes premières investigations. Ainsi, en Suisse, la réalisation d'essais dynamiques sur les ponts routiers de plus de 20 m de portée a débuté dans les années 1920 ; ces tests étaient effectués en faisant circuler sur un ouvrage un véhicule calibré à différentes vitesses.

Il ne faut pas confondre *essais* ou *investigations dynamiques* et *évaluation dynamique*. Les essais dynamiques visent à effectuer des mesures de grandeurs physiques (accélérations, déplacements, vitesses, déformations, etc.) variant rapidement au cours du temps. Ces *investigations dynamiques* – également appelées mesures de vibration – recouvrent deux familles différentes :

1. les *épreuves dynamiques*, qui sont réalisées de manière ponctuelle à des instants donnés de la vie de l'ouvrage,

2. la *surveillance dynamique*, qui consiste à acquérir de manière continue ou sur seuil les grandeurs physiques d'importance.

La réalisation d'investigations dynamiques répond à des objectifs d'évaluation qui portent sur :

1. la vérification de la performance structurale en phases de construction, de réception et de service,

2. l'appréciation de l'aptitude au service en phase de réception et de service,

3. la détermination des caractéristiques vibratoires pour calibrer un modèle numérique et pour le diagnostic,

4. le retour d'expérience.

L'évaluation dynamique vise donc à tirer des mesures résultant des investigations dynamiques une information susceptible d'apporter une appréciation plus pertinente de la performance d'un ouvrage sur son cycle de vie (construction, réception, service). Suivant l'instant dans le cycle de vie, la mesure, l'acquisition, le traitement de l'information seront différents et ne correspondront pas nécessairement aux mêmes objectifs.

Comme dans tout processus de mesure et d'évaluation, il ne faut pas négliger la part représentée par les incertitudes et les erreurs (Fig.1). Les objectifs précédents mettent en évidence l'importance des investigations et des évaluations dynamiques tout au long du cycle de vie d'un ouvrage (Fig.2).

#### **CHAPITRE 1 • INTRODUCTION**



FIGURE 2

Cycles de vie d'un ouvrage et types d'investigations dynamiques.

Les mesures de vibrations sont effectuées à des fins diverses, mais quatre grands domaines d'application peuvent être définis :

les tests de vibration qui jouent un rôle vital dans la détermination de la résistance d'un composant aux environnements vibratoires susceptibles d'être rencontrés. Ils permettent en fait d'évaluer les sollicitations comme par exemple les contraintes induites par des sollicitations rapides répétées pour estimer l'endommagement par fatigue de certaines pièces de ponts, ou les coefficients de majoration dynamique ;

L'analyse structurale qui constitue une méthode efficace se basant sur les mesures de vibrations pour déterminer le comportement dynamique d'un ouvrage. Il s'agit alors de construire un modèle mécanique de la structure à partir des essais ou de comparer prédictions numériques et réponses mesurées. Ce second cas doit conduire à une meilleure compréhension du fonctionnement de la structure, à une meilleure définition des marges de sécurité, à des hypothèses moins restrictives, à une réduction des coefficients de sécurité ;

In surveillance de comportement, ou diagnostic, pour analyser un comportement structural anormal. Intuitivement, des modifications des paramètres dynamiques (masse, rigidité, amortissement) liée notamment à des dégradations, doivent conduire à des changements du comportement vibratoire ;

> les *mesures de confort* qui concerne les mesures de vibrations transmises à l'homme par la vibration des structures. Dans ce cas, il s'agit de comparer les niveaux de vibration mesurés à des seuils acceptables dits de confort.

Ces différents types d'investigations dynamiques se déclinent différemment suivant le cycle de vie d'un ouvrage (Fig. 2). De même, les choix métrologiques, de mise en œuvre expérimentale et d'évaluation diffèreront suivant les objectifs recherchés.

## **1.2. Champs d'applications**

Les investigations et les évaluations dynamiques peuvent concerner un ouvrage tout au long de son cycle de vie. En fonction des grandes étapes de cycle de vie, elles n'auront pas les mêmes finalités, et les outils d'analyse pourront être différents.

#### 1.2.1. Ouvrages en construction

Afin de confirmer certaines hypothèses introduites en phase de conception, il peut être recommandé de conduire des investigations dynamiques en construction sur l'ouvrage ou une partie de ces éléments. Ces essais peuvent apporter des éléments utiles notamment pour les ouvrages construits en zone sismique, pour les viaducs présentant des formes architecturales particulières ou pour les pylônes d'ouvrages. Les essais sur fondations peuvent procurer des informations utiles sur les conditions géotechniques.

Pour des fondations superficielles, il n'est pas courant de réaliser des essais dynamiques. Par contre, pour des fondations sur pieu, l'usage d'essais dynamiques est assez répandu pour vérifier certaines hypothèses de construction. Dans le cas de viaducs, ils peuvent permettre de fournir un ensemble de données géotechniques dans le sens longitudinal de l'ouvrage, et ainsi d'identifier les variabilités des caractéristiques de sol. Les essais verticaux sur pieu permettent de déterminer les fréquences et les amortissements dans la direction verticale (mesure d'impédance) ; ils nécessitent cependant un excitateur suffisamment puissant. Les essais horizontaux sur un pieu (ou un groupe de pieux) doivent précéder les essais verticaux à cause de possibles altérations du contact entre le pieu et le sol en couche superficielle. Le nombre de capteurs nécessaire dépend de la déformabilité du bloc de fondation (pour un groupe de pieux).

Des essais dynamiques sont également utiles pour des piles sujettes à des risques de flambement. Pour des piles souples, des excitations naturelles ou impulsionnelles peuvent être utilisées. Pour des piles raides, il est préférable de recourir à des essais avec excitateur pour couvrir une bande de fréquence pertinente. Les conditions d'interaction sol-structure peuvent également affecter les fréquences et les modes propres. Il est préférable de mesurer les déplacements en haut, à la base et sur les faces de la pile. Pour les culées, les essais dynamiques doivent être menés lorsque les remblais sont mis en place. De tels essais sont utiles pour des ouvrages en zones sismiques. Il est enfin également souhaitable de suivre le comportement dynamique d'un tablier en cours de construction lorsque, notamment, des fléaux très importants sont mis en jeu (Fig. 3). Ce suivi peut être particulièrement utile dans le cas d'ouvrages construits en zones sismiques ou ventées pour lesquels une prise de décision est nécessaire lorsqu'une amplitude limite risque d'être dépassée.



FIGURE 3 Suivi dynamique du viaduc de Verrières en construction.

### 1.2.2. Ouvrages en cours de réception

Lorsque l'ouvrage est terminé, des essais dynamiques peuvent être effectués pour vérifier certaines hypothèses sur le comportement structural de l'ouvrage et pour servir de base à des évaluations dynamiques futures (Fig. 4). Une application aujourd'hui répandue consiste à réaliser des essais vibratoires sur les haubans d'un pont pour contrôler leur tension (ceci s'appliquant également aux suspentes de ponts suspendus). Ces mesures peuvent également s'appliquer aux ouvrages en cours de construction, notamment pour vérifier le profil de l'ouvrage. Il n'est pas non plus rare que des essais de freinage ou de réception faisant intervenir des poids lourds roulant à différentes vitesses soient prescrits pour apprécier qualitativement le comportement dynamique d'un ouvrage.



a. Vue générale de l'ouvrage.

b. Système d'accroche du câble de mise en vibration.

c. Accéléromètre.

L'ouvrage terminé, il est alors possible de déterminer le comportement dynamique du tablier (continuité, conditions aux limites, dispositifs d'amortissement). Le nombre de points de mesure doit être suffisamment détaillé pour décrire de façon adéquate les modes propres. Pour identifier les modes de flexion et de torsion, il est nécessaire de localiser au moins deux capteurs dans une même section. Les mesures de niveaux vibratoires peuvent être d'une aide précieuse pour des ouvrages (passerelles par exemple) pour lesquelles des risques d'inconfort ou de fatigue sont susceptibles d'intervenir.

## 1.2.3. Ouvrages en service

Les objectifs d'investigations dynamiques pour un ouvrage en service sont nombreux. Ils peuvent viser à apprécier l'aptitude au service (Fig.5), l'intégrité structurale d'un ouvrage (Fig.6), mais également la compatibilité d'un ouvrage avec son environnement, ou la confirmation d'hypothèses de conception (Fig.7). Ce dernier cas concerne les ouvrages soumis à l'action du vent. La réponse de l'ouvrage et les conditions environnementales (vitesse et direction du vent) sont alors mesurées, puis comparées avec les résultats de calculs obtenus avec les mêmes données environnementales. Des investigations dynamiques peuvent également être réalisées dans le cas du suivi d'ouvrages à proximité desquels des tirs à l'explosif (mines, carrières, etc.) sont réalisés.



a. Vue générale de l'ouvrage.

b. Accéléromètre monté sur hauban.

#### FIGURE 5

Surveillance dynamique du pont d'Iroise pour la vérification de son aptitude au service.



a. Vue générale de l'ouvrage.



b. Capteur vélocimétrique.

FIGURE 6 Investigations dynamiques pour la vérification de l'intégrité structurale du pont Noir.



a. Vue générale de l'ouvrage.

b. Capteur accélérométrique.

#### FIGURE 7



Dans le cas d'ouvrages exceptionnels ou innovants, il est de plus en plus répandu de surveiller le comportement à long terme de l'ouvrage ou de certains éléments structuraux. C'est ainsi que des tests de vibrations sont souvent réalisés pour apprécier le comportement à la fatigue de parties d'ouvrages, ou pour évaluer des coefficients de majoration dynamique qui dépendent largement des conditions de trafic et de la qualité de la route.

Les conditions environnementales peuvent également influencer le comportement dynamique d'un ouvrage. C'est notamment le cas de la température, mais aussi de l'environnement vibratoire même de l'ouvrage.

Enfin, les essais dynamiques peuvent être également utilisés pour le suivi structural (Fig.8). Il s'agit dans ce cas de vérifier si le comportement vibratoire ne s'altère pas au cours du temps. Pour cela, il est nécessaire de séparer les variabilités liées à la température des variabilités liées à une modification structurale. Le suivi conjoint en température est donc recommandé. Couplées avec des méthodes appropriées, les investigations dynamiques permettent l'évaluation du comportement structural, soit par actualisation directe d'un modèle de calcul (tâche souvent délicate), soit par une comparaison relative entre indicateurs ad hoc, ne nécessitant pas la connaissance *a priori* du lieu d'endommagement, le nombre de capteurs de mesures pouvant être réduit et ne se situant pas nécessairement à proximité de l'endommagement.



a. Vue générale de l'ouvrage.

b. Accéléromètre.

## 1.2.4. Suivi local ou global ?

Le choix de l'étude d'un élément de structure ou de l'ouvrage dans son ensemble est naturellement conditionné par le niveau d'information recherché (Fig. 9).



#### FIGURE 9

Investigations dynamiques pour l'identification du comportement structural du pont A. Dovali.

C'est notamment le cas lorsque des investigations dynamiques consistent à évaluer l'endommagement par fatigue d'assemblages, la variation de tension dans un câble, des ouvertures de fissures... L'analyse globale vise à apprécier le comportement général d'un ouvrage (Fig.10).



a. Vue générale de l'ouvrage.

b. Instrumentation par extensométrie.

#### FIGURE 10

Investigations dynamiques pour l'évaluation du risque d'endommagement par fatigue du pont de Cheviré.

Le choix d'un niveau local ou global conditionnera le nombre de capteurs et le niveau de détail de l'information recherchée. La mesure de la réponse vibratoire d'un élément de structure nécessite généralement un programme spécifique d'installation de l'instrumentation. En particulier, si des dispositifs d'excitation spécifiques ou de montage de capteurs doivent être mis en œuvre, il est indispensable de s'assurer qu'ils ne modifient par le comportement de l'élément (Fig.11).



FIGURE 11

Investigations dynamiques pour l'identification du comportement local d'une suspente du pont d'Assat.

## **1.3. Documents de référence**

Ce document est destiné à fournir des recommandations d'une part pour la mise en œuvre expérimentale d'investigations dynamiques et d'autre part pour l'exploitation des données mesurées en vue de réaliser une évaluation dynamique. Il s'appuie pour partie sur divers documents issus de la normalisation internationale :

 NF ISO 14963, Mechanical vibration and shock, guidelines for dynamic tests and investigations on bridges and viaducts.

• ISO 14964, Mechanical vibration and shock, vibration of stationary structures, specific requirements for quality management in measurement and evaluation of vibration.

• ISO 18649, Mechanical vibration and shock, evaluation of measurement results from dynamic tests and investigations on bridges.

 NF E 90-020, Méthodes de mesurage et d'évaluation des réponses des constructions, de matériels sensibles et des occupants.

- ISO 5348, Fixation mécanique des accéléromètres,
- ISO 2631, Exposition of human exposure to whole body vibration.

Des documents de portée nationale servent également de référence à ce document :

 Passerelles piétonnes, Évaluation dynamique du comportement vibratoire sous l'action des piétons, SETRA.

- Méthode d'essai LPC n° 35, Mesure de la tension des câbles par vibration, LCPC.
- Guide des épreuves d'ouvrages d'art, SETRA.

## **2.** Typologie des investigations dynamiques

## 2.1. Mesures de confort

Les actions dynamiques ne constituent pas seulement un risque vis-à-vis de la sécurité structurale et de l'aptitude au service pour les structures, mais aussi de l'inconfort pour les usagers. En effet, le corps humain est si sensible aux vibrations qu'en général, les limites de tolérance sont atteintes pour des niveaux de vibrations beaucoup moins sévères que ceux qui pourraient affaiblir mécaniquement un ouvrage.

Les informations disponibles sur la sensibilité humaine aux vibrations proviennent de sources diverses, la plupart du temps issues d'études dans le transport terrestre ou aérien. Cependant, le problème de la définition de critère de confort vis-à-vis des vibrations de ponts est souvent très différent des problèmes rencontrés dans l'industrie ou le transport, l'une des caractéristiques principales étant le faible temps de séjour des usagers sur un ouvrage (et donc d'exposition aux vibrations) en comparaison avec ces autres secteurs. Une exception existe cependant, elle concerne les passerelles piétonnes.

Excepté le passage au pas de troupes, qui traditionnellement interrompent leurs pas cadencés lors de la traversée d'un pont, les ponts conçus pour supporter des charges de trafic sont peu susceptibles de vibrer sous l'action des piétons. L'action des piétons comme source d'excitation concerne donc essentiellement les passerelles. Ces actions peuvent entraîner des phénomènes vibratoires complexes qui ne sont généralement pas préjudiciables pour la structure mais peuvent créer une sensation d'inconfort pour l'usager. Deux ouvrages marquants récents en sont de bons exemples puisqu'ils ont été fermés pour remise à niveau (par ajout de systèmes amortisseurs) après leur inauguration. Il s'agit de la passerelle Solférino à Paris dont les fréquences de vibrations transversales en présence de foules étaient gênantes pour l'usager et la passerelle du Millenium à Londres. Les évolutions esthétiques, techniques et technologiques conduisent à une recherche de structures de plus en plus élancées. Dans ces conditions, l'action dynamique des piétons dont l'intensité est négligeable vis-à-vis de la rigidité de la structure devient aujourd'hui suffisante pour la mettre en vibration. Si les structures nouvelles intègrent dès leur conception une étude dynamique visant à limiter ces effets, que ce soit par une rigidité suffisante ou par l'ajout d'amortisseurs, il peut être important de réaliser des mesures de confort sur les structures anciennes.

La marche normale d'un piéton se fait avec une fréquence de 2 Hz avec un écart-type de 0,175 Hz. Ceci implique que 50 % des piétons marchent à des fréquences comprises entre 1,9 et 2,1 Hz. Pour des coureurs, la fréquence s'élève à 3,5 Hz et est rarement dépassée. Deux personnes ensemble marchent en général au même pas ce qui augmente les forces dynamiques exercées. Une excitation potentielle extrême (vandalisme) est parfois considérée : elle correspond à la mise en résonance par un groupe de personnes marchant ou courant en phase.

Les fréquences d'excitation données ci-dessus correspondent à l'action verticale de la marche. En fait, la marche d'un piéton induit également des forces latérales et de torsion provoquées par le non alignement des points d'appui et donc des points d'action des forces (Fig. 12). La fréquence d'excitation est alors centrée autour de 1 Hz et peut baisser suivant la congestion ou non de l'ouvrage.



Actions d'un piéton sur un ouvrage.

Dans le cas des piétons, des phénomènes d'adaptation et de synchronisation aux vibrations de l'ouvrage peuvent apparaître : cette réaction tend dans un premier temps à réduire l'inconfort produit par la vibration de l'ouvrage, mais crée dans un second temps des actions de résonance qui amplifient les vibrations.

La réalisation d'investigations dynamiques est donc recommandée pour ce genre d'ouvrages. En particulier, l'évaluation des fréquences et des niveaux d'accélération (ou de vitesse) est utile pour apprécier l'aptitude au service des passerelles vis-à-vis de problèmes de confort (Fig. 13). Ces informations sont alors à comparer avec les critères d'inconfort donnés par la norme ISO 2631 par exemple.



a. Essais vibratoires.



#### FIGURE 13

Exemple d'investigations dynamiques sur la passerelle Solférino.

## 2.2. Évaluation des sollicitations

### 2.2.1. Détermination de coefficients de majoration dynamique

La notion de coefficient de majoration dynamique est une donnée assez abstraite pour laquelle il n'est pas aisé de fournir une quantification claire. De nombreuses études ont été menées pour définir ce coefficient, notamment pour l'introduire dans les règlements ou les normes de calcul d'ouvrages. Cependant, de nombreuses discussions subsistent quant à sa détermination.

Dès 1931, Füller a proposé de définir le coefficient de majoration dynamique comme une fraction de l'effort statique qui dépasse cet effort statique. Reconnaissant que cet « incrément d'effort » n'est pas nécessairement le même que l' « incrément de contrainte », une autre définition fut proposée, celle de considérer le coefficient de majoration dynamique (CMD) comme la fraction de contrainte statique équivalente faisant que la contrainte réelle dépasse la contrainte statique.

Il faut cependant convenir de l'absence d'uniformité dans le calcul de ce coefficient de majoration dynamique, ce qui explique l'existence de différentes approches pour le calculer. La figure 14 donne un exemple des problèmes posés pour la définition de ce coefficient sur la base de mesures de flèches.



#### FIGURE 14 Flèches à mi-travée sous le passage d'un véhicule.

Sur la base de la figure 14, plusieurs coefficients de majoration dynamique pourraient être proposés :

$$I = \frac{\Delta_1}{\delta_s^*} ; I = \frac{\Delta_3}{\delta_s} ; I = \frac{\Delta_4}{\delta_s'} ; I = \left(\frac{\delta_{\max} - \delta_{\min}}{\delta_{\max} + \delta_{\min}}\right) ;$$
(2.1)

$$I = \frac{\delta_{\max} - \delta'_{s}}{\delta'_{s}} \quad ; \quad I = \frac{\delta_{\max} - \delta_{s}}{\delta_{s}} \quad ; \tag{2.2}$$

Cette disparité dans les coefficients de majoration dynamique est la conséquence du fait que la réponse statique n'est pas nécessairement la même que la réponse médiane, et que les réponses maximales statique et dynamique ne s'obtiennent pas aux même points. Il est enfin généralement plus classique et plus aisé de recourir à des mesures de déformation (Fig. 15) pour déterminer les coefficients de majoration dynamique. Ces coefficients de majoration dynamique sont traditionnellement obtenus par le passage d'un véhicule de charge connue (Fig. 16). Cependant,

outre le choix d'une définition, les coefficients de majoration dynamique varient beaucoup en fonction de certains paramètres [*Carracilli, 2000*] et peuvent ainsi conduire à des conclusions erronées. La littérature [*Bakht & Pinjarkar, 1990*] rapporte une dispersion des résultats pour un même véhicule. Ceci sous-entend que le coefficient de majoration dynamique n'est pas une donnée déterministe, mais doit être analysé dans son caractère probabiliste.







#### FIGURE 16 Passage de véhicule étalon sur le pont de Merle.

Quelques règles doivent cependant être respectées pour la réalisation d'essais avec véhicules isolés. En premier lieu, les coefficients de majoration dynamique décroissent avec le poids du véhicule. Il est donc recommandé d'éviter de réaliser des essais avec des véhicules faiblement chargés. En second lieu, les coefficients de majoration dynamique dépendent fortement de l'éloignement des charges par rapport au point de mesure. Prenons pour exemple un pont à cinq poutres supportant trois voies de circulation ; deux poutres supporteront le poids du véhicule d'essai alors que les deux poutres opposées seront peu chargées. Si l'instrumentation pour la mesure des coefficients de majoration dynamique est localisée sur ces deux poutres, l'amplitude de ces coefficients sera alors beaucoup plus importante que celle mesurée au niveau des poutres chargées. En dernier lieu, il est essentiel de vérifier que les coefficients de majoration dynamique ne sont pas perturbés par des effets extérieurs. C'est notamment le cas lorsque le véhicule peut exciter l'un des modes de vibration de l'ouvrage, amplifiant ainsi la réponse de ce dernier (Fig. 17).



Le *Guide des épreuves d'ouvrages d'art* publié par le SETRA préconise de contrôler les effets dynamigues qualitativement par des épreuves simplifiées sous charges roulantes :

 parmi les véhicules utilisés pour les épreuves par poids mort, un nombre égal à celui des voies de circulation est conservé, en choisissant ceux qui comportent les essieux les plus lourds. Ces véhicules étant disposés de front et dans le même sens, on les fait circuler de bout en bout du pont à une vitesse adaptée aux exigences de la sécurité;

 un essai de freinage sur l'ouvrage peut être organisé avec un véhicule lourd de plus de 19 t. Cet essai permet d'appréhender d'éventuels mouvements anormaux (mise en butée des joints, déformations irréversibles des appareils d'appuis, etc.).

Les définitions précédentes des coefficients de majoration dynamique sous charge connue ne sont pas toujours représentatives des valeurs réelles rencontrées sur les ouvrages. Ils ne constituent pas des valeurs finales à utiliser dans des calculs de conception ou d'évaluation. Une valeur représentative du coefficient de majoration dynamique ne peut être fournie que pour des données sous conditions normales de trafic et sur de longues périodes de temps. Aussi, pour être réalistes [*Carracilli, 2000*], il convient non pas de se limiter à un seul véhicule, mais d'étudier les configurations de trafic qui ont généré les effets maximaux :

$$I_2 = \frac{\widehat{\delta}_{\max,dyn}}{\widehat{\delta}_{stat}} ; I_3 = \frac{\widehat{\delta}_{\max,dyn}}{\widehat{\delta}_{\max,stat}} ;$$
(2.3)

 $\delta_{max,dyn}$  est l'effet maximal mesuré sous trafic (déformation, flèche, etc.) sur une période de temps donnée et  $\hat{\delta}_{stat}$  est l'effet statique au même instant.  $\hat{\delta}_{max,stat}$  est l'effet statique maximal sur la période de temps donné. Pour un ouvrage, ces définitions, outre leur meilleure représentativité du phénomène dans la plupart des cas (ligne d'influence longue ou implication de plusieurs voies de circulation), présentent l'avantage d'éviter la coupure du trafic. En revanche, elles nécessitent l'implantation d'une station de pesage à proximité de l'ouvrage et d'un logiciel de calcul permettant, à partir des lignes d'influence de l'ouvrage, de calculer les effets induits par ce trafic mesuré [*Cremona & Carracilli, 2002*]. La figure 18 donne un exemple de calcul du coefficient de majoration dynamique  $I_3$  en plusieurs points d'un ouvrage en fonction de la période de retour des charges de trafic.



FIGURE 18

Exemple de détermination de coefficient de majoration dynamique sous trafic.

#### 2.2.2. Détermination de contraintes induites et durée de vie en fatigue

Le soudage est le processus d'assemblage le plus classique utilisé dans les grandes structures métalliques actuelles. C'est particulièrement le cas des ponts métalliques et notamment des ponts mixtes. Bien que des améliorations considérables aient été apportées aux techniques de soudage, il faut convenir que ces dernières peuvent introduire des défauts, des concentrations de contrainte et des contraintes résiduelles qui les rendent notamment sensibles à la fatigue. Il est également reconnu que le processus de fatigue est un phénomène aléatoire : pour preuve, la dispersion des résultats issus des tests en laboratoire. Des aléas additionnels, comme la modélisation de la propagation de fissure, des charges de service et des conditions d'inspection, jouent aussi un rôle très important. Les vibrations induites par les sollicitations extérieures (trafic, vent, etc.) peuvent donc accentuer le risque d'endommagement par fatigue.

Les éléments structuraux d'ouvrages métalliques sont en général soumis à des contraintes de service largement inférieures aux contraintes limites du domaine élastique. Cependant, des défaillances ou ruptures locales peuvent apparaître en présence de discontinuités géométriques comme dans le cas de cordons de soudure ou de connexions rivetées. Ces « points chauds » sont alors le lieu de contraintes plus élevées et répétées sous l'effet des charges d'exploitation. Ceci explique la susceptibilité de ces assemblages à développer des fissures de fatigue.

Le phénomène de fatigue dans les ponts est néanmoins un problème de fatigue à nombre de cycles élevé avec des étendues de contrainte faibles de sorte que les déformations restent dans le domaine élastique à l'exception des soudures où des contraintes locales se concentrent. Le matériau au voisinage des cordons de soudure peut donc être le siège de micro-déformations plastiques.

De nombreuses études et recherches ont été menées depuis ces cinquante dernières années. Dans la plupart des règlements, le concept de base reste la loi d'endommagement cumulé proposée par Miner et améliorée pour tenir compte des étendues de contraintes variables. Un effort très important a été notamment porté sur l'étude de la fatigue durant ces vingt dernières années. Le chapitre «fatigue » de l'Eurocode 3 et le guide de 1996 sur la fatigue dans les ponts métalliques [*Eurocode, 2003*] en sont les reflets. C'est donc dans ce cadre réglementaire qu'il est préconisé de mener l'étude en fatigue, sachant cependant que la présence de micro-déformations plastiques au niveau des soudures (et donc la phase d'initiation et de propagation de petites fissures) est mal représentée par le modèle de Miner et les courbes de Wöhler, et que le processus d'endommagement par fatigue n'est pas linéaire.

L'instrumentation par jauges de déformation d'un ouvrage et l'enregistrement continu des signaux constituent une source de données utile pour l'évaluation de la tenue à la fatigue d'un ouvrage (Fig. 19). Cependant, l'endommagement par fatigue reste dépendant de la nature des historiques

de contrainte induits par les sollicitations. Ces historiques peuvent être constitués de cycles très compliqués avec des moyennes de contrainte variables.

Il est donc possible de mener un calcul temporel de la réponse de la structure, puis d'appliquer un algorithme de comptage des cycles d'étendue de contrainte de type *rainflow* (ou méthode de la goutte d'eau) sur les enregistrements disponibles (Fig. 20), sous réserve qu'ils soient représentatifs d'un endommagement en fatigue (journalier, hebdomadaire, etc.). Une autre approche consiste à modéliser de manière probabiliste les distributions d'étendues de contrainte (**Chapitre 4**).





#### a. Jauges de déformation.

b. Exemple d'historique de variation de contrainte.

#### FIGURE 19

Instrumentation du pont de Cheviré pour du calcul en fatigue.



#### FIGURE 20

Exemple d'histogrammes de rainflow en plusieurs points de mesure (3 semaines).

Bien que les progrès en informatique permettent aujourd'hui de mener des calculs complexes sur de simples ordinateurs personnels, la première approche requiert des temps de calcul qui peuvent parfois être importants. Suivant l'une ou l'autre de ces deux approches, les modèles de calculs d'endommagement par fatigue pourront être différents (loi de Miner, loi de Paris, etc.).

#### 2.2.3. Détermination de tensions dans les câbles

La mesure de tension dans les câbles (suspentes ou haubans) par mise en vibration est aujourd'hui un outil opérationnel à la disposition des laboratoires et bureaux d'études pour le suivi des tensions dans ces câbles. Cette méthodologie fait l'objet de la *Méthode d'essai LPC n°35* du LCPC. Ce document explicite la théorie mathématique ainsi que les limites actuelles de cette technique la réservant aux seuls câbles longs.

Le principe de la méthode consiste à mettre le câble en vibration par une excitation transitoire et à mesurer la réponse libre à l'aide d'un accéléromètre. La relation entre tension et fréquence est une formule complexe qui dépend de la rigidité de flexion du câble, de sa masse linéique, de sa longueur entre ancrages et de ses conditions aux limites. La détermination de la fréquence doit donc se faire avec une très grande précision afin d'éviter d'introduire, dès la source, une erreur de mesure venant décaler le calcul de la tension.

En appliquant un modèle de corde vibrante, les fréquences propres obtenues par l'analyse du spectre de la réponse sont reliées à la tension par l'expression :

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{m}} \quad ; \tag{2.4}$$

où *n* est l'ordre du mode de vibration, *T* la tension du câble, *m* sa masse linéique et *L* la longueur entre extrémités fixes. Pour appliquer ce modèle avec une erreur sur la tension inférieure à 2%, la méthode d'essai recommande de vérifier que l'écart entre les sept premières fréquences propres mesurées reste constant (Fig. 21). Cette condition implique la mesure d'au moins sept fréquences. Dans le cas où l'on souhaite utiliser le modèle de la corde vibrante avec la première fréquence propre seulement, il convient de vérifier que l'éffet de la rigidité peut être négligé :

$$\xi = L \sqrt{\frac{T}{E I}} \ge 200 \quad ; \tag{2.5}$$





L'analyse des fréquences propres verticales peut s'étendre aux modes transversaux et longitudinaux.

L'hypothèse de comportement du câble en corde vibrante est difficile à valider pour des câbles présentant des conditions d'ancrage particulières (effet d'inertie par la présence de culots) ou des câbles courts (effet de rigidité non négligeable). Des extensions du domaine d'application de la méthode vibratoire des câbles ont été proposés par divers auteurs sur la base d'un nombre réduit de fréquences propres [*Siegert & al*, 2005], [*Gautier & al*, 2005]. L'influence de la longueur du câble instrumenté et des conditions aux limites peut aussi être judicieusement évaluée par l'analyse des déformées modales, ce qui implique d'équiper le câble de manière à extraire ces déformées modales, avec une concentration un peu plus forte au droit des ancrages.

## **2.3. Analyse structurale**

#### 2.3.1. Analyse modale expérimentale ou opérationnelle

L'analyse modale expérimentale est constituée d'un ensemble de techniques et de méthodes élaborées pour améliorer la connaissance du modèle dynamique des structures réelles. Un problème important en dynamique des structures réside en effet dans la détermination précise des paramètres qui caractérisent les modes principaux d'une structure. Ces paramètres (fréquences propres, décréments logarithmiques, modes propres) sont alors des inconnues : leur connaissance permet la validation et l'amélioration du modèle de comportement dynamique de la structure et d'analyser une partie de cette dernière qui peut être difficile de modéliser analytiquement. De ce fait, l'identification modale est l'estimation de ces caractéristiques à partir des mesures des signaux d'excitation et de réponse. Une telle détermination rend possible la prédiction du comportement de la structure dans toutes les situations comparables *a priori* à celles des essais. Ceci est particulièrement le cas des structures à comportement linéaire puisqu'il est possible de déduire la totalité des réponses pour tout type d'excitation à partir de la connaissance de la réponse à des excitations particulières synthétisées dans la matrice de transfert du modèle.

La réalisation de mesures et d'essais vibratoires ou d'impact est pratiquée depuis très longtemps, il est vrai d'une manière fort intuitive et très pratique. Les charpentiers de marine, par exemple, ont toujours tenu compte des impacts répétitifs du vent et des vagues dans la conception des vaisseaux en bois. Les essais vibratoires n'ont cependant été formalisés que pendant et après la seconde guerre mondiale. La construction rapide d'avions a été un élément moteur du développement de ces essais dont l'objectif était d'appréhender des phénomènes particuliers comme le flottement des ailes d'avions. Ce phénomène d'instabilité dynamique lié au couplage aéroélastique entre l'écoulement et la structure conduit, à certaines vitesses, à des vibrations excessives pouvant engendrer la destruction de l'appareil. La connaissance des caractéristiques dynamiques de la structure joue un rôle essentiel pour vérifier l'absence d'instabilité sous des conditions prescrites.

Les premières techniques introduites (**Annexe B**) ont été développées dans les années 1950 : ce sont les *méthodes d'appropriation modale* qui consistent à appliquer à la structure un ensemble de forces excitatrices harmoniques, réparties en amplitude et en phase, donnant une réponse de la structure proportionnelle à un mode propre donné du système conservatif associé. Si elles sont très fiables (l'expérimentateur « voit » le mode propre identifié), elles sont d'une mise en œuvre difficile et les moyens d'expérimentation sont inapplicables dans le cas d'investigations dynamiques sur les ponts.

Il est nécessaire à ce stade de préciser trois hypothèses de base, utilisées en pratique dans les études dynamiques de structures de génie civil. Ces hypothèses sont indépendantes de la technique d'identification, et visent à fixer les propriétés physiques des structures ou systèmes qui ont été étudiés. La structure a un comportement linéaire, impliquant l'existence de fonctions de transfert. La seconde hypothèse concerne l'invariance temporelle des paramètres physiques (paramètres modaux). Cette caractéristique mérite quelques commentaires : l'invariance temporelle est en général inadéquate pour certaines applications industrielles ou mécaniques. Les valeurs des paramètres peuvent varier, et dans de tels cas, la procédure d'identification peut être vue comme une procédure de poursuite de ces paramètres. La dernière hypothèse stipule une quantité

suffisante d'informations disponibles durant l'identification. Ceci implique que tous les modes de liberté pertinents peuvent être mesurés. Cette hypothèse est à relier au problème d'observabilité et est conditionnée par les propriétés des signaux d'excitation.

L'analyse modale expérimentale a donc pour but l'identification des paramètres modaux d'une structure à partir d'investigations dynamiques, ce qui implique [*R6 180*] :

- la détermination du nombre de modes présents dans une bande fréquentielle d'analyse,
- pour chaque mode :
  - · l'évaluation de la pulsation propre complexe  $\lambda = \mathbf{a} \omega + i \mathbf{b} \omega$  où  $\omega$  est la pulsation propre du système dissipatif (*cf*. Annexe A),
  - la détermination du vecteur propre complexe associé normalisé  $\{\Psi\}$ ,

• le passage des solutions propres complexes  $(\lambda, \{\Psi\})$  du système dissipatif aux solutions propres  $(\omega, \{\Phi\})$  du système conservatif ; ces dernières solutions pourront alors être comparées aux résultats de calculs aux éléments finis,

· la détermination des coefficients d'amortissement.

Pour réaliser ces objectifs, des investigations dynamiques sont effectuées sur la structure en un certain nombre de points judicieusement choisis pour former des déformées significatives (Fig. 22). Ces investigations sont réalisées en appliquant des excitations (**Chapitre 3**) de nature différente (choc, aléatoire, sinusoïdale). On parle *d'analyse modale opérationnelle* lorsque l'excitation est ambiante (environnement, charges d'exploitation, etc.).



a. Investigations dynamiques sur la passerelle Solférino (excitation exercée par balourd).



b. Investigations dynamiques sur pont rail (excitation exercée par passage de TGV).

#### FIGURE 22

Exemple d'investigations dynamiques en vue d'une caractérisation modale.

Les nombreux efforts de ces dernières années ont donc conduit à construire toute une série de méthodes et de techniques permettant d'identifier les solutions propres complexes (puis réelles) à partir d'essais vibratoires. Ces méthodes se divisent en deux grandes familles, fréquentielles et temporelles suivant le domaine d'analyse.

## 2.3.2. Identification structurale

L'identification structurale a pour objectif de fournir des informations sur le comportement de l'ouvrage (résistance, durée de vie, etc.), c'est-à-dire de quantifier les paramètres d'un modèle analytique à partir de données expérimentales (dans le cadre de ce guide, à partir d'investigations dynamiques). Il s'agit donc de conceptualiser, de modéliser, de concevoir des expériences pour mesurer et quantifier le comportement structural aussi bien que les phénomènes, afin de prendre des décisions. Les étapes d'une approche par identification structurale sont proches de celles du processus scientifique : hypothèses, conception d'expériences, validation.

Le concept d'identification structurale pour une intégration effective de la recherche analytique et expérimentale a été proposé depuis les années 1980. Il s'agit d'un concept de diagnostic qui permet la caractérisation rationnelle et l'évaluation des installations civiles dans leur environnement. Parmi les utilisations potentielles de l'identification structurale pour la gestion des ponts, on trouve l'évaluation de l'état et de la performance. L'identification structurale requiert des outils analytiques, expérimentaux et informationnels. Ces outils sont implémentés pour acquérir des données qui sont alors intégrés pour supporter des analyses réalistes. L'information qualitative et quantitative provenant d'essais expérimentaux forme la base d'un modèle analytique raffiné et ajusté aux données. À la différence de l'aéronautique où cette démarche est largement utilisée, son application au génie civil reste encore marginale et se limite essentiellement à des actions de recherche. Les résultats qui y sont présentés sont très prometteurs, mais ces travaux échouent sur l'objectif essentiel qui doit prévaloir dans le processus d'identification structurale : quels efforts, numériques et expérimentaux, entreprendre pour obtenir des résultats utiles pour l'ingénieur ou le maître d'ouvrage ?

L'ajustement de modèles sur des données expérimentales et la production de résultats utiles pour l'ingénieur et le gestionnaire sont hautement dépendants du type et du niveau de l'évaluation recherché. L'une des lacunes de l'identification structurale aujourd'hui est sans nul doute cette absence d'intégration entre démarche analytique et études expérimentales, couplées par les difficultés de l'instrumentation de structures en service et réelles.

Le processus de modélisation et d'analyse d'une structure ancienne à partir d'investigations dynamiques (ceci ne se limite pas aux seuls essais dynamiques et peut se généraliser à d'autres types d'investigations, notamment statiques) constitue un problème inverse très différent de celui mis en œuvre dans la conception d'un ouvrage neuf. Même si les principes de la mécanique sont satisfaits, ce problème inverse conduit quelquefois à des solutions inconsistantes, violant certains principes physiques. Pour qu'une solution (l'unicité n'est jamais acquise) ait un sens physique, il est nécessaire d'ajouter des contraintes au problème inverse : cette démarche s'appelle *complétude*. Rendre un problème complet requiert une formulation soignée des paramètres et des contraintes, ce qui oblige à analyser les spécificités de l'ouvrage.

La figure 23 donne l'exemple d'un recalage de modèle initial aux éléments finis prenant mal en compte les conditions aux limites de la structure d'une part, et le module de déformation global d'autre part.



a. Structure initiale.

b. Comparaison entre modèle initial et essais dynamiques.

c. Recalage du modèle.

### 2.3.3. Vérification de l'aptitude au service

La vérification de l'aptitude au service ne consiste pas seulement à s'assurer que les caractéristiques modales sont suffisamment voisines de celles retenues dans la conception de l'ouvrage. Les investigations et les évaluations dynamiques apportent en effet des informations particulièrement importantes sur le fonctionnement global d'un ouvrage et permettent de vérifier si ce dernier se comporte correctement sur le plan structural pendant sa durée de service. Elles servent donc à vérifier que les spécifications nominales de fonctionnement sont satisfaites et à détecter les défauts latents ou ponctuels (Section 2.4.3).

Cette vérification peut donc porter sur plusieurs aspects très différents. Le premier vise notamment à apprécier si le fonctionnement global de l'ouvrage est conforme à ce qu'il doit être. Cela concerne notamment le fonctionnement de certaines parties d'ouvrage, comme les joints, rotules ou les appuis (Fig. 24).



FIGURE 24 Vérification du comportement local des rotules du pont de Merle.

La vérification de l'aptitude au service peut également porter sur l'estimation des déplacements, des vitesses ou des accélérations maximales (Fig. 25). Cette vérification est fortement liée à l'appréciation du confort, du risque de rupture d'éléments (amortisseurs de hauban par exemple), ou de chocs (amplitudes excessives d'amortisseurs dynamiques accordés).





## 2.4. Surveillance du comportement

### 2.4.1. Détermination de l'influence des paramètres environnementaux

De nombreuses variations dans l'environnement de l'ouvrage peuvent affecter l'identification des paramètres modaux. Il n'est donc pas possible de faire l'impasse sur ce problème qui conditionnera l'utilisation des résultats des investigations dynamiques.

Parmi les nombreuses variations environnementales (humidité...), les fluctuations thermiques semblent sans nul doute les plus significatives. Les rares études ont montré [*Cremona, 2004*] que des variations sur les fréquences de l'ordre de 4 à 5% pour un changement de température de 15°C étaient envisageables. Une correction dans l'estimation des fréquences mesurées est donc nécessaire. De nombreux chercheurs ont suggéré, à la suite de l'étude de plusieurs ouvrages sur des périodes de plus de six mois, une relation linéaire entre la température ambiante et les fréquences propres des ouvrages.

De façon générale, l'établissement d'une loi de correction ne peut se faire qu'au travers d'un suivi simultané de la température et des fréquences propres. Il est cependant utile de comprendre *a priori* pour quelles raisons les paramètres modaux sont sensibles à la température. Le type de construction et les matériaux utilisés ont un effet sur la façon dont la structure vibre. Chaque matériau a ainsi un coefficient thermique d'expansion, et sera donc affecté différemment selon les variations de la température extérieure. En particulier, certaines parties de la structure ou certains équipements sont très sensibles à ces changements : appuis néoprènes, joints de dilatation, mais également surface de roulement suivant son épaisseur et son type.

Les études expérimentales effectuées par l'EMPA et l'Université Catholique de Louvain [*Peeters & al, 2001*] sur le pont Z24 (ouvrage de 53,3 m en béton précontraint de l'autoroute A1 Berne-Zurich liant Koppigen et Utzenstorf) ont apporté quelques renseignements intéressants et complémentaires sur la sensibilité des paramètres modaux aux variations climatiques. En particulier, il a été noté une variation de près de 10% sur les deux premières fréquences pour une variation thermique allant de -5 °C à 35 °C. On constatera cependant que pour des essais réalisés entre 15 °C et 30 °C, cette variation n'est que de 2,5 % (Fig. 26).



Évolution de la première fréquence propre du pont Z24 avec la température.

Une étude récente, menée par le LCPC [OA57] sur une poutre déposée du VIPP de Merlebach (Viaducs à travées Indépendantes à Poutres préfabriquées en béton Précontraint par post-tension), a montré que cette variation pouvait atteindre 5%. La figure 27 met en évidence la variation des

deux premières fréquences  $r_f = f/f_{0^{\circ}C}$  de la poutre par rapport à la température. On constate que les fréquences identifiées tendent à décroître avec la température. Il semble notamment que la température a un effet plus marqué sur le premier mode que sur le second. La correction thermique de la première fréquence correspond à un ordre de grandeur identique à celui induit par une perte complète de précontrainte dans cette poutre. En conséquence, sans apprentissage de l'influence thermique, une perte de précontrainte peut être détectée à tort ou non détectée.

L'influence de la température sur les déformées modales doit être également appréciée. La littérature montre que cette influence est moins sensible que pour les fréquences (en raison notamment du caractère normalisé des déformées modales), sauf lorsque des changements de conditions aux limites (comme par exemple le blocage des appuis) peuvent intervenir. La figure 28 donne le diagramme d'erreur (valeur moyenne  $\pm$  1 écart type) des mesures réalisées en comparaison aux déformées modales pour la température de référence de 0 °C : le coefficient de variation varie pour le premier mode de 0,5 % à 4 %, et pour le second mode de 7 % à 12 %.







#### FIGURE 27

Évolution des deux premières fréquences de la poutre déposée du VIPP de Merlebach en fonction de la température.

FIGURE 28

Influence de la température sur les déformées modales de la poutre déposée du VIPP de Merlebach.

### 2.4.2. Vérification de l'efficacité de mesures de renforcement

Similairement aux investigations dynamiques en phase de construction et de réception, la réalisation d'essais vibratoires permet de qualifier l'effet d'actions de renforcement sur un ouvrage. Pour cela, la réponse de l'ouvrage doit être enregistrée avant et après renforcement. Si ce dernier s'effectue sur une durée relativement longue (par exemple, renforcement par précontrainte extérieure), il est nécessaire de corréler les mesures avec les variations environnementales les plus significatives (la température notamment), ce qui implique d'instrumenter l'ouvrage sur la durée (plusieurs mois) pour corriger les caractéristiques modales identifiées de ces influences, ou à défaut de réaliser les investigations dans un état thermique similaire.

Si l'on se limite aux seules caractéristiques modales (amortissement, fréquence, déformée propre) pour apprécier le changement de comportement, il convient de s'assurer que le renforcement a une réelle influence sur ces paramètres. Dans le cas contraire, il est recommandé d'utiliser d'autres indicateurs (Section 2.4.4) plus précis. La figure 29 illustre un exemple d'application de renforcement d'ouvrage (sur la journée) par resserrage des bielles d'appuis et les modifications apportées sur les caractéristiques modales identifiées.





a. Bielles d'appui du pont-rail PK 075 + 317.

b. Resserrage des bielles d'appuis par clé dynamométrique.

	Fréquences propres (Hz)			Coefficient d'amortissement (%)			1	
	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4
Ouvrage intègre	5,86	8,73	13,10	16,93	0,03	0,01	0,01	0,01
Après resserrage	6,50	8,48	13,64	17,39	0,04	0,05	0,05	0,01
Changement (%)	10,92	- 2,86	4,12	2,72	33,33	400	400	0

c. Changement des fréquences et des coefficients d'amortissement induit par le resserrage.



d. Modification des déformées (en représentation développée suivant les trois lignes de mesures).

#### FIGURE 29

Influence d'un renforcement sur les caractéristiques modales du pont-rail PK 075 + 317.

#### 2.4.3. Identification de comportements vibratoires anormaux

L'identification de comportements vibratoires anormaux a été l'une des principales raisons du développement de la surveillance vibratoire dans les systèmes mécaniques. Dans le cas des ponts, la détection de comportements anormaux est fortement liée à l'appréciation de l'aptitude au service des ouvrages (Section 2.3.3), et peut donc être vue comme le non respect des caractéristiques nominales de fonctionnement. Une acquisition simultanée des conditions environnementales (température, vent, etc.) est essentielle pour correctement appréhender ces comportements vibratoires anormaux (c'est notamment le cas des vibrations excessives de haubans de pont).

## 2.4.4. Vérification de l'intégrité structurale pendant et après un phénomène exceptionnel

Il est généralement admis d'installer des sismographes d'enregistrement de fortes secousses sismiques à proximité d'ouvrages et des capteurs sur les éléments critiques. Cette surveillance dynamique a pour objectif non seulement d'acquérir des informations sur le comportement de l'ouvrage au cours d'un séisme, mais aussi de permettre sa requalification après événement (*retrofitting*). Ce type de vérification s'applique également au cas d'autres événements exceptionnels ou accidentels, comme les chocs d'obstacles, les explosions ou les événements climatiques extrêmes. Les mesures vibratoires réalisées dans ces conditions ne constituent pas des investigations dynamiques au sens où ce guide les définit, mais des événements dynamiques spécifiques. Il est donc en général très difficile d'accéder à ce type d'information en raison du caractère exceptionnel de l'excitation (**Chapitre 3**) qui admet généralement une période de retour de plusieurs centaines d'années.

### 2.4.5. Diagnostic d'endommagement

L'idée de base dans toutes les techniques de détection d'endommagement par essais vibratoires réside dans l'idée que les paramètres modaux (fréquences, coefficients d'amortissement, déformées propres) mesurés sont fonction des propriétés physiques de la structure (rigidité, masse, amortissement). De ce fait, les modifications pouvant intervenir sur les propriétés physiques ou mécaniques doivent être détectables au travers de changements des paramètres modaux, identifiés par *analyse modale expérimentale* ou *opérationnelle*.

En général, les effets d'un endommagement dans une structure peuvent être classés comme linéaire ou non linéaire. Une situation d'endommagement sera dite linéaire, si la structure initialement élastique linéaire reste élastique linéaire après l'endommagement. Les changements des propriétés modales sont causés par le changement des géométries et/ou des propriétés matérielles de la structure, mais la réponse de la structure peut être toujours modélisée en utilisant les équations linéaires du mouvement. L'endommagement sera non linéaire, si la structure initialement élastique linéaire se comporte de façon non linéaire après que l'endommagement se soit produit. Un exemple d'endommagement non linéaire est la formation d'une fissure de fatigue qui s'ouvre et se ferme sous l'environnement normal de vibration.

Dans le cadre de ces recommandations, seuls des endommagements linéaires sont considérés. Ces derniers représentent la majorité des désordres précoces des ouvrages. La non linéarité intervient dans la plupart du temps pour des degrés d'endommagement sévères. Les cas pratiques qui pourront être traités par les méthodes indiquées en Annexe C, se placeront dans le cadre de cette hypothèse, étant conscients cependant que certains degrés d'endommagement dépassent sa limite de validité.

Les méthodes linéaires peuvent être classifiées en *méthodes basées sur modèle* (MBM) et les *méthodes non basées sur modèle* (MNBM). Les MBM supposent que la réponse de la structure évaluée sera dans une certaine manière comparée à un modèle numérique. Les méthodes qui ne nécessitent pas de modèle prédéfini sont souvent basées sur le changement des paramètres modaux (déformées propres, fréquences et coefficients d'amortissement) et leurs dérivés ou bien sur le changement de matrices particulières comme celles de flexibilité et de rigidité.

Les développements modernes sur l'identification d'endommagement par des essais vibratoires proviennent des études effectuées sur plateformes off-shore par l'industrie pétrolière dans les

années 1970 et au début des années 1980. Le manque de connaissance du lieu d'endommagement et l'inaccessibilité de certaines parties de structures rendaient la situation un peu différente par rapport à d'autres ouvrages. Il a ainsi été constaté que les conditions d'environnement comme le changement du niveau d'eau qui ajoute une masse significative à la structure, le bruit d'équipement et la variation de la masse qui se produit par le changement du niveau de fluide dans le réservoir, pouvaient influencer les résultats. L'industrie aérospatiale a également commencé à étudier l'utilisation des techniques d'évaluation d'endommagement basées sur des mesures vibratoires dans les mêmes années que l'industrie pétrolière. Dès le début des années 1980, la communauté du génie civil a rapidement suivi les études menées sur les techniques d'évaluation d'endommagement et a commencé à les appliquer aux cheminées puis aux ponts notamment.

L'un des avantages des méthodes vibratoires qui ne sont pas basées sur des modèles numériques (MNBM) est qu'elles ne nécessitent pas la connaissance *a priori* du lieu d'endommagement, le nombre de capteurs de mesures pouvant être réduit et ne se situant pas nécessairement à proximité de l'endommagement. Cet avantage provient du fait que la mesure des caractéristiques dynamiques (les déformées propres, les fréquences et les coefficients d'amortissement) est indépendante de la localisation des capteurs de mesure sur l'ouvrage.

Rytter [*Rytter, 1993*] propose de classer les méthodes de détection d'endommagement en quatre niveaux :

- détermination de l'existence d'un endommagement dans la structure (niveau 1),
- localisation d'un endommagement (niveau 2),
- quantification de la sévérité d'un endommagement (niveau 3),
- prédiction de la durée de vie résiduelle (niveau 4).

Les méthodes MNBM se classent en général aux niveaux 1 et 2. Lorsque les méthodes sont couplées avec un modèle numérique (méthodes NBM), les niveaux 3 et 4 peuvent être obtenus; c'est le cadre de l'*identification structurale* (Section 2.3.2).

De nombreux auteurs ont étudié le *changement de fréquence* comme indicateur d'endommagement. Les changements des propriétés structurales causent des modifications sur les fréquences propres de la structure; les fréquences décroissent en fonction d'un endommagement croissant (perte de rigidité). Une analyse périodique des fréquences et de la détection de décalages fréquentiels peut mettre en évidence cette perte de rigidité liée à la présence d'endommagement. Cependant, l'analyse des décalages fréquentiels est souvent d'une utilité pratique très limitée [*Cremona, 2004*] en raison de la faible sensibilité des fréquences aux faibles endommagements et à leur sensibilité aux effets thermiques.

Les déformées propres d'une structure sont souvent utilisées pour l'évaluation des endommagements, au travers de coefficients de corrélation entre modes comme le coefficient MAC (Modal Assurance Criterion - MAC) ou le coefficient de corrélation des points de mesure (Coordinate Modal Assurance Criterion - COMAC). Ces coefficients expriment la corrélation existant entre deux déformées propres mesurées (Chapitre 4). L'utilisation des déformées propres, et des coefficients MAC et COMAC, reste assez mitigée pour la détection d'endommagement. Les études menées ont mis en évidence une sensibilité plus importante des modes propres en présence d'un endommagement [OA47]. Cependant, un aspect pratique ne doit pas également être perdu de vue : il est plus difficile d'identifier des déformées propres que des fréquences. Là où quelques capteurs suffisent, il est nécessaire d'utiliser plusieurs capteurs pour assurer un maillage fin de la structure afin d'identifier les déformées propres. De plus, les phénomènes locaux sont capturés par les fréquences élevées tandis que les basses fréquences tendent à caractériser le comportement global de l'ouvrage et seront donc moins sensibles à des modifications locales du comportement de la structure. D'un point de vue expérimental, il sera donc plus difficile d'exciter de hautes fréquences à causes des niveaux d'énergie à mettre en œuvre, ce qui implique la plupart du temps d'avoir recours à de l'analyse modale opérationnelle. Les déformées propres sont enfin moins sensibles aux effets thermiques que les fréquences, sauf si les effets dus à la température se traduisent par une modification des conditions aux limites.

Les coefficients d'amortissement constituent des indicateurs peu fiables pour la détection d'endommagement ou de modifications structurales; l'une des raisons réside dans l'hypothèse d'amortissement visqueux équivalent, souvent utilisée, rarement vérifiée. Cependant, la présence

d'endommagement peut induire des augmentations des coefficients d'amortissement en raison de frottements accrus au droit des zones dégradées.

Les études sur l'utilisation directe des paramètres modaux ont mis en évidence la faible sensibilité des fréquences et une certaine potentialité des déformées propres à détecter et/ou localiser des endommagements. Pour accentuer la sensibilité des déformées propres à servir d'indicateurs d'endommagement, divers indicateurs du 2<sup>nd</sup> ordre ont été proposés. Une autre façon d'utiliser les déformées propres pour obtenir des informations sur la source des changements vibratoires est d'étudier leurs dérivées. Il y a en effet une relation directe entre la courbure des déformées propres et les déformations de flexion. La diminution d'énergie de déformation modale entre deux degrés de liberté structuraux s'obtient notamment par l'analyse de la courbure des déformées propres mesurées. Une autre classe de méthodes de détection d'endommagement pour estimer les changements du comportement de la structure utilise la matrice de flexibilité (inverse de la rigidité). La méthode n'exige pas un modèle analytique de la structure et seules quelques fréquences propres et modes propres, avant et après endommagement, sont nécessaires. En combinant certains aspects des méthodes de courbure des déformées propres et de flexibilité, une autre méthode de détection d'endommagement peut être construite ; l'idée générale est que la perte de la rigidité localisée cause l'augmentation de courbure de flexibilité au même point. Le changement de la courbure s'obtient alors par la flexibilité, au lieu des déformées propres. Enfin, l'un des indicateurs les plus prometteurs et sensibles est le changement de l'énergie de déformation. L'un des avantages de cette méthode est que seul un petit nombre de modes de vibration peut être utilisé pour obtenir de bons résultats. Cette méthode est développée pour de faibles endommagements car elle repose sur une linéarisation des énergies de déformation après endommagement.

Les méthodes précédentes s'intéressent aux lieux où des changements dans leurs valeurs sont maximaux. Lorsqu'un seul endommagement est présent, il s'agit donc de déterminer le lieu où ces indicateurs atteignent leur maximum. Lorsque plusieurs endommagements sont présents, il faut rechercher tous les maxima locaux qui vont identifier les lieux d'endommagement. Parallèlement, ces indicateurs sont des fonctions croissantes de l'endommagement. La quantification absolue de l'endommagement à partir de leurs résultats ne paraît pas appréciable en l'état à partir des études menées. La comparaison relative entre deux situations données d'un même ouvrage permet cependant d'évaluer l'évolution de l'endommagement au cours du temps. Le Tableau I synthétise les avantages et les inconvénients de chacune des méthodes précédentes. La figure 30 donne un exemple d'illustration de ces diverses techniques sur l'ouvrage de la figure 29, et montre, dans le cas présent, que les techniques peuvent fournir des résultats différents, la méthode de flexibilité étant souvent beaucoup moins sensible aux conditions aux frontières. Il convient cependant d'être vigilant sur les résultats obtenus par ces différentes techniques, résultats qui combinent plusieurs modes (dans le cas présent, 4 modes). Une analyse mode par mode permet de mettre en évidence des comportements particuliers qui peuvent être filtrés dans une combinaison globale. Enfin, une modification structurale localisée peut modifier les modes propres de telle manière que d'autres détections éloignées de la zone modifiée peuvent apparaître. C'est notamment le cas de la figure 30 où, en partie courante de l'ouvrage, des modifications apparaissent. Elles sont d'ailleurs identifiables sur les déformées modales et par le coefficient COMAC (Fig. 31).

Méthode	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4
Fréquences	D/+	D/+	D/++	D/+++
MAC		D/+	D/+	D/+
COMAC	L-/+	L-/+	L-/+	L-/+
Flexibilité	L-/+	L-/+	L-/++	L-/++
Courbure de déformées propres			L-/+	L-/+
Courbure de flexibilité	L/+	L/++	L/+++	L/+++
Énergie de déformation	L/+++	L/+++	L/+++	L/+++

TABLEAU I - Synthèse de la performance des méthodes de détection

D : Détecté L : Localisé L- : Localisé avec d'autres localisations

+: Peu sensible ++: Sensible +++: Très sensible



a - Changement d'énergie de déformation



Mode : 1-4

b - Courbure de déformées propres



#### FIGURE 30

Exemples de méthodes de détection d'endommagement appliqué au pont rail PK 075 + 317.



Visualisation du coefficient COMAC.
# **3.** Principes de réalisation des essais vibratoires

# **3.1. Choix d'une source d'excitation**

Les sources d'excitation dynamiques peuvent être classées de plusieurs manières. La typologie classique consiste à séparer les excitations dites de choc ou d'impact des excitations dites vibratoires. Les excitations vibratoires impliquent l'application répétitive d'efforts sur un nombre assez important de périodes naturelles de la structure. Les chocs ou impacts sont par contre caractérisés par des événements transitoires de courte période (de la milliseconde à la minute). À cette différence de durée d'application de l'effort, s'ajoute également une différence sur l'amplitude. Une excitation vibratoire est en général d'un niveau d'amplitude plus faible mais se produisant plusieurs fois, alors qu'un choc ou un impact induit des accélérations parfois élevées sur une courte durée, qui, si elles se produisaient en plus grand nombre, conduiraient très certainement à la ruine de l'ouvrage. On dénomme souvent les excitations dynamiques par chocs ou impacts, excitations impulsionnelles ou transitoires. Les excitations vibratoires sont appelées excitations forcées. La catégorie des excitations forcées englobe des excitations très différentes :

Excitation périodique : dans ce cas, une force harmonique est appliquée au moyen d'un actionneur.
 Ce dernier peut être hydrodynamique, électro-mécanique, mécanique – comme un excitateur à masse excentrée – ou simplement un pendule inversé attaché au tablier de l'ouvrage ;

 Excitation à large bande : des actionneurs hydrauliques ou électro-mécaniques sont utilisés afin d'exciter la structure sur une bande de fréquences assez large. Les signaux d'excitation peuvent être des bruits blancs ou des signaux multi-harmoniques. De même que pour l'excitation périodique, ce type d'excitation est défini par l'expérimentateur et est donc contrôlable ;

 Excitation ambiante : dans ce dernier cas, l'excitation assurant la mise en vibration de l'ouvrage provient du trafic ou du vent. Cette excitation ne peut ni être contrôlée ni être mesurée avec confiance.
 Elle reste donc le plus souvent indéterminée ou connue au travers de quelques statistiques.

Ces sous-catégories se distinguent par la nature contrôlable ou non par l'expérimentateur de l'excitation.

Le recours à une source d'excitation ou à une autre n'est pas neutre et chacune présentant des avantages et des inconvénients peut ne pas être adaptée à un ouvrage donné. Ainsi, l'utilisation d'une excitation contrôlée permet de reconstituer les fonctions de transfert du système, mais oblige la plupart du temps à fermer l'ouvrage à la circulation si l'on ne veut pas perturber les mesures par la présence d'une excitation (le trafic) intempestive. Cela nécessite également de choisir une période où le vent est faible. Inversement, réaliser des essais sous sollicitation ambiante permet de se passer d'excitateur et de bénéficier d'une énergie plus importante. Des éléments structuraux (comme des pylônes) peuvent être excités plus aisément qu'avec une technique à excitation contrôlée. Il faut également être attentif à ce que la source d'excitation ne modifie par le comportement structural de l'ouvrage. Ainsi, un excitateur trop lourd pour une passerelle piétonne conduira à identifier des caractéristiques modales erronées (influence de la masse). De même, l'interaction fluide-structure pour des ouvrages élancés conduira à identifier des amortissements perturbés par l'amortissement aérodynamique.

La sélection d'une excitation pour des essais vibratoires est donc un problème essentiel suivant l'analyse que l'on poursuit. Dans le cas où seuls des niveaux de vibration sont recherchés, la mesure sous excitation ambiante restera la plus pertinente car représentative des conditions de service de l'ouvrage !

# 3.1.1. Essais sous conditions contrôlées

L'excitation contrôlée implique l'application d'une excitation de niveau connu à des fréquences connues. Les essais avec vibrations contrôlées présentent l'avantage de supprimer les effets de bruit dans la réponse mesurée. L'excitation est réalisée au moyen de dispositifs de vibration qui transmettent une force dynamique à la structure. Les essais sous sollicitations contrôlées partent du fait que si les actions sont connues et la réponse mesurée, il est alors possible de remonter aux caractéristiques dynamiques et à la fonction de transfert de l'ouvrage. Lors d'essais sur ouvrages réels, les dispositifs de vibration sont généralement montés sur la structure (Fig. 32a).



a. Excitateur à masse excentrée.



### FIGURE 32

Exemple d'excitateur à masse excentrée et balayage en fréquence.

Un premier type de dispositif attaché est l'excitateur à masse excentrée (ou communément appelé balourd) qui met en œuvre une masse tournante excentrée. Ce système a été largement utilisé lors d'essais sur ouvrages. La masse excentrée génère une force dynamique au travers d'un axe tournant sur lequel est montée une masse dont le centre de gravité est à une distance de l'axe. Le déplacement générant l'effort peut être circulaire ou rectiligne. L'amplitude est constante suivant la masse et la vitesse de rotation. Le dispositif peut être opéré pour diverses fréquences en changeant la vitesse de rotation de l'axe. Ce type d'essai dynamique s'appelle essai à sinus fixe. Dans un premier temps, il est nécessaire d'effectuer un sinus bas niveau de manière à repérer grossièrement la position des modes, puis chaque mode est excité l'un après l'autre (Fig.32b). Le contrôle des vitesses de balayage est essentiel pour obtenir des résultats satisfaisants. Il convient également de s'assurer qu'exciter près d'une résonance ne risque pas d'endommager la structure. Le système le plus simple utilise une seule masse ; d'autres systèmes en utilisent plusieurs. Ils ont

l'avantage de générer des sollicitations suivant plusieurs directions. Ces excitateurs génèrent des efforts sinusoïdaux proportionnels au carré de la vitesse de rotation, ce qui permet de traiter des excitations au-dessus du Hertz, mais plus difficilement au-dessous du Hertz.

Les actionneurs électrodynamiques et hydrauliques génèrent des efforts plus importants que les balourds. La force est créée par réaction au travers du déplacement d'un vérin à haute pression. La pression est fournie par un système hydraulique. En service, le système consiste en un actionneur hydraulique servocontrôlé qui déplace une masse. Le poids de la masse peut être modifié afin d'obtenir des amplitudes d'effort différentes. L'actionneur procure des vibrations de niveaux élevés à différentes fréquences (flexion, torsion). Une action statique initiale peut également être appliquée et des signaux complexes peuvent être générés. Cependant, les niveaux diminuent avec la fréquence d'excitation. Ces excitateurs restent cependant moins courants que les balourds et sont relativement onéreux de conception (Fig. 33).

Certains de ces dispositifs permettent de générer des excitations aléatoires dans une bande de fréquences allant de quelques Hertz à plusieurs dizaines de Hertz. C'est notamment le cas des excitateurs hydrodynamiques utilisés par l'EMPA.



a. Excitateur électrodynamique.



b. Excitateur hydraulique.

### FIGURE 33

Exemple d'excitateurs électrodynamiques et hydrauliques.

Le moyen le plus simple d'exciter une structure est d'appliquer un choc par un marteau instrumenté ou non (Fig. 34a) ou par une masse suspendue que l'on laisse tomber. Un choc est un phénomène transitoire, c'est-à-dire qu'il se distingue d'une excitation harmonique (phénomène périodique qualifiée par une amplitude et une fréquence) et d'une excitation aléatoire (qualifiée par ces caractéristiques statistiques). Dans le lâcher d'une masse, l'excitation impulsionnelle délivrée peut être modifiée en changeant la masse. La plage de fréquence peut également être modifiée en changeant la tête du marteau par exemple. La fonction impulsionnelle consiste en un spectre large sur une courte période. La largeur de cette fonction détermine le spectre tandis que la hauteur et la forme contrôlent l'énergie. Les bruits de mesure peuvent être parfois très importants car la période et très courte par rapport à la durée d'enregistrement. Ces systèmes sont rarement utilisés sur les ouvrages car les masses doivent être parfois importantes et des endommagements locaux peuvent survenir. Un autre mécanisme d'excitation consiste à relâcher la structure d'une position déformée (Fig. 34b). Cette position est obtenue par des câbles relâchés par goupille explosive ou par un système hydraulique. La réponse est fortement conditionnée par les déformées statiques. C'est l'une des méthodes les plus simples pour mesurer les fréquences propres et les décréments logarithmiques.



a. Impact.



b. Câble tendu et découpé.

FIGURE 34

Exemples d'essais dynamiques avec réponse transitoire.

# 3.1.2. Essais sous vibrations ambiantes

Le recours à des essais sous excitation ambiante est aujourd'hui de plus en plus populaire parce qu'ils permettent de mesurer la réponse d'une structure en service. L'augmentation des capacités des systèmes d'acquisition et de stockage de données ont également largement favorisé le développement de ces essais.

L'excitation peut être causée par le vent, le trafic de piétons ou de véhicules ou par toute autre charge d'exploitation. Puisque l'excitation est inconnue, certaines hypothèses doivent être émises sur sa nature. L'hypothèse de base reste que les sollicitations sont des processus stochastiques stationnaires avec une densité spectrale de puissance suffisamment riche (c'est-à-dire avec une bande de fréquence suffisamment large) pour que toutes les fréquences propres pertinentes de la structure soient excitées. Si cette hypothèse est valide, seule la réponse de la structure est utile pour estimer les paramètres dynamiques. Une connaissance incomplète de l'excitation entraîne également l'impossibilité de déduire les matrices généralisées de masse et de rigidité.

Bien que l'estimation des fréquences et des déformées propres puisse être obtenue avec une bonne précision, l'estimation des coefficients d'amortissement est par contre entachée d'erreurs. Ces dernières proviennent de plusieurs sources. La première est l'invalidation de l'hypothèse de stationnarité. Vient ensuite un mauvais choix dans les procédures de traitement du signal ou d'analyse modale. Enfin, certains modes peuvent être assez mal excités. La fonction de transfert peut également être modifiée par l'amplitude de l'excitation. Cela peut donc conduire à des variations dans l'estimation des coefficients d'amortissement puisque l'amortissement structural dépend de l'amplitude des vibrations. Mais, inversement, de faibles niveaux d'excitation. La raison principale réside dans le degré de non linéarité exhibé par des structures réelles. L'absence de contrôle de l'excitation rend donc plus délicat l'exploitation des mesures de vibration. Mais il est vrai que des essais sous excitation ambiante sont faciles de réalisation puisque la structure est en service, qu'on élimine tout dispositif contraignant et que l'on favorise la corrélation entre réponse de l'ouvrage et conditions normales d'utilisation.

Il faut à ce stade distinguer deux types d'excitations ambiantes : les excitations de service et les excitations accidentelles. Les *excitations de service* sont les excitations que l'ouvrage subit en conditions normales d'exploitation (vent, trafic, etc.) ; elles ont des périodes de retour très faibles et correspondent à des sollicitations fréquentes. Les *excitations accidentelles* sont des sollicitations exceptionnelles admettant des périodes de retour très grandes ; elles sont souvent associées à des

sollicitations extrêmes (séismes de grande amplitude, tornades, ouragans, explosions, etc.). Les excitations accidentelles ne peuvent donc pas être considérées comme des excitations couvertes par les investigations dynamiques en raison de leur caractère non prédictif.

Le vent turbulent est une source d'excitation basse fréquence (0-1 Hz). L'excitation est alors approchée par une description statistique (spectre). Une cause d'erreur qui n'en est pas nécessairement une et que l'on oublie fréquemment, réside dans le fait que certaines sources d'excitation extérieure introduisent des phénomènes de couplage entre elles et la structure. Ainsi, le vent exerce des sollicitations aéroélastiques couplées avec le déplacement du pont. Pour des ouvrages très sensibles aux effets du vent, le système dynamique identifié n'est plus le système structural mais un système couplé fluide-structure. En effet, l'interaction fluide-structure se traduit par l'introduction de termes de raideur et d'amortissement ajoutés (appelés raideur et amortissement aérodynamiques). Les coefficients d'amortissement estimés à partir d'essais dynamiques *in situ* peuvent différer fortement des paramètres structuraux. Dans le cas de phénomènes particuliers (échappements tourbillonnaires notamment), certains éléments de structure (haubans) peuvent être amenés à vibrer à des fréquences très élevées (10 et 50 Hz).

Le trafic routier excite en général des modes supérieurs à 2 Hz (pouvant même aller jusqu'à 30 Hz). Le spectre est cependant en général concentré autour d'une plage de fréquences (2-6 Hz). Le trafic routier induit également des phénomènes de couplage puisque chaque véhicule peut être considéré comme des systèmes secondaires (masse, ressort, amortisseur). Des remarques similaires peuvent être faites pour le trafic ferroviaire.

Excepté le passage au pas de troupes, qui traditionnellement interrompent leurs pas cadencés lors de la traversée d'un pont, les ponts conçus pour supporter des charges de trafic sont peu susceptibles de vibrer sous l'action des piétons. L'action des piétons comme source d'excitation concerne donc essentiellement les passerelles (**Chapitre 2**), verticalement (avec une fréquence d'excitation autour de 2 Hz) ou latéralement (fréquence d'excitation proche de 1 Hz).

Le bruit micro-sismique constitue des actions sismiques de très faibles amplitudes toujours présentes à la surface terrestre. Elles peuvent être modélisées comme une séquence de transitoires de courtes durées. Cette source d'excitation est d'usage restreint car les micro-séismes sont souvent d'amplitudes très faibles, donc détectables par des capteurs très sensibles et pouvant être masqués par du bruit ambiant. L'excitation sismique est quant à elle une action transitoire d'une durée très courte (10 s). L'action est induite par le mouvement du sol ; sa connaissance (mesure) peut être réalisée en plaçant des accéléromètres ou des vélocimètres à même le sol (de préférence en champ libre pour éviter des interactions sol-structure). L'application de cette source d'excitation est très limitée puisqu'un tremblement de terre est un événement rare. Les mesures dynamiques nécessitent donc une surveillance continue.

Le tableau II résume les avantages et les inconvénients de chaque type d'excitation suivant divers critères.

Critère	Excitateur	Transitoire	Ambiant	
Fréquences	+	+	+	
Déformées propres	+	+	+	
Amortissements	-	+	+/-	
Niveau vibratoire durant les essais	-	-	+	
Coût d'investigation	-	+/-	+	
Excitation basse fréquence	-	+	+	
Excitation haute fréquence	+	+	+/-	
Surveillance continue	-	-	+	
Surveillance périodique	+	+	+	
Contrôle de l'amplitude de vibration	+	+	-	
+ : pertinent - : non pertinent +/- : dépendant du cas considéré				

TABLEAU II - Avantages et inconvénients du type d'excitation

# 3.2. Choix des données à acquérir

# 3.2.1. Choix de la grandeur à mesurer

Les systèmes modernes d'acquisition en dynamique des structures n'ont réellement débuté qu'avec l'apparition des accéléromètres dans les années 1950. Ces derniers sont aujourd'hui les plus couramment employés dans les mesures de vibration bien que d'autres dispositifs puissent être utilisés (géophones pour les vitesses, voire jauges de déformation pour les contraintes et même GPS récemment). La sélection du paramètre à mesurer (déplacement, vitesse, accélération, déformation) peut reposer sur la *règle de platitude* qui consiste à retenir le paramètre pour lequel le spectre est le plus uniforme possible [*Harris & Piersol, 2002*]. En effet, toute augmentation de la réponse sur une fréquence influencera de la même façon les niveaux de vibration et les contraintes sur l'amplitude de mesure des capteurs seront limitées. À titre d'exemples, le tableau III propose quelques principes généraux de sélection.

TABLEAU III - Quelques principes pour le choix de la grandeur à mesurer

Accélération				
Analyse de forces (si accélérations proportionnelles) Dimension réduite du capteur				
Vitesse				
Analyse de vibrations en corrélation avec un bruit acoustique (pression proportionnelle à la vitesse de vibration de surface) Analyse de vibrations où le spectre est plus uniforme que pour le déplacement ou l'accélération (balourds)				
Déplacement				
Amplitude importante du déplacement Déplacement donnant une indication sur les niveaux de contraintes Analyse de mouvements relatifs				
Déformation				
Variation significative des contraintes				

# 3.2.2. Choix métrologique

L'étape métrologique [*Harris & Piersol, 2002*] consiste en général à définir l'objectif des essais et les grandeurs physiques recherchées (déplacement, accélération, contrainte, etc.), mais aussi de préciser les facteurs *non liés à l'équipement* qui influenceront le choix de l'instrumentation et des techniques de mesure. Il s'agit notamment de la qualification du personnel, des coûts, du temps disponible pour les essais, du planning, et des méthodes disponibles pour l'analyse des données, la validation et la présentation des résultats.

À la lumière de cette analyse, les facteurs importants qui conditionnent le choix de l'équipement sont présentés dans le tableau IV. Les capteurs peuvent être classés de quatre manières distinctes :

 suivant les quantités mesurées : accéléromètre, vélocimètre, capteur de déplacement, jauges de déformation, inclinomètres, etc.,

 suivant leur principe physique de fonctionnement : résistif, capacitif, inductif, piezo-électrique, etc.,

- suivant le caractère relatif ou absolu de la mesure,
- suivant la durée de la mesure.

TABLEAU IV - Quelques facteurs importants conditionnant l'instrumentation dynamique

Paramètres				
Accélération, Vitesse, Déplacement, Déformation, Inclinomètres, Pression				
Caractéristiques du mouvement				
Bande de fréquence, Amplitude, Déphasage, Direction, Amortissement, Durée				
Référence de la mesure				
Relative (interne/interne), Relative (externe/interne), Absolue				
Conditions environnementales				
Température, Humidité, Champs électromagnétiques, Milieu agressif, Radiations, Ensoleillement				
Capteurs				
Caractéristiques électroniques (sensibilité, précision, linéarité, bande passante, réponse en fréquence et en phase), Carac- téristiques physiques (dimension, masse), Isolation, Conditionnement, Alimentation				
Fixation				
Influence de la fixation sur le capteur, Influence de la fixation sur la structure, Nombre de points de mesure, Place dispo- nible, Accessibilité pour l'installation et la maintenance, Facilité d'installation, Défaut de montage par rapport à la direction de mesure				
Système de mesure (conditionneurs, amplificateurs, filtres, analyseurs)				
Caractéristiques électriques (I/O), Alimentation, Interférences, Nombre de voies de mesure, Temps réel				
Transmission des données				
Câble coaxial, Fibre optique, Bluetooth, WIFI, GSM, GPS				
Système d'enregistrement				
Temps réel, Caractéristiques électriques (ratio signal/bruit), Portabilité, Numérisation et filtrage, Corrélation entre informa- tion enregistrée et grandeur physique, Redondance, Alimentation				
Étalonnage sur site				
Capteurs, Système de mesure				
Analyse des données				
Manuelle ou automatique. Format de présentation				

# 3.3. Capteurs

Il existe de nombreux types de capteurs et/ou sondes disponibles pour mesurer presque n'importe quel paramètre. En outre, les chercheurs continuent à développer de nouvelles technologies et des techniques qui permettent des mesures plus fiables, plus précises pour un coût réduit. Afin de choisir et d'évaluer les capteurs parmi tous ceux disponibles dans le commerce, quelques rappels terminologiques de base sont nécessaires. Une compréhension fondamentale des critères à considérer lors du choix de la métrologie est également nécessaire.

De manière générique, un capteur est un dispositif qui convertit l'énergie d'une forme en une autre. L'énergie d'entrée est celle des phénomènes physiques mesurés : mécanique, thermique, électrique, magnétique, radiante et chimique. Dans la plupart des applications de surveillance de santé, les variables d'intérêt sont généralement associées à de l'énergie mécanique. Ces variables incluent l'accélération, les efforts, la distance, la vitesse, et la pression. L'énergie de sortie est habituellement électrique (tension, courant, etc.) ou mécanique. Elle peut être décrite sous une forme analogique ou numérique. Les sorties analogiques sont les plus communes, mais elles doivent être converties en format numérique pour pouvoir être traitées par ordinateur, et pour les archiver. N'importe quel capteur se composera au moins de deux composants discrets, l'élément sensible et son boîtier. L'élément sensible est le mécanisme fondamental de transformation de l'énergie d'une forme sous une autre. Un capteur simple contient généralement un seul élément sensible tandis que des capteurs ou sondes complexes incorporeront plus d'un élément. Le boîtier comprend l'élément sensible et toute la connectique et électronique nécessaires à cet élément.

Si la première étape du choix de métrologie pour une application particulière est de caractériser les paramètres d'entrée et l'environnement dans lequel ils seront mesurés (Section 3.2), un éventail de capteurs peut être identifié. Afin de choisir les différents capteurs, il y a plusieurs critères importants qui doivent être considérés. Ces critères peuvent être répartis en trois catégories : les caractéristiques de performance technique du capteur, les contraintes environnementales et les considérations économiques. L'objectif en évaluant ces critères est de choisir la métrologie qui sera la plus compatible avec les variables identifiées et les contraintes environnementales. Ceci assurera que les capteurs choisis maximisent la fiabilité et l'efficacité des mesures tout en réduisant au minimum l'incertitude.

Les caractéristiques de performance d'un capteur décrivent sa manière de se comporter dans des conditions typiques d'utilisation (statiques et dynamiques). Les caractéristiques de base sont :

 la sensibilité qui indique le niveau de changement en sortie du capteur en réponse à un changement en entrée,

- la résolution qui est le plus petit changement en entrée conduisant à un changement en sortie,
- l'étendue qui représente la différence entre les valeurs de sortie maximales et minimales,
- la linéarité qui caractérise la proportionnalité de la réponse en fonction de l'entrée,

 l'hystérésis qui est la différence entre deux lectures de la sortie pour le même point, l'un partant de zéro, l'autre partant de l'amplitude maximale,

 l'exactitude ou justesse qui représente l'écart entre la valeur à mesurer et la valeur en sortie du capteur,

 la répétabilité qui indique l'écart entre des mesures successives de la sortie du capteur dans des conditions environnementales identiques,

 la reproductibilité qui est la capacité d'un capteur à maintenir la même sortie en réponse à une entrée constante sur une période de temps,

 la réponse en fréquence qui indique d'une part le changement du rapport entrée/sortie pour une plage de fréquences du signal harmonique d'entrée, et d'autre part du déphasage entre la sortie et l'entrée,

 la bande de fréquence d'utilisation qui est la bande de fréquence dans laquelle l'utilisation du capteur donnera une valeur correcte à ±5%,

 la fréquence de résonance du capteur, c'est-à-dire la fréquence à ne pas exciter sous peine de destruction du capteur,

la sensibilité transverse qui est la mesure, donnée dans une direction orthogonale à l'axe de mesure principal du capteur, en pourcentage de la mesure maximale principale.

Les contraintes environnementales qui doivent être considérées dans le choix des capteurs incluent souvent la *température*, l'*humidité relative*, la *dimension*, le *conditionnement* (protection, étanchéité, etc.), l'isolation (interférences électromagnétiques, foudre, vibration, etc.), et les *effets thermiques* (compensation de la réponse en température du capteur par rapport à la mesure). Les considérations économiques les plus importantes sont le *coût*, la *disponibilité*, la *fiabilité*, la *facilité d'installation* et les *besoins associés en acquisition de données*.

# 3.3.1. Mesures de déformation

La déformation est une mesure de la variation relative du changement de la longueur d'un élément sous une force appliquée. Il existe de nombreuses méthodes disponibles pour mesurer des déformations. Les technologies les plus usitées en dynamique sont les jauges de déformation. Les jauges à fibres optiques sont également disponibles, mais d'usage plus limité.

### JAUGES DE DÉFORMATION

Les jauges de déformation [*R1 850*] les plus couramment utilisées se composent d'un film métallique mince déposé sur une feuille plastique non conductrice. Deux pattes permettent la connexion au système de conditionnement. Le principe de fonctionnement est basé sur le rapport entre la résistance du conducteur et son changement de longueur. Ces jauges sont disponibles dans un certain nombre de modèles et de configurations pour des mesures de déformation intérieures et extérieures. Les jauges de déformation collées sont appropriées aux mesures de courte durée ou pour de la surveillance intermittente de déformation changeant rapidement avec le temps. De ces déformations, les contraintes se déduisent selon le type de jauge (Fig. 35) employée (unidirectionnelle, bidirectionnelle, rosette, chaînette).



### FIGURE 35 Exemples de jauges de déformation.

Les résistances usuelles sont de 120  $\Omega$ , 350  $\Omega$ , 700  $\Omega$  et 1000  $\Omega$  (jusqu'à 5 k $\Omega$  pour des applications spéciales). Le circuit de conditionnement couramment employé est un pont de Wheatstone qui mesure le changement de résistance plutôt que la résistance elle-même. Il convertit ce changement en tension. La sensibilité dépend de la tension d'entrée et du type de circuit (quart, demi ou pont complet). L'étendue de déformation est habituellement de ±5% (jusqu'à ±10% pour certaines d'entre-elles). Dans la mise en œuvre pratique, différents points doivent être traités avec précision. La jauge n'est sensible que dans la direction des fils conducteurs ; son orientation par rapport à la déformation étudiée doit donc être réalisée avec soin. La taille d'une jauge donne la résolution spatiale du capteur ; si l'on cherche à avoir un maximum de déformation. Enfin, dans le cas de matériaux hétérogènes (comme le béton), la taille de la jauge doit être en regard de la dimension de la cellule élémentaire du matériau.

Les jauges de déformation peuvent être utilisées pour des mesures dynamiques mais aucune fréquence de coupure n'est clairement identifiée. La mesure de signaux à basse et moyenne fréquences (les cas les plus courants en essais dynamiques) ne pose donc pas de problème pour les jauges de déformation. Pour la mesure d'un phénomène rapide, il est recommandé d'utiliser des jauges de dimension inférieure au sixième de la longueur d'onde.

Les variations de température rencontrées dans les ponts (-30° à +40°C) produisent des changements de résistance en raison du changement de la résistivité et de la dilation thermique de la jauge. Il est donc recommandé d'utiliser des jauges compensées en température.

Les jauges de déformation soumises à des chargements cycliques exhibent des comportements hystérétiques dont l'amplitude dépend de la jauge elle-même mais également de la colle. L'écart entre déformations croissantes et décroissantes s'élève à quelques micro-déformations. Ces cycles de déformation peuvent affecter la fiabilité à long terme de la jauge (fatigue) et sa stabilité. Le coût de ces capteurs est relativement bon marché. Les jauges de déformation sont liées à l'élément par collage (ou soudage parfois) assurant le transfert de la déformation de l'élément à la jauge (Fig. 36). La surface doit donc être préparée avec soin pour permettre une bonne adhérence. La colle est la plupart du temps de type cyanoacylate ; pour permettre des mesures de longue durée (l'utilisation

de jauges de déformation reste néanmoins peu adaptée à ce type d'application), la polymérisation complète de la colle est essentielle pour assurer une bonne précision. Les jauges doivent également être protégées de l'humidité par un revêtement adapté. Enfin, la sortie d'une jauge de déformation est un signal de faible tension; il est donc très sensible au bruit. Signalons que les jauges sont également sensibles aux déformations transverses qui entraînent une erreur de mesure pouvant s'élever à 10% de la mesure. Il est enfin également possible de recourir à des jauges soudées sur des structures métalliques. Ce procédé présente l'avantage de supprimer les problèmes liés au fluage de la colle. La mise en œuvre est toutefois plus longue et donc plus coûteuse.



FIGURE 36 Implémentation de jauges de déformation sur ouvrage.

### FIBRES OPTIQUES

Les capteurs à fibre optique [*R412*] sont des composants attractifs en raison de leur précision, stabilité à long terme, de leur capacité de multiplexage, de leur protection contre les interférences électromagnétiques, de leur étendue d'usage en température... Plusieurs technologies sont aujourd'hui disponibles, basées sur des caractéristiques différentes (modulation de l'intensité, changement de polarisation, décalage de longueur d'onde). Elles peuvent être intrinsèques lorsque la fibre est simultanément un capteur et un dispositif de guidage de la lumière, ou extrinsèques lorsque la fibre assure seulement le rôle de guide. Ces capteurs sont sensibles à divers paramètres, comme la température, les vibrations, les déformations... La technologie de mesure par fibre optique présente un certain nombre d'avantages de légèreté, de durabilité et de sensibilité. Ils sont également inertes face à la plupart des agressions chimiques et leur flexibilité d'emploi les rend utilisables dans des environnements sévères en les incorporant dans la structure sans être intrusifs.

Dans les méthodes de mesure conventionnelles, les connexions électriques sont souvent perturbées par des sources d'interférences (électromagnétiques, bruits liées aux perturbations atmosphériques, etc.). Dans un système de mesure par fibre optique, les effets d'interférences électromagnétiques en sont absents. Ceci est d'importance dans le cas d'investigations expérimentales à proximité de lignes à haute tension. Les fibres optiques éliminent également les effets de couplage capacitif des lignes de transmission. En raison de l'isolation électrique du capteur, le système est protégé de la plupart des bruits extérieurs.

L'effet des paramètres environnementaux sur les propriétés optiques des fibres peut être évaluée au travers des changements des propriétés du rayon lumineux guidé. Ceci rend les fibres optiques particulièrement intéressantes pour de nombreuses applications dans la surveillance des ouvrages, y compris pour des investigations dynamiques à moyen ou long terme.

Il existe une grande variété de systèmes de mesure à fibres optiques, de principes et de caractéristiques différentes. L'une des limitations pratiques de ces systèmes est le coût des systèmes d'interrogation et leur capacité à être utilisés pour des mesures dynamiques.

Les réseaux de Bragg (Fig. 37a) permettent une modulation périodique de l'indice de réfraction de la fibre en l'exposant à une lumière ultraviolette. En injectant une telle lumière dans la fibre divisée en éléments formant le réseau, une bande étroite de longueurs d'onde sera réfléchie alors que les autres traverseront l'élément du réseau. Ce système offre un potentiel de multiplexage qui permet d'opérer plusieurs signaux sur une même fibre optique (>100 signaux) en plusieurs points, ce qui autorise la mesure de déformation et/ou de température en différents lieux le long d'une même fibre. Ce nombre de réseaux dépend de la largeur du spectre de la source lumineuse et de leur étendue de mesure. Les réseaux de Bragg peuvent être utilisés en remplacement de jauges classiques de déformation, et peuvent être inclus directement dans le matériau (béton). La résolution est de 1 udef et l'étendue de mesure est de 50000 udef. Cependant, cette étendue est fonction du nombre de réseaux ; ainsi avec 5 réseaux, l'étendue maximale sur chaque réseau sera de 10000 µdef, avec 10 réseaux de 5000 µdef. L'étendue de température opérationnelle varie de -40 °C à +100 °C. Les réseaux de Bragg ne demandent pas de calibration périodique et sont d'une grande stabilité et répétabilité sur le long terme sous réserve de l'intégrité du support d'attache (voir plus loin). La fréquence de coupure de ces capteurs est de quelques kHz ce qui est largement suffisant pour la plupart des applications de génie civil. Bien que les fibres optiques offrent une bonne flexibilité, les rayons de courbure inférieurs à 20 mm doivent être évités. Les fils de connexion doivent être protégés pour prévenir toute perte de signal. Bien que les réseaux de Bragg soient sensibles à la température, cet effet peut être discriminé de la déformation mesurée en utilisant un réseau séparé de compensation.

Les *capteurs de Fabry-Pérot* (Fig. 37b) sont des jauges de déformation à point unique basées sur la mesure par interférométrie d'un vide entre deux réflecteurs. En tension (compression), la dimension de ce vide augmente (diminue) et décale le spectre réfléchi vers des longueurs d'onde plus (moins) importantes. La justesse et la résolution de ce type de capteur dépendent de l'étendue maximale de mesure, soit entre 0,025 % et 0,01 % de cette étendue. Cette étendue varie de  $\pm$  1000 µdef à  $\pm$ 10000 µdef. La fréquence de coupure habituelle (même si des options pour l'augmenter existent) est de 20 Hz, ce qui réduit sérieusement les utilisations pratiques en vibration des structures.



a. Réseau de Bragg.



b. Fabry

### FIGURE 37

Exemples de systèmes d'interrogation par fibres optiques.

Un autre capteur utile pour des mesures dynamiques de variation de longueur est basé sur le principe de *micro-flexion*. Lorsqu'une fibre est suffisamment fléchie, la lumière en son cœur ne rencontre plus la gaine optique à un angle égal ou supérieur à l'angle critique. Dans ce cas, la réfraction totale interne ne se produit plus et une partie de la lumière s'échappe de la gaine optique. La variation de l'intensité transmise est proportionnelle à la déformation de la structure sur laquelle est monté le capteur. Un tel système, parmi les plus anciens, est relativement simple, mais dépend fortement de la température, de la calibration du système et d'effets non linéaires entre intensité et allongement.

L'installation des capteurs à fibre optique peut être réalisée intérieurement ou extérieurement au matériau. Il est cependant nécessaire de garantir un bon contact mécanique entre le capteur et

la structure et de protéger mécaniquement les fibres. Dans le cas de capteurs de base courte, il est souvent difficile d'ajouter des couches de protection supplémentaire aux fibres sans altérer leur réponse. Dans ce cas, le capteur doit être collé ou nové dans la structure directement. Ainsi, il est possible de coller des réseaux de Bragg à des armatures de renforcement avant coulage du béton. Dans d'autres situations, le capteur de mesure de déformation est noyé ou enrobé dans un autre matériau qui est mécaniquement compatible avec le matériau environnant. Lorsqu'une fibre est complètement noyée dans le matériau ou dans un matériau support, des parasites peuvent apparaître dans les composantes de la déformation perpendiculaires à la fibre. Ceci est particulièrement vrai pour les réseaux de Bragg pour lesquels une pression radiale pourra changer l'indice de réfraction de la fibre. Ce changement doit être interprété avec soin et non pas comme une variation de la déformation axiale. La superposition de deux réseaux de Bragg permet d'éliminer cet effet parasite. Dans le cas de capteurs longues bases, deux installations sont possibles. La première (couplage total) consiste à mettre la fibre en contact mécanique avec la structure sur toute sa longueur. La seconde vise à attacher la fibre par ses seules extrémités à la structure et de la prétendre (couplage partiel). Dans le cas d'un couplage total, la déformation entre la fibre et le matériau sera distribuée sur toute la longueur. Ce couplage est à préconiser lorsque les fibres peuvent être directement noyées dans le matériau sans risque de rupture. Le couplage partiel offre l'avantage d'une meilleure protection. Les efforts sont transmis aux seuls points d'attache de la fibre. Un soin particulier doit être apporté dans le choix des colles afin d'assurer un bon contact mécanique et d'éviter tout glissement. Le collage sur gaine acrylate est à proscrire. Le retrait de la gaine mécanique conduit cependant à une réduction de la résistance à la traction de la fibre. Les gaines polyamides sont plutôt conseillées.

Dans la majorité des cas, notamment pour des ouvrages en cours de construction, l'installation des capteurs à fibre optique constitue une difficulté à ne pas sous-estimer.

# 3.3.2. Mesures de déplacement

Pour mesurer des déplacements [*R1 800*], de nombreuses technologies existent pour des essais dynamiques : capteurs potentiométriques, capteurs capacitifs, capteurs inductifs, capteurs à transformateur différentiel (LVDT - Linear Variable Differential Transducers), capteurs optiques, etc. Chacune de ces technologies impose un point de référence.

### CAPTEURS POTENTIOMÉTRIQUES

Ces capteurs (Fig. 38a) consistent à relier mécaniquement la partie d'ouvrage à un curseur se déplaçant le long d'une résistance électrique. La variation de résistance est alors directement proportionnelle à la position du curseur. La présence de ce curseur mécanique est généralement source de bruit lié à l'usure régulière de la lamelle mécanique venant frotter sur une piste conductrice (constituée la plupart du temps d'une matrice polymère chargée en particules conductrices). La résolution est de 0,1 % de l'étendue de mesure, celle-ci pouvant aller de 0,1 mm à plusieurs dizaines de centimètres. La fréquence maximale d'utilisation est directement déterminée par la vitesse maximale de déplacement du curseur sur la piste (de l'ordre 1000 Hz). La durée de vie d'un tel capteur est conditionnée par l'usure de la lamelle (10<sup>8</sup> manœuvres), ce qui a conduit à développer des capteurs sans curseurs mécaniques dits sans contacts. Dans le cas d'un curseur optique, une contre-piste photoconductrice sépare la piste résistive de la piste de contact. Éclairée, cette piste passe d'un comportement isolant à un comportement conducteur. Le spot d'éclairement agit donc comme un contact mobile. La bande de fréquence de ce capteur dépend du temps de réponse du matériau photoconductif (de l'ordre de la dizaine de millisecondes). Dans le cas d'un curseur magnétique, c'est un aimant qui se déplace au-dessus d'une piste magnétorésistive opérant par effet Hall. Le champ magnétique créé par l'aimant modifie alors la résistance des pistes; une compensation thermique est généralement ajoutée et la bande de fréquence s'étend jusqu'à une dizaine de gigahertz.

### • CAPTEURS CAPACITIFS

Ces capteurs (Fig. 38b) sont basés sur la variation de capacité d'un condensateur dont l'une des deux armatures doit être fixée à la structure pour en mesurer son déplacement. Ce sont des capteurs robustes et fiables, mais de course limitée (5 à 250 mm avec une résolution de 210<sup>-8</sup>%). Ils ne sont pas à utiliser dans des conditions pouvant affecter l'isolement électrique.



a. Potentiométrique.



b. LVDT.

FIGURE 38 Exemples de capteurs de déplacement.

### CAPTEURS INDUCTIFS

Ces capteurs à inductance variable se divisent en deux familles, selon qu'ils incluent un entrefer variable ou un système bobine/noyau mobile. Ces systèmes sont particulièrement sensibles aux interférences électromagnétiques. La course est encore plus limitée que dans le cas des capteurs capacitifs (de l'ordre de 0,1 à 50 mm). Ils sont généralement abandonnés au profit des capteurs à transformateur différentiel.

# CAPTEURS LVDT

Le principe du capteur à transformateur différentiel (LVDT - Linear Variable Differential Transducers) repose sur la variation d'induction d'une bobine conductrice liée aux variations de champ magnétique. Le capteur est construit autour d'un aimant magnétique (cœur) entouré d'une bobine primaire, soumise à un courant alternatif, elle-même placée entre deux bobines secondaires montées en série ne voyant que le courant induit par la première bobine. Le mouvement de l'aimant perturbe alors le champ induit. Si le déplacement est faible (l'aimant ne sort pas des bobines), la tension est proportionnelle au déplacement. Par symétrie, cette tension est nulle lorsque l'aimant est centré par rapport aux bobines. La direction est donnée pour un changement de phase de 180° par rapport à la position centrale. La sensibilité de ce capteur est donnée en mV/V par rapport à l'étendue maximale. Le signal d'entrée est généralement harmonique, d'amplitude allant de 0,5 V à 10 V et de fréquence porteuse de 1 kHz à 30 kHz. Des conditionneurs spécifiques sont requis avec les capteurs LVDT à cause des hautes fréquences d'entrée et de la démodulation du signal de sortie. Le signal peut être transmis sur de longues distances avec une faible atténuation. Au-delà de 50 m, une calibration spécifique du capteur et de son câblage est obligatoire. Les étendues des capteurs LVDT vont de ±0,1 mm à ±500 mm. La résolution dépend de cette étendue. Pour de petites étendues, la résolution peut atteindre 0,01 µm. Cependant, les effets thermiques et de bruits parasites limitent la résolution pratique à 1 µm. La gamme de fréquence des capteurs est limitée par la gamme de fréquence de leur entrée. Un ratio de 10 à 1 est nécessaire entre la fréquence porteuse et la fréquence du signal de sortie. Avec une fréquence d'excitation de 5 kHz (ce qui est classique), la fréquence de coupure du capteur va jusqu'à 500 Hz. Ces capteurs opèrent pour des températures allant de -20°C à +150°C. La température produit un décalage de zéro et une modification de la sensibilité, avec des erreurs inférieures à 0,01%/°C de l'étendue de mesure. L'erreur de linéarité est de ±0,5% de l'étendue du capteur. Elle peut être réduite à 0,1% pour certains systèmes.

Les capteurs LVDT sont des capteurs robustes qui fournissent des sorties stables, sous réserve d'être correctement montés. Ce montage repose sur une connexion rigide (tige) à une base ; les déplacements sont mesurés relativement à cette base. Les supports métalliques sont habituellement vissés à la structure. Afin d'éviter tout frottement, la tige doit se déplacer le plus proche possible de l'axe de fixation du capteur. Dans le cas d'investigations dynamiques à plusieurs millions de cycles, des capteurs non guidés doivent être utilisés pour éliminer tout effet de frottement. L'humidité et la poussière peuvent pénétrer dans la tige et les bobines et ainsi réduire la mobilité de l'aimant par friction. Les capteurs LVDT ont habituellement une protection métallique qui les rend insensibles aux champs électromagnétiques.

### • CAPTEURS OPTIQUES



FIGURE 39 Exemple de capteur laser de déplacement.

La mesure optique de distance ou de déplacement est souvent divisée en deux types de systèmes, passifs ou actifs. Les méthodes passives utilisent la lumière ambiante pour positionner un objet dans l'espace. Les méthodes actives (méthodes interférométriques, temps de vol, etc.) ont recours à leur propre source de lumière. Une autre classification consiste à séparer les méthodes basées sur des traitements d'image des méthodes dites directes. Les techniques directes donnent une distance par rapport à une cible alors que les méthodes à traitement d'image doivent calculer la distance sur la base d'algorithmes basés sur le mouvement de diverses parties de la cible. Enfin, une troisième classification vise à distinguer les méthodes en fonction du nombre de vues nécessaires au calcul de la distance (monoculaire ou multiples).

Les méthodes interférométriques (Fig. 39) procurent des mesures de distance de haute résolution. Dans cette technique, un faisceau laser est divisé en deux, l'un étant réfléchi par la cible, le second réfléchi par un point de référence connu. Lorsque ces deux faisceaux sont combinés, des franges d'interférence sont obtenues et la position de la cible peut être calculée en fonction de

leur nombre. Une résolution de 100 nm peut être utilisée. Le désavantage essentiel de la technique réside dans le comptage des franges. Une alternative, basée sur de l'interférométrie à multiples longueurs d'onde (lumière blanche), a été développée afin de fournir des mesures absolues de distance, mais à un coût plus élevé. L'étendue de mesure est de 0,1 à 500 mm avec une résolution de 0,25 %; la fréquence de coupure est de 500 Hz, ce qui est largement suffisant pour les applications aux ponts.

Dans les systèmes temps de vol (pulsed time-of-flight – TOF), une impulsion lumineuse ( $\tau$  = 100 ps) est envoyée dans une fibre qui contient un réflecteur semi-transparent. Le réflecteur produit une série d'impulsions d'un retard de quelques dixièmes de nanosecondes selon la longueur du capteur. Le coût de cette technique reste très élevé pour des investigations dynamiques classiques.

### ENREGISTREMENTS D'IMAGES PAR CAMÉRAS

La résolution limitée de la vision humaine en temps et en espace a conduit à développer des moyens d'enregistrement d'images à temps de pose court et à haute cadence. Ces appareils d'enregistrement d'images se rattachent en général à trois catégories [*R6 728*] :

 la classe normale correspondant à des cadences de 24/25 images par seconde, jusqu'à une centaine d'images par seconde,

 la classe rapide correspondant à des cadences allant d'une centaine à plusieurs dizaines de milliers d'images par seconde,

 la classe ultra-rapide avec des temps de pose inférieurs à la microseconde ou des cadences dépassant la centaine de milliers d'images par seconde.

L'application à la mesure de déplacements (statiques ou dynamiques) d'ouvrages est conditionnée par les conditions météorologiques comme la pluie ou un éclairage intensif de soleil dans l'axe de visée. Grâce à l'ajout de cibles sur une structure, et à une triangulation au moyen de plusieurs

caméras, il est alors possible d'acquérir des séries d'images stockées sur disque pouvant être traitées ultérieurement à volonté. L'utilisation de traitement d'images (Fig. 40) permet ainsi de suivre le déplacement de plusieurs cibles. La précision des résultats est fonction du champ. Elle est de l'ordre du dixième de millimètres pour un champ de quinze mètres, sous réserve d'un support stable des caméras. Des zooms grossissants peuvent être mis en œuvre afin d'accroître la précision de mesure sur certaines zones d'étude. L'utilisation de caméras mécano-optiques ou électroniques associées avec des logiciels de traitement d'images permet aujourd'hui d'en faire un système de mesure de bande de fréquence étendue (jusqu'à 10 kHz).



a. Caméra optique.



b. Image acquise.



c. Déplacement dynamique d'une cible.

# 3.3.3. Accéléromètres

Les accéléromètres [R1 812] sont probablement les capteurs les plus utilisés en mesures de vibration. Leur taille réduite, leur large gamme de sensibilité et d'étendue, les bandes de fréguences utilisables et leur montage les rendent particulièrement attractifs. Ces capteurs sont sensibles aux forces d'inertie: la mesure d'accélération est donc basée sur le principe d'une masse sismigue agissant sur un ressort attaché à un support, soit en traction, soit en flexion, soit en cisaillement. Lorsque la masse est soumise à une accélération, elle produit une force d'inertie qui agit sur le support. Cette force est le produit de la masse sismique par l'accélération. Le composant mécanique se met alors à vibrer, cette vibration étant captée par les composants sensibles et transformée en signal de sortie du capteur. Les propriétés de base d'un accéléromètre sont donc celles d'un oscillateur à un degré de liberté (cf. Annexe B). Dans le cas d'une excitation harmonique, l'amplitude de la réponse de la masse sismique sert à caractériser les propriétés de l'accéléromètre. Dans une bande de fréquence au dessous de la fréquence propre de l'accéléromètre, le rapport d'amplitude entre le mouvement du support et celui de la masse sismique est de l'unité. Ceci signifie que les pics d'accélération des deux objets sont les mêmes. La limite supérieure de la bande de fréquence de l'accéléromètre dépend du coefficient d'amortissement ζ. Des valeurs supérieures à l'unité réduisent cette bande de fréquence, alors que de faibles valeurs amplifient les vibrations autour de la fréquence propre, conduisant à des erreurs de mesure. Les accéléromètres sont généralement conçus avec des coefficients d'amortissement de  $\zeta \approx 0,7$ . Cette valeur maximise la limite supérieure de la pulsation de l'accéléromètre à  $\omega \approx 0,4 \Omega$ . Au-delà, la réponse est trop atténuée et l'accéléromètre se comporte comme un filtre passe-bas. Idéalement, les accéléromètres sont capables de détecter des mouvements à très basses fréquences, mais en pratique le bruit de mesure impose une limite de mesure à l'amplitude de ce mouvement. Le mouvement de la masse sismigue est déphasé par rapport au mouvement du support. Cependant, en concevant des accéléromètres avec un coefficient d'amortissement  $\zeta \approx 0.7$ , cette distorsion s'atténue de manière significative car le déphasage en dessous de la fréquence propre est presque proportionnel à la fréquence d'excitation. La réponse d'un support soumis à une excitation avec plusieurs composantes fréquentielles sera reproduite par la masse sismique avec une constante de retard. Ce retard devra être considéré avec attention dans le cas où les investigations dynamiques sont menées avec plusieurs accéléromètres de caractéristiques différentes.

Dans le cas des investigations dynamiques sur les ponts, les accéléromètres à basse fréquence et faible amplitude conviennent dans la majorité des cas. Les types d'accéléromètres les plus communs sont les accéléromètres piézoélectriques avec ou sans électronique interne, les accéléromètres capacitifs et les servo-accéléromètres. Le choix d'un accéléromètre repose sur l'amplitude à mesurer, sa sensibilité, sa réponse en fréquence, sa sensibilité thermique, et les contraintes de câblage.

### ACCÉLÉROMÈTRES PIÉZOÉLECRIQUES

Ces capteurs reposent sur l'effet piezoélectrique (Fig.41a) : un cristal de quartz ou un matériau céramique produit sous l'effet d'une déformation une charge électrique. Cette sortie est liée à un réalignement des particules chargées positivement et négativement aux faces opposées du cristal. Pour de faibles déformations, le nombre de particules chargées s'accumulant à la surface du cristal est proportionnel à la déformation imposée. Si la déformation du cristal reste dans le domaine élastique, la charge électrique produite est donc proportionnelle à la force extérieure appliquée. La masse sismique est connectée à l'élément sensible piézoélectrique, produisant une force lorsqu'elle est soumise à des accélérations. La sensibilité, la résolution, l'étendue et la bande de fréquence dépendent de la conception de l'accéléromètre mais surtout de la masse sismique : plus la masse est élevée, plus la sensibilité est importante, la résolution meilleure, la bande de fréquence et l'étendue plus réduites.

Comme le signal de sortie d'un accéléromètre est une charge électrique, il est très sensible aux conditions environnementales, ce qui nécessite de connecter ces accéléromètres à des conditionneurs par le biais de câbles courts et protégés. Ceci explique que beaucoup d'accéléromètres piézoélectriques sont à électronique intégrée pour véhiculer le signal sur de longues distances. Les accéléromètres piézoélectriques couvrent une étendue allant de très faibles amplitudes à des mesures de chocs et d'impacts ( $\pm 5 \text{ ms}^{-2}$  à  $\pm 10000 \text{ ms}^{-2}$ ). Les vibrations induites par le trafic routier produit des accélérations inférieures à  $\pm 100 \text{ ms}^{-2}$ , ce qui est largement

couvert par ce type de capteurs. La sensibilité varie de 50 mV/ms<sup>-2</sup> à 1 V/ms<sup>-2</sup> et la résolution de 10<sup>-5</sup> à 2 10<sup>-3</sup> ms<sup>-2</sup> RMS. L'étendue de fréquences varie quant à elle de 0,1 Hz à 50 kHz, ce qui est largement suffisant pour les investigations dynamiques sur les ponts. Comme signalé précédemment, la limite fréquentielle supérieure est conditionnée par la masse sismique. La limite fréquentielle inférieure dépend des circuits électroniques utilisés pour le conditionnement du signal. Enfin, si la résolution est importante, l'étendue de mesure est réduite. Une bonne performance à basse fréquence est nécessaire si l'accélération mesurée est utilisée pour calculer vitesse et déplacement par double intégration.

L'étendue de température pour les accéléromètres piézoélectriques est comprise entre -50 °C et 100 °C. Les accéléromètres à faible amplitude et haute sensibilité et haute résolution ont des plages de température opérationnelles allant de -20 °C à 60 °C. Le signal de sortie est d'ailleurs affecté par la température, la sensibilité changeant avec cette dernière. Cet effet est inférieur à 1 % si l'accéléromètre fonctionne dans la plage de température opérationnelle. En dehors, l'influence est plus grande ; les accéléromètres piézoélectriques à haute sensibilité exposés au soleil peuvent nécessiter une protection. Les accéléromètres piézoélectriques opèrent dans leur plage de fréquence avec une déviation d'amplitude maximale de 2 à 3 % de l'amplitude nominale.

La taille et le poids des accéléromètres piézoélectriques diffèrent énormément d'un capteur à un autre, jusqu'à 60 mm de largeur, 80 mm de hauteur et 1 kg de poids. La taille et la dimension, sauf cas particuliers, ne constituent pas un problème généralement dans les applications en génie civil. La calibration doit être réalisée systématiquement avant chaque série de mesures de grande précision. Sous réserve d'utiliser ces capteurs dans leur étendue de mesure et de température, ils peuvent être stables et fiables sur plusieurs années. Ils restent néanmoins sensibles au vieillissement.

Pour la surveillance continue du comportement vibratoire d'ouvrages, il est recommandé de réaliser une calibration tous les cinq ans. En raison du scellement des capteurs lors de leur fabrication, humidité et poussière ne constituent pas de problème. C'est en général le connecteur et le câble qui sont les points faibles et méritent une protection adaptée.



a. Piézoélectrique.



b. Capacitif.

FIGURE 41 Exemples d'acccéléromètres.

# • Accéléromètres capacitifs

Les accéléromètres capacitifs (Fig. 41b) utilisent en général deux capteurs capacitifs de déplacement qui mesurent le déplacement de la masse sismique par rapport à un support. Cette mesure du déplacement est réalisée au moyen d'un condensateur à écartement ou surface variable (c'est-à-dire le changement de capacité est lié soit à l'écartement entre deux plaques, soit à un changement de surface). Leur sensibilité, résolution, étendue et bande de fréquence dépendent de leur conception mais aussi de la masse sismique. Plus cette masse sera importante, plus la sensibilité sera accrue, meilleure sera la résolution, et plus faible seront les étendues de fréquences et d'amplitude.

Le signal généré par les accéléromètres capacitifs est de faible tension, ce qui permet de le transporter sur de longues distances par des câbles ordinaires. Ces capteurs couvrent des amplitudes allant de  $\pm 20 \text{ ms}^{-2}$  à  $\pm 2000 \text{ ms}^{-2}$  (pic à pic). Les mesures sous charges de trafic sont donc couvertes par ces éléments ( $a_{max} \approx \pm 100 \text{ ms}^{-2}$ ). Pour ces applications, les accéléromètres capacitifs offrent de bonnes caractéristiques de sensibilité ( $10 \text{ mV/ms}^{-2}$  à  $100 \text{ mV/ms}^{-2}$ ) et de résolution ( $2 \times 10^{-4}$  à  $2 \times 10^{-3} \text{ ms}^{-2} \text{ RMS}$ ). Comme ces capteurs intègrent la mesure statique de l'accélération gravitationnelle, il est nécessaire d'annuler cet offset à l'aide d'un conditionnement approprié. La bande de fréquence des accéléromètres capacitifs va de 0 Hz à quelques kHz, ce qui est satisfaisant pour les applications de génie civil. La fréquence de coupure est donnée par la fréquence propre du système masse/ressort. Ces capteurs sont donc appropriés pour des mesures à très basses fréquences. Cette bonne performance à basse fréquence est particulièrement utile lorsque les accélérations mesurées sont utilisées pour calculer les vitesses et les déplacements.

L'étendue de température pour les accéléromètres capacitifs est comprise entre -40 °C et 80 °C. Ce changement de température induit un décalage du niveau d'accélération à 0 Hz pouvant atteindre 3 % de l'étendue maximale. De même, leur sensibilité transverse est inférieure à 5 % de l'étendue maximale. Les accéléromètres capacitifs (1D comme 3D) sont de dimension et de poids réduits (30 mm/100 g). La calibration doit être réalisée systématiquement avant chaque série de mesures de grande précision. Sous réserve d'utiliser ces capteurs dans leur étendue de mesure et de température, ils peuvent être stables et fiables sur de nombreuses années. Ils restent néanmoins sensibles au vieillissement.

### ACCÉLÉROMÈTRES ASSERVIS

Les accéléromètres capacitifs et piézoélectriques sont des capteurs non asservis : ils fonctionnent en boucle ouverte, la force étant mesurée par la connaissance du déplacement de la masse sismique. Pour des mesures de haute précision à très basses fréquences, il est parfois préférable d'utiliser des accéléromètres asservis, c'est-à-dire fonctionnant en boucle fermée. Dans ces capteurs, la force d'origine inertielle appliquée à la masse sismique est compensée par une force égale et opposée créée par un système moteur dont la commande constitue la mesure de l'accélération. Cette boucle fermée étend l'étendue de mesure (5 à 50 ms<sup>-2</sup>), augmente la linéarité et améliore la réponse fréquentielle et la sensibilité transverse (0,05 %). Largement utilisés dans les réseaux de mesures sismiques, ils permettent d'avoir de grandes sensibilités (100 à 500 mV/ms<sup>-2</sup>) et résolutions (310<sup>-5</sup> ms<sup>-2</sup> RMS) à des fréquences très basses. Une telle performance n'est pas généralement nécessaire pour des investigations dynamiques sur des ponts.

# 3.3.4. Vélocimètres

La vitesse [*R1 810*] est généralement mesurée par des tachymètres électromagnétiques. Un aimant se déplace dans une bobine, induisant dans cette dernière une force électromotrice proportionnelle à la vitesse de déplacement. Une autre technique consiste à utiliser l'effet Doppler-Fizeau : une onde entretenue, de fréquence connue, est dirigée vers un point de l'ouvrage en mouvement. Compte tenu de la combinaison des vitesses, l'onde est réfléchie avec une longueur d'onde différente. Ce décalage fréquentiel, calculé par interférométrie, permet d'estimer la vitesse de déplacement. Ce type de mesure est utilisée dans les vibromètres laser. Limitée à des bandes de fréquences ne dépassant par 500 Hz, en balayant l'ensemble d'une structure, il est possible d'obtenir un grand nombre de points de mesure (Fig. 42).



FIGURE 42 Exemple de vélocimètres.

# **3.4. Fixation des capteurs**

Il existe différents types de fixation des capteurs et globalement autant de supports que d'ouvrages à instrumenter. Il est toutefois possible de se limiter, pour les ouvrages de génie civil, à cinq grands types :

- la fixation des capteurs par vissage,
- la fixation des capteurs par collage,
- l'utilisation de supports magnétiques,
- l'utilisation de supports mécaniques,
- la simple pose des capteurs sur la structure.

Le choix de la famille de support doit faire l'objet d'une réflexion spécifique tenant compte :

- de la nature de l'ouvrage à instrumenter :
  - · ouvrages en béton,
  - · ouvrages métalliques ou mixtes,
  - · pont caisson,
  - · pont à poutres sous chaussée,
  - · pont à poutres latérales, etc.
- de la partie de l'ouvrage à instrumenter :
  - · le tablier,
  - · les piles,
- de l'importance du positionnement ou de l'orientation du capteur dans les résultats à obtenir,

 de la sensibilité des capteurs à l'environnement et à leur compatibilité avec le format du support (champs électromagnétiques, température, humidité),

 du caractère répétable ou non de l'étude (sera-t-il possible de réinstaller les capteurs aux mêmes endroits et avec la même orientation ?).

Le choix de la fixation dépend de nombreux autres facteurs. Afin de mesurer des vibrations avec précision, il est essentiel de s'assurer que les gammes fréquentielles et dynamiques ne sont pas limitées par un mauvais montage, que la masse additionnelle du support n'altère pas les caractéristiques vibratoires de l'élément de structure (ce qui paraît peu probable pour les structures

de génie civil), et que les points de mesure sont repérés avec précision pour assurer la répétabilité des mesures. Le choix du montage peut affecter chacune de ces conditions. Il convient donc de se poser les questions suivantes pour orienter, dans le cadre d'une étude donnée, le choix du système de fixation :

quel est le niveau maximal de vibration que peut supporter le support ?

quelle est l'incidence d'une réalisation de nombreux perçages dans la structure pour les vis de fixation ? Est-ce toléré ou proscrit ?

- quelle sera la difficulté de nettoyer le capteur, son support et la structure après démontage ?
- quel est le coût du montage par rapport à l'ensemble de l'opération ?

En fonction de ces différents critères, certains supports peuvent apparaître plus ou moins adaptés au problème posé.

### • FIXAGE PAR VISSAGE

De manière générale, les capteurs sont fixés à des *supports intermédiaires* à l'aide de doubles tiges filetées (Fig. 43) dont les diamètres dépendent de la marque et du type de capteurs choisis. Mais il est également possible de fixer directement les capteurs à la structure. Toutefois, cette dernière disposition n'est pas forcément adaptée aux ouvrages de génie civil (difficile à mettre en œuvre, pas de possibilité de réglage, etc.).



FIGURE 43 Accéléromètre vissé.

Le montage de capteur par vissage sur la structure ou sur un support intermédiaire permet :

 d'avoir le système avec une fréquence de résonance la plus forte et donc de mesurer des fréquences jusqu'à 50 k Hz (ce qui est par contre inutile en génie civil),

- de mesurer de hautes vibrations sans risque de desserrage,
- de ne pas réduire la plage de température de fonctionnement du système,

 d'obtenir des résultats de précision et reproductibles tant que le positionnement des capteurs peut être dupliqué de façon fiable.

### • FIXATION PAR COLLAGE

Dans certains cas, il peut être intéressant de fixer le capteur par collage. Si l'état de surface n'est pas plan ou s'il est utilisé un capteur miniature, il n'est pas difficile de mettre une couche de ciment dentaire autour de l'accéléromètre lui fournissant un support ferme. Il est également possible de coller un *support avec embout fileté* pouvant recevoir le capteur en un point de la structure, ceci permettant de changer la position du capteur sans perdre la traçabilité de la position initiale en vue de répéter les mesures.

Le système de fixation par collage présente de nombreux avantages. Il peut être utilisé pour des hauts niveaux de vibrations si les surfaces collées ont été soigneusement préparées. La fixation par collage peut ou non fournir une isolation électrique des capteurs. Pour l'utilisation dans le domaine du génie civil, il n'y a, *a priori*, pas de limitation en terme de température d'emploi en rapport avec les caractéristiques physiques des colles employées (habituellement < 80 °C). Le collage profite de plus d'une bonne stabilité dans le temps.

Il existe sur le marché, différents types de colle dont les caractéristiques permettent une très bonne transmission des mouvements, vitesses ou accélération. Leur emploi sera fonction du caractère démontable que l'on souhaitera avoir. À défaut d'être exhaustif, on pourra citer, comme système de collage, le salicylate de phényle, les colles époxy, les colles cyanoacrylates, les ciments dentaires, et les adhésifs doubles-faces (Fig. 44a et b).

a. Support collé au salicylate de phényle.



b. Support collé à la colle époxy.

FIGURE 44 Capteurs montés sur supports collés.

Le salicylate de phényle présente la particularité d'être facilement transportable (poudre blanche), d'avoir une mise en œuvre simplifiée (liquéfaction à 40 °C environ... un simple réchaud suffit), en ayant une résistance très importante à la traction mais n'ayant aucune résistance au choc permettant ainsi le démontage facile des capteurs. En contrepartie, il convient d'être très vigilant à ne pas choquer le support sous peine de destruction de la fixation. Son emploi se limite de préférence aux surfaces planes, sa mise en œuvre sur les parois verticales n'étant pas aisée. L'utilisation du salicylate de phényle se limite essentiellement aux états de surface rugueux tel que le béton.

Les colles époxy sont également faciles à mettre en œuvre, mais ne présentent pas les avantages de démontabilité du salicylate de phényle. Le démontage des supports est relativement destructif

(arrachage de la peau du béton ou du complexe anticorrosion par exemple) et les supports ne sont pas facilement nettoyables ce qui leur confère un caractère jetable. Ce dernier point est un inconvénient de taille quand il s'agit de multiplier les points de mesure.

Pour les petits capteurs, il est possible d'utiliser des adhésifs doubles-faces si tant est que les surfaces soient propres et plates. Cette technique est très rapide et très facile à mettre en œuvre. Ce système a l'avantage d'isoler électriquement le capteur de la structure et de ne pas nécessiter de perçage. Il est particulièrement adapté aux capteurs ne disposant pas de trous filetés à leur base. Il nécessite en outre une préparation des surfaces très soignée afin d'avoir une adhérence rigide.

### • FIXATION PAR SUPPORT MAGNÉTIQUE

L'instrumentation dynamique des ouvrages métalliques pose tout naturellement la question de la faisabilité de *fixer les capteurs à l'aide d'aimant*. Tout d'abord, la structure doit être ferro-magnétique, plate, libre de toute saleté (salissures) et raisonnablement lisse (Fig. 45). Rapide à mettre en œuvre et à démonter, aucune préparation particulière n'est à prévoir, ils n'occasionnent aucun dommage à la structure ; en ce sens, cette solution semble la plus indiquée. Mais tous les capteurs ne sont pas compatibles avec un montage sur supports magnétiques du fait d'une incompatibilité de leur principe physique de fonctionnement (capacitif, inductif) avec la présence d'un champ magnétique. Leur utilisation se limite donc aux capteurs piézo-électriques.





Ces supports sont utilisés pour des faibles niveaux d'accélération, ce qui est le cas pour les ouvrages de génie civil et présentent le gros avantage d'être facilement déplacés permettant de multiplier les points de mesure. Ce système de fixation n'est pas forcément adapté pour mesurer des niveaux d'accélération élevés comme des tests de choc car il y a un risque de relâchement momentané du support pouvant engendrer des imprécisions et un léger déplacement du support.

### • SUPPORTS MÉCANIQUES

Certaines situations impliquent la réalisation de supports spécifiques conçus pour l'occasion (Fig. 46). Par exemple, lors de mesures dans les trois directions, il peut être préférable de réaliser un support unique et préréglé en orthogonalité, plutôt que de disposer trois capteurs sur trois supports spécifiques avec tous les risques liés aux erreurs de positionnement. De même, dans des structures « complexes » (dans les caissons à âmes inclinées par exemple), l'utilisation de

supports mécaniques permet de s'affranchir de l'inclinaison des âmes tout en disposant des capteurs verticalement. Il convient par contre d'être attentif à ce que la rigidité de ce support mécanique soit suffisante pour ne pas perturber ou générer des vibrations parasites. S'ils sont bien conçus (rigides), les supports ont généralement des fréquences de résonance proche de 2000 Hz (ce qui est très largement supérieur aux fréquences étudiées en génie civil) ainsi que de faibles amortissements.



FIGURE 46 Capteurs montés sur supports mécaniques.

### • Pose des capteurs sur la structure

Pour certaines études, dans la recherche de mouvements de très faibles amplitudes, il peut être intéressant de mettre en œuvre des capteurs de très grande sensibilité directement posés sur la structure (Fig. 47).



<u>FIGURE 47</u> Capteur posé sur la structure.

### AIDE AU CHOIX DU TYPE DE SUPPORT

À titre d'exemple, le tableau V propose quelques principes généraux de sélection sur la base des avantages et inconvénients de chaque famille de support.

TABLEAU V - Avantages et inconvénients des systèmes de fixation

	Avantages	Inconvénients
Fixation par vis	<ul> <li>Pas de restrictions d'utilisation</li> <li>Répétabilité du positionnement</li> </ul>	- Légère détérioration de la structure (perçage par exemple)
Fixation par collage	<ul> <li>Rapidité de mise en œuvre</li> <li>Selon les colles, pas de détérioration de la structure aspect réversible</li> </ul>	- Pas de réglage possible - Paroi verticale ou horizontale obligatoire
Support magnétique	- Rapidité de mise en œuvre	<ul> <li>Uniquement sur ouvrage métallique</li> <li>Pas forcément compatible avec tous les capteurs uniquement les accéléromètres piézo-électriques</li> </ul>
Support mécanique	- Possibilité de réglage fin (verticalité, horizon- talité, etc.)	- Détérioration irréversible du support

# 3.5. Acquisition des données

# 3.5.1. Principes technologiques

Les capteurs précédents produisent un signal de sortie analogique. Le traitement du signal est cependant réalisé par des ordinateurs, donc sous format numérique. Une opération essentielle dans un système de mesure est donc de convertir les signaux analogiques en signaux numériques. Cette opération est généralement assurée par un dispositif d'acquisition des données. Aujourd'hui,



FIGURE 48 Exemple de carte d'acquisition. la solution préférée pour l'acquisition de données consiste à opter pour une carte d'acquisition multivoies interfacée avec un ordinateur personnel ou portable. Ces cartes (Fig. 48) sont disponibles pour tous les bus classiques (PCI, ISA, PCMCIA, USB).

Le signal analogique du capteur traverse d'abord un convertisseur de mesure qui transforme le signal en courant électrique. L'amplificateur amplifie alors le signal pour augmenter son intensité et réduire les effets de bruit. Il permet également d'adapter le signal à l'étendue du convertisseur analogique/ numérique (CAN). Chaque voie de mesure peut être amplifiée par une valeur (ou gain) différente. Ces signaux analogiques sont alors dirigés vers un échantillonneur-bloqueur, puis un convertisseur analogique-numérique pour finalement produire des données numériques qui seront enregistrées dans une mémoire avant transfert via une interface bus au PC. Un module de contrôle coordonne les différents appareils et synchronise les opérations.

L'échantillonneur/bloqueur (E/B) a pour mission de figer la valeur instantanée du signal pendant le temps que le convertisseur analogique/numérique (CAN) effectue sa conversion en codant la valeur fixée en un nombre. Cette opération est régie par un système logique de commande (microprocesseur). La conversion analogique/numérique est importante dès lors que l'on véhicule de l'information sur de grandes distances (par exemple d'un point à un autre d'un ouvrage). Les risques de perte en ligne sont alors inexistants.

Entre l'échantillonneur/bloqueur et le convertisseur, ou après le convertisseur, il est classique aujourd'hui de trouver un multiplexeur. Le multiplexeur (MUX) permet de faire passer plusieurs signaux dans une seule voie de mesures, ce qui induit cependant un décalage entre le premier signal et le dernier signal (de l'ordre quelques  $\mu$ s à quelques centaines de  $\mu$ s), sans grande conséquence pour les applications en génie civil. Le multiplexage peut être fréquentiel (pour lequel les différents signaux sont transmis simultanément en se répartissant sur la bande passante) ou temporel (pour lequel la totalité de la bande passante est affectée séquentiellement aux différentes voies de mesures).

Le choix de la chaîne d'acquisition est primordial lors d'investigations dynamiques.

# 3.5.2. Échantillonnage

La conversion repose sur deux éléments qui définissent la performance du conditionnement: l'échantillonnage et la quantification. L'échantillonnage est défini par l'intervalle de temps entre deux mesures. Il s'agit d'une période et son inverse est appelé *fréquence d'échantillonnage*. La quantification est la relation qui permet de passer de la mesure analogique et la valeur numérique. L'échantillonnage et la quantification conditionnent l'estimation des fréquences, des déphasages et des amplitudes.

Le convertisseur transforme la valeur de l'échantillonneur/bloqueur en un flux de bits de longueur donnée (typiquement de 12 à 16 bits). Le signal analogique est donc converti en une fonction escalier dont la hauteur des marches est constante et résulte de l'étendue du convertisseur. Plus ces marches seront petites, plus le signal numérique épouse le signal analogique. Cette hauteur définit la précision de la conversion. Une fréquence d'échantillonnage élevée améliore cette précision (Fig. 49).



FIGURE 49 Échantillonnage et quantification.

Le choix de l'échantillonnage est donc d'une importance fondamentale pour disposer de données de grande qualité, ce qui est une condition indispensable pour l'évaluation dynamique, rendant les investigations dynamiques particulièrement sévères en termes de qualité de l'information. Pour atteindre cet objectif, de hautes fréquences d'échantillonnage (nombre de valeurs par seconde) requièrent des cartes d'acquisition à grande vitesse, autorisant l'enregistrement de grandes quantités de données.

L'échantillonnage est décrit par la fréquence, exprimée en Hz, à laquelle le signal analogique est acquis et numérisé par la carte d'acquisition.

La plupart des capteurs présentent des fréquences de coupure  $f_c$ ; cette fréquence correspond à la fréquence pour laquelle l'amplitude du signal de sortie est réduite d'un facteur  $\sqrt{2}$  et tombe à environ 71% de l'amplitude du signal d'entrée. Pour autoriser une récupération du signal sans déformation, la fréquence minimale d'échantillonnage est donnée par le théorème de Shannon :

$$f_{e\,\min} = 2 f_c \quad ; \tag{3.1}$$

## *f*<sub>e.min</sub> est appelée *fréquence de Nyquist*.

Cette condition peut se généraliser à l'étude du comportement dynamique des ouvrages ; supposons que le mode le plus élevé recherché soit à la fréquence  $f_{max}$ . En appliquant le théorème de Shannon il vient que la fréquence d'échantillonnage doit respecter la condition :

$$f_e = 2 f_{\max} ; \qquad (3.2)$$

En pratique, cette condition n'est pas suffisante pour assurer une bonne représentation des signaux. Il est recommandé d'avoir des fréquences d'échantillonnage supérieures à :

$$f_{e} = (5 \text{ ou } 10) f_{\max}$$
; (3.3)

La fréquence de Nyquist définit une valeur limite au-dessous de laquelle des phénomènes de recouvrement apparaissent sur la bande de fréquences du signal analysé. Cet effet s'appelle le *repliement* (Fig. 50). Pour le réduire, le signal analogique doit être passé dans un *filtre* dit *anti-repliement* qui est un filtre passe-bas ; il est recommandé de prendre une fréquence supérieure de ce filtre égale à 0,4 fois la fréquence d'échantillonnage.



# 3.5.3. Étalonnage et bruit de fond

Plusieurs techniques d'étalonnage existent, suivant le type de capteur utilisé. Cependant divers principes généraux peuvent être énoncés, notamment pour les accéléromètres qu'il convient de connaître. Il faut cependant distinguer l'étalonnage du capteur de l'étalonnage de la chaîne complète d'acquisition.

### • ÉTALONNAGE PAR COMPARAISON

Il s'agit d'une méthode rapide visant à obtenir la sensibilité d'un capteur. C'est l'une des techniques d'étalonnage les plus couramment utilisées : l'étalonnage est réalisé en comparant la sortie du capteur étalonné à celle d'un capteur étalon. Cette technique est sensée être limitée aux étendues de fréquences et d'amplitude pour lesquelles le capteur étalon a été lui-même étalonné. Cette technique est particulièrement utilisée pour l'étalonnage d'accéléromètres, de vélocimètres ou de capteurs de déplacements (monté sur un système de vibration).

### • ÉTALONNAGE PAR CHAMP GRAVITATIONNEL

Pour des mesures de faibles accélérations, la force gravitationnelle peut être utilisée pour l'étalonnage. C'est l'accélération qui est effectivement la plus stable, précise et pratique pouvant être utilisée comme référence. L'étalonnage est réalisé en deux étapes : perpendiculaire et parallèlement à la force de gravité. Pour des mesures de haute précision, un support étalonné doit être utilisé pour s'assurer d'une orientation exacte perpendiculaire à l'accélération gravitationnelle.

## • ÉTALONNAGE D'UNE CHAÎNE D'ACQUISITION

L'étalonnage des capteurs (ou leur étalonnage périodique) est indispensable pour disposer de mesures pertinentes, stables et fiables dans la gamme d'utilisation des capteurs. Cependant, le capteur n'est qu'un élément de la chaîne d'acquisition, il est donc nécessaire d'étalonner l'ensemble de la chaîne d'acquisition.

En laboratoire, il est souvent classique d'étalonner la chaîne d'acquisition en imposant à chaque capteur une entrée contrôlée. Cette méthode est rarement utilisée en pratique pour des investigations sur site. Dans ce cas, les caractéristiques de la chaîne complète sont soit déterminées en combinant les caractéristiques des composants individuels ou en utilisant un système simulant la sortie (voltage) d'un capteur.

Il peut en effet y avoir un bruit de fond significatif à la sortie du système de mesure, même en absence de signal fourni par les capteurs. Ce bruit résulte du couplage entre les circuits du système de mesure et l'alimentation électrique, par la sensibilité aux vibrations des éléments (comme le câblage) autres que les capteurs eux-mêmes, de la sélection impropre de composants du système. Le rapport signal/bruit que le système peut atteindre n'est alors pas rempli. Il est notamment très important de s'assurer que le bruit ne provient pas du système de fixation. Le câblage joue également un rôle particulier ; les effets tribo-électriques induits par des courbures excessives le long d'un câble peuvent engendrer des bruits de mesure qui peuvent être particulièrement gênant pour des mesures très précises. Il convient notamment d'être vigilant sur la courbure des câbles en sortie des capteurs (Fig. 51). Enfin, pour certains capteurs, l'environnement électromagnétique peut largement perturber la mesure.



FIGURE 51 Fixation des câbles en sortie de capteur.

# **3.6. Plan d'instrumentation**

Une fois le choix des capteurs effectué, leur nombre et leur position doivent être déterminés au mieux pour répondre aux objectifs finaux de l'évaluation dynamique. Une connaissance, même imparfaite des modes propres de la structure, permettra de choisir au mieux l'implantation des capteurs en évitant notamment les nœuds de vibration.

Intuitivement, un maillage fin de capteurs conduira à une description améliorée des déformées propres de l'ouvrage. Cependant, d'un point de vue pratique, le recours à un maillage synchrone (Fig. 52) implique la mise en place d'un grand nombre de capteurs et un système d'acquisition autorisant le transfert d'une grande quantité d'informations vers un système de stockage de grande capacité. Il n'est pas toujours possible de disposer du nombre de capteurs souhaité en acquisition synchrone. Une alternative est donc de recourir à des *phases d'acquisition* (ou *setups*) qui consistent à effectuer une acquisition synchrone d'un nombre réduit de capteurs. Cette phase d'acquisition

permet d'identifier une partie des déformées modales. Pour compléter ces modes, une partie des capteurs est déplacée, les autres restant fixes. Ces *points de référence* faciliteront la reconstruction des modes propres en servant d'amplitude modale de référence (Fig. 53).



FIGURE 52

Maillage de capteurs en acquisition synchrone.



a. Vue générale de l'ouvrage.

b. Phase d'acquisition.

• accéléromètre transversal ;  $\rightarrow$  accéléromètre longitudinal ;  $\downarrow$  accéléromètre vertical

Les couleurs indiquent les phases d'acquisition (points mobiles), la couleur noire indique les points de références (points fixes).

Les numéros sur les piles indiquent les piles instrumentées dans chaque phase.

# FIGURE 53

Plan d'instrumentation décomposé en phases d'acquisition.

L'échantillonnage spatial est un problème qui se pose systématiquement au concepteur d'essais vibratoires. Il est intuitif que plus le maillage de capteurs sera resserré, plus les déformées modales seront déterminées avec précision. Cependant, si cette assertion est vraie pour les déformées modales, elle se trouve être erronée lorsqu'il s'agit de déterminer des courbures. Or, les courbures sont des éléments incontournables pour la construction d'indicateurs d'endommagement (*cf.* **Chapitre 3**). Sazonov and Kinkhachorn (2004) ont pointé que les propriétés des méthodes numériques utilisées pour le calcul des courbures et le bruit des mesures peuvent simultanément affecter la qualité de leur évaluation. Ils ont ainsi développé quelques règles, applicables seulement aux poutres, pour déterminer l'échantillonnage  $h_0$  spatial optimal en fonction d'un niveau de bruit de mesure  $\varepsilon$ :

$$h_0 = \sqrt[4]{\varepsilon F_4} \quad ; \tag{3.4}$$

avec  $F_4$  donné par le tableau VI.

Conditions aux limites	Mode 1	Mode 2	Mode 3
Encastré-encastré	0,0959	0,0126	0,0033
Simple-simple	0,4927	0,0307	0,0061

TABLEAU VI - Valeurs du coefficient F<sub>4</sub> pour diverses conditions aux limites d'une poutre

Cette résolution spatiale dépend directement du bruit de mesure : en doublant l'intervalle d'échantillonnage, l'effet du bruit est réduit d'un facteur 16. Mais, elle dépend également du mode, au travers du facteur  $F_4$  qui croît lorsque le mode augmente. Cependant, ce facteur est indépendant de l'échantillonnage spatial. Pour une poutre sur appuis simples, avec 1% de bruit, le nombre optimal de capteurs sera de 9 pour le second mode, et de 16 pour le quatrième. L'expression (3.4) peut être complétée par des intervalles d'échantillonnage correspondant aux cas extrêmes où le calcul de la courbure est perturbée par le bruit et par les erreurs numériques d'approximation :

$$h_{\min} = \sqrt{\frac{\delta}{2} - 0.5\sqrt{\delta^2 - 4\epsilon F_4}}$$
  

$$h_{\max} = \sqrt{\frac{\delta}{2} + 0.5\sqrt{\delta^2 - 4\epsilon F_4}}$$
(3.5)

Comme  $F_4$ ,  $\delta$  ne dépend pas de l'échantillonnage mais du degré du mode (tableau VII).

TABLEAU VII - Valeurs du coefficient  $\delta$  pour diverses conditions aux limites d'une poutre

Conditions aux limites	Mode 1	Mode 2	Mode 3
Encastré-encastré	0,4233	0,1446	0,0748
Simple-simple	1,2150	0,3039	0,1350

Ces expressions permettent cependant de tirer quelques éléments importants sur l'échantillonnage spatial :

• il diminue avec le degré du mode. Les hautes fréquences requièrent un plus grand nombre de points de mesure que les plus basses,

 les bornes d'échantillonnage se réduisent avec le bruit ; une amélioration de la fiabilité des données permettra de disposer de modes propres et de courbures de meilleure qualité,

 l'échantillonnage optimal augmente avec le bruit : afin d'améliorer la précision de l'estimation des courbures, l'effet du bruit doit être compensé par une réduction du nombre de points de mesures.

# **3.7. Préparation, organisation et reportage d'une investigation dynamique**

La réalisation d'investigations dynamiques est nécessairement justifiée par un ou plusieurs objectifs (**Chapitre 2**). Il est donc nécessaire et fondamental de toujours positionner les essais par rapport à ces objectifs, ce qui conditionnera largement la nature et la quantité d'information utiles. La norme NF ISO 14963 (voir également la norme NF E90-020) rappelle qu'il convient de préciser la conception des investigations dynamiques. Celle-ci doit préciser :

l'ouvrage à examiner : mode d'exploitation actuel, âge, état, présence de dommages structuraux, phénomènes dynamiques particuliers constatés. La description de l'ouvrage est indispensable et doit comporter les détails de construction et d'exploitation (réparations) pouvant avoir une influence sur le comportement dynamique (joints, appareils d'appuis, éléments de liaison particuliers, caractéristiques de fonctionnement des éléments structuraux, etc.).

l'objectif de l'évaluation dynamique : cet aspect a été décrit au Chapitre 2,

 les méthodes à adopter pour l'étude : type d'essai (nature de l'excitation), mode de traitement des données, méthodes et algorithmes à utiliser,

le plan d'instrumentation.

L'ensemble des caractéristiques des essais est répertorié dans un *rapport d'essai* qui doit comprendre :

une description des équipements utilisés (y compris l'étalonnage) : elle doit préciser le type d'excitation et la spécificité du dispositif de l'excitation lorsque celle-ci est contrôlée (on se réfèrera pour cela à l'annexe A de la norme NF ISO 14963), les spécifications des capteurs (Annexe C), la chaîne de mesure et ses performances, le câble et les systèmes de fixation utilisés ;

 une description du mode opératoire de mesure et l'emplacement des capteurs ; tous les problèmes rencontrés lors des essais, les conditions météorologiques, les longueurs de câble doivent être consignées ;

une évaluation de la qualité des données : il est recommandé d'apprécier le rapport signal/bruit et la sensibilité de la chaîne complète de mesure. Si des traitements de données spécifiques sont réalisés (calcul de spectres, filtrage, etc.), les algorithmes de calcul numérique utilisés doivent être précisés en citant les références ad hoc.

Le rapport d'essai doit bien évidemment également spécifier les informations suivantes : l'ingénieur assurant la réalisation des investigations dynamiques et du traitement des données, la date des essais, les conditions environnementales (notamment la température), les essais et études de référence déjà réalisées sur l'ouvrage.

# **4.** Principes d'analyse des essais vibratoires

# 4.1. Analyse des signaux bruts

# 4.1.1. Amplitudes maximales et histogrammes d'effets

La détermination des amplitudes maximales d'un effet sous chargement dynamique peut constituer une connaissance indispensable pour apprécier l'aptitude au service d'un ouvrage. Des niveaux excessifs d'accélération ou de déplacement peuvent ainsi conduire à prendre des mesures conservatoires pour un ouvrage (ajout d'amortisseur, limitation de vitesse, renforcement, etc.), notamment en vue de réduire ces amplitudes qui peuvent conduire soit à des risques d'inconfort, soit à des risques d'endommagement par fatigue. Ces problèmes concernent notamment les structures très souples (haubans, passerelles, structures élancées, etc.) sensibles aux effets dynamiques. La figure 54 illustre l'exemple de l'accélération d'un point de tablier.



FIGURE 54 Accélération mesurée, maximale et minimale d'un point de tablier.

Le signal de la figure 54 peut être condensé pour fournir un histogramme d'accélérations (Fig. 55).



La valeur efficace du signal (Root Mean Square – RMS en anglais) est la caractéristique statistique la plus simple et la plus significative à obtenir puisqu'elle représente l'intensité du signal. Cette valeur efficace est la somme de la variance du signal et du carré de la valeur moyenne du signal :

$$x_{\text{eff}}^2 = \sigma_y^2 + \overline{x}^2 \tag{4.1}$$

# 4.1.2. Énergie, puissance moyenne, densités spectrales de puissance

L'utilisation de la *transformée de Fourier rapide* (Fast Fourier Transform – FFT) permet de calculer, pour une réponse *X*(*t*), les termes de la transformée de Fourier discrète [*R1156*] :

$$\hat{X}\left(\frac{n}{N T_{e}}\right) = \sum_{k=0}^{N-1} X(k T_{e}) \exp\left(-i 2\pi \frac{k n}{N}\right)$$
$$= \sum_{k=0}^{N-1} X(k T_{e}) \left[\cos\left(2\pi \frac{k n}{N}\right) - i \sin\left(2\pi \frac{k n}{N}\right)\right] = A_{n} + i B_{n}$$
(4.2)

où  $T_e = 1/f_e$  est le temps d'échantillonnage et  $f_e$  la fréquence d'échantillonnage. *N* est le nombre de valeurs échantillonnées du signal *X*(*t*). Une fois les termes de la transformée discrète de Fourier calculés, il est alors possible d'exploiter ces résultats de plusieurs manières.

La première consiste à tracer le spectre d'amplitude  $\frac{2}{N}\sqrt{A_n^2 + B_n^2}$  et le spectre de phase arctan  $(B_n/A_n)$ . Le spectre d'amplitude est particulièrement intéressant pour déterminer les amplitudes modales (Fig. 56).

D'autres représentations existent et sont plus souvent utilisées que le spectre d'amplitude. Ainsi, la représentation en spectre de puissance  $\frac{2}{N} \left(A_n^2 + B_n^2\right)$  permet de refléter la puissance du signal sur chaque fréquence (parfois exprimée en échelle logarithmique décimale en dB). Une autre représentation (appelée *périodogramme*) est celle de la densité spectrale de puissance  $\frac{2}{N} f_n \left(A_n^2 + B_n^2\right)$ , souvent exprimée en échelle logathmique décimale en dB/Hz (Fig. 57).





FIGURE 56

Spectre d'amplitude de la réponse ambiante d'un hauban de pont.

Densité spectrale de puissance de la réponse ambiante d'un hauban de pont.

Pour améliorer la représentation spectrale, une alternative (si l'on dispose de signaux assez longs) consiste à découper le signal en segments, de calculer le spectre de puissance sur chaque segment puis d'en effectuer la moyenne pour fournir un spectre de puissance moyen (Fig. 58).





Le fait que le signal échantillonné ne soit pas de longueur infinie mais finie (on parle de troncature temporelle) va se manifester dans le calcul de la transformée de Fourier discrète par un étalement spectral appelé *traînage* (*leakage* en anglais). La résolution fréquentielle de l'analyse en est dégradée : deux composantes de  $\hat{X}(f)$  distantes de moins de  $f_e/N$  seront mélangées et inséparables. Cette troncature se traduit implicitement par la multiplication du signal de longueur infinie par une fenêtre rectangulaire (*boxcar* en anglais) de valeur unitaire et de longueur finie (la durée de l'enregistrement). La figure 59 illustre cet effet de troncature temporelle pour un signal harmonique. L'effet de traînage sera d'autant plus important que le signal sera court. Cet effet de traînage se traduit par l'apparition de lobes (dits principaux ou secondaires). La largeur du lobe principal influencera la résolution en fréquences ; plus ce lobe sera étroit, meilleure sera la résolution. Pour distinguer deux fréquences  $f_1, f_2$ , l'échantillonnage doit notamment respecter la condition de résolution :

$$\left|f_{1}-f_{2}\right| > \frac{f_{e}}{N} \tag{4.3}$$





Cette condition est particulièrement importante pour des ouvrages très souples qui présentent un grand nombre de fréquences dans une bande très réduite (exemple du viaduc de Millau pour lequel les deux premières fréquences théoriques sont espacées de 0,03 Hz). Ces problèmes de résolution et de fenêtrage peuvent concerner les phénomènes transitoires souvent très brefs en durée. La hauteur des lobes secondaires joue sur le phénomène même de traînage ; plus cette hauteur sera importante, plus le traînage sera marqué.

Pour corriger ces effets, il est courant d'appliquer une fenêtre qui va supprimer les discontinuités du début et de la fin de la fenêtre rectangulaire. De nombreuses fenêtres temporelles sont utilisées : fenêtres de Hamming, Hahn, Parzen, Kaiser... [*Lalanne,1999*]. Les avantages de chacune des fenêtres offertes aujourd'hui par les analyseurs commerciaux de spectres et les outils informatiques ont été largement discutés dans la littérature. Ces avantages sont essentiellement liés à la nature du signal. Il ne faut surtout pas oublier que le remplacement de la fenêtre rectangulaire par une autre fenêtre plus lissée modifie le signal (atténuation des extrémités) et donc réduit la durée effective du signal, modifiant la résolution attendue. Enfin, la densité spectrale de puissance doit être corrigée par un facteur de compensation pour corriger la différence de surface liée à l'introduction de la fenêtre.

En pratique, les signaux utilisés lors des investigations dynamiques sont suffisamment longs pour permettre de bonnes analyses fréquentielles. Il convient enfin de souligner que les spectres calculés par périodogramme sont des estimateurs et non les spectres exacts. Dans cette estimation, une erreur statistique est donc introduite et son analyse est essentielle. En particulier la densité spectrale de puissance avec fenêtre rectangulaire est un spectre biaisé, c'est-à-dire que la valeur moyenne de l'estimation n'est pas égale au vrai spectre quel que soit la longueur du signal. De plus sa variance ne se réduit pas avec la durée du signal, ce qui fait que l'estimation du spectre n'est pas consistante; elle reste proportionnelle au carré du spectre cherché. Une alternative, due à Welch, consiste d'une part à moyenner (comme dans le cas de la figure 58) et d'autre part à appliquer des fenêtres de pondération. Cette approche ne réduit ni le biais ni la variance mais présente l'intérêt de réduire les lobes secondaires au détriment de la résolution. La recherche de réduction de la variance conduit en effet à réduire la résolution. Une alternative à cette technique consiste à faire se recouvrir les spectres moyennés ; il n'y a plus décorrélation entre spectres.

La valeur efficace du signal peut également se déterminer à partir de la densité spectrale de puissance en éliminant la composante continue :

$$\begin{aligned} x_{\text{eff}}^{2} &= \sigma_{x}^{2} + \overline{x}^{2} \\ &= \int_{0^{+}}^{+\infty} P_{x}(f) \, df + \overline{x}^{2} = \int_{0}^{+\infty} P_{x}(f) \, df \end{aligned}$$
(4.4)

où  $P_x(f)$  est la densité spectrale du signal x(t).

D'autres caractéristiques utiles peuvent s'avérer très utiles comme la *densité spectrale de puissance croisée* entre deux signaux ou la *fonction de cohérence* (**Annexe A**). La fonction de cohérence est comprise entre 0 et 1 ; une valeur nulle indique que les deux signaux sont non corrélés alors qu'une valeur de 1 est caractéristique d'une corrélation parfaite. En général, la fonction de cohérence est comprise entre ces deux valeurs en raison notamment de la présence de bruit dans les mesures. Cette fonction de cohérence est particulièrement intéressante pour vérifier que la structure se comporte linéairement vis-à-vis d'une excitation d'entrée. En effet, si la fonction de transfert (**Annexe B**) est linéaire, la fonction de cohérence entre l'entrée du système (excitation) et la sortie (réponse) vaut 1. Toute valeur inférieure indiquera la présence de non linéarités ou que la réponse est due à d'autres excitations que celle envisagée.

# 4.1.3. Détermination des dépassements de niveaux

En analyse vibratoire des structures, il est classique de s'intéresser à la fonction de fiabilité  $W_x(a,T)$  qui est la probabilité que la réponse X(t) de la structure soumise à une excitation aléatoire, reste inférieure à un seuil de niveau *a* (déterministe) pendant une durée de service *T* :

$$W_{X}(a,T) = \mathcal{P}(X(t) \le a, 0 \le t \le T)$$

$$\tag{4.5}$$

La fonction d'état limite de ce problème est donc tout simplement X(t) - a = 0.

Pour les processus stochastiques, résoudre ce problème consiste à caractériser la statistique des valeurs extrêmes. En particulier, il faut s'intéresser à la statistique des *franchissements de seuils ou de niveaux*. Pour une structure à comportement linéaire soumise à une excitation aléatoire, la résolution de ce problème est bien établie. Ceci suppose cependant des hypothèses sur la nature du processus d'excitation : stationnaire, gaussien, de moyenne nulle.

La théorie des franchissements de niveaux est due à Rice [*Rice*, 1944]. Le principe de la théorie consiste à définir une fonction de comptage des franchissements (ou dépassements) d'un effet a  $N_x(a,t_1,t_2)$  associée à une période d'observation ou de scrutation (Fig. 60).

Appliqué au signal de la figure 60, il est alors possible de compter les franchissements croissants pour les valeurs positives, et les franchissements décroissants pour les valeurs négatives afin de former l'histogramme des dépassements de niveaux de la figure 61. Cet histogramme donne une bonne image des variations de l'effet, en éliminant notamment les nombreuses valeurs successives voisines dans les zones où l'effet varie peu.



Nombre de réalisations (x10<sup>4</sup>)



FIGURE 60 Comptage des franchissements de niveau.


Pour les processus qui sont stationnaires gaussiens, la *fréquence moyenne des franchissements*  $v_{X,a}^+$  (nombre de franchissements par unité de temps) est alors donnée par la formule de Rice :

$$v_{X,a}^{+} = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{\dot{X}}}{\sigma_{X}} \exp\left[-\frac{a^{2}}{2\sigma_{X}^{2}}\right]$$
(4.6)

Le terme  $n_0^+ = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{\dot{X}}}{\sigma_X}$  est appelée *fréquence moyenne*,  $\dot{X}$  représentant le processus dérivé de *X*:

elle correspond à la fréquence à laquelle l'énergie est la plus concentrée dans le spectre. Cette fréquence moyenne peut être reliée à la densité spectrale de puissance par la relation :

$$n_{0}^{+} = \left[\frac{\int_{0}^{\infty} f^{2} P(f) df}{\int_{0}^{\infty} P(f) df}\right]^{\frac{1}{2}}$$
(4.7)

Rappelons que  $\sigma_X^2 = x_{eff}^2 = \int_0^\infty P(f) df$  (eq.4.6 en supposant le signal centré). La connaissance de la densité spectrale de puissance, et donc de la valeur efficace du signal et de la fréquence moyenne, permet de calculer la valeur moyenne du nombre de franchissements du niveau a sur la durée *R* :

$$N_{X,a}^{+} = n_{0}^{+} R \exp\left[-\frac{a^{2}}{2 x_{eff}^{2}}\right]$$
(4.8)

Le cas  $N_{X,a}^+=1$  fournit la plus forte valeur en moyenne du signal observée sur la période *R* (Fig. 62):

$$a_0^2 = x_{eff} \sqrt{2 \ln(n_0^+ R)}$$
 (4.9)



Valeur maximale en moyenne d'un signal sur une période donnée.

La durée *R* peut s'apprécier comme le temps moyen entre deux occurrences de la valeur  $a_0$ . Ce temps moyen est appelée *période de retour* et il est possible de démontrer [*Cremona, 2003*] que la probabilité de dépasser  $a_0$  sur une durée de référence *T* est *p*, c'est-à-dire :

$$R(a_0) = \frac{T}{-\ln(1-p)}$$
(4.10)

ce qui donne :

$$-n_{0}^{+} \exp\left[-\frac{a_{0}^{2}}{2 x_{eff}^{2}}\right] T = \ln(1-p)$$
(4.11)

ou en terme de fonction de fiabilité

$$1 - p = \exp\left(-n_0^+ \exp\left[-\frac{a_0^2}{2 x_{eff}^2}\right]T\right) = W_X(a_0, T)$$
(4.12)

Les courbes de dépassements de niveaux sont utilisées pour comparer la sévérité de plusieurs vibrations aléatoires, pour évaluer leur potentiel de dommage. Cette méthode se justifie si le signal considéré est une déformation (ou contrainte), à une réserve près que la relation entre le nombre de pics et le nombre de dépassements de seuil n'est pas immédiate. Dans le cas général, il est préférable de faire une analyse de comptage de cycles comme celle présentée dans le paragraphe suivant. L'étude des dépassements de niveaux peut être intéressante dans l'étude de confort ou de risque d'incursion du comportement d'un élément de structure dans un domaine de comportement non souhaité (plastification...).

## 4.1.4. Détermination des rainflows

Dans l'étude en fatigue, l'information pertinente sur les sollicitations est la variabilité des étendues de contraintes. Deux approches sont possibles :

 mener un calcul temporel de la réponse de la structure puis appliquer un algorithme de comptage des cycles d'étendue de contrainte de type *rainflow* (ou méthode de la goutte d'eau),

• modéliser de manière probabiliste les distributions d'étendues de contraintes.

Bien que les progrès en informatique permettent aujourd'hui de mener des calculs complexes sur de simples ordinateurs personnels, la première approche requiert des temps de calcul qui peuvent parfois être importants. La seconde approche, moins coûteuse et plus simple d'utilisation, repose cependant sur un certain nombre d'hypothèses qu'il convient de vérifier :

- les processus de contraintes sont stationnaires gaussiens à spectre étroit,
- le nombre de maxima locaux au dessus de la valeur moyenne du processus de contrainte est égal au nombre de minima sous cette moyenne,

 tous les extrema sont comptés. Un maximum local est conjugué avec un minimum local et toutes les interactions entre cycles sont ignorées,

les maxima locaux au dessus de la moyenne du processus sont supposés endommageants.

La première des hypothèses est assurée par le fait que le processus d'excitation est lui-même supposé gaussien et que le comportement structural est linéaire. Cependant, en présence de non-linéarités structurales, cette hypothèse n'est plus valable et un recours au calcul temporel s'impose clairement. La seconde et la troisième hypothèses s'admettent assez aisément si l'historique de la réponse est suffisamment long. Enfin la dernière hypothèse repose sur le fait que les soudures (points chauds où l'endommagement par fatigue est essentiellement évalué) sont le lieu de contraintes résiduelles de traction importantes. Ces hypothèses permettent alors d'écrire que la fonction densité des étendues de contrainte suit une loi de Rayleigh :

$$f_{\Delta X}(\Delta s) = \frac{1}{\left(2 \sigma_X\right)^2} \Delta x \exp\left(-\frac{\Delta x^2}{2 \left(2 \sigma_X\right)^2}\right)$$
(4.13)

où  $\sigma_x$  est l'écart-type du processus de contrainte X,  $\Delta X$  dénotant le processus d'étendue de contrainte.

Lorsque l'on ne souhaite pas recourir à des hypothèses sur les séquences des maxima/minima, ou si le comportement de la structure est supposé non linéaire, le nombre de cycles pour des étendues

de contrainte données peut être directement déterminé par l'analyse de l'historique des contraintes. Cet historique s'obtient dans le cadre d'un calcul temporel de la réponse. Cette analyse fournit un histogramme, dit *histogramme de comptage de cycles*, qui donne ce nombre de cycles pour des classes d'étendue de contrainte prédéfinies. Le calcul de cet histogramme s'effectue au moyen de méthodes dites méthodes de comptage de cycles, dont la plus connue est la *méthode du rainflow* ou de la *goutte d'eau*. La figure 63 donne trois exemples courants d'historiques de contrainte : amplitude constante, processus stationnaire gaussien à bande étroite, processus stationnaire. Le premier est le plus simple et le nombre de cycles est aisément identifié et les étendues de contrainte sont les mêmes pour tous les cycles. Dans le second cas, chaque dépassement du niveau moyen correspond exactement à un maximum local et un cycle est défini comme l'évolution du processus de contrainte entre deux dépassements successifs du niveau moyen. Les étendues de contrainte varient d'un cycle à l'autre et suivent une loi de Rayleigh. Pour le troisième cas, les cycles et les étendues de comptage de cycles.



FIGURE 63 Exemples d'historiques de contrainte.

Trois méthodes sont couramment utilisées : le *comptage de pics*, le *comptage d'étendue* et le *comptage de rainflow*. Ces méthodes fournissent des résultats identiques lorsque le processus est stationnaire gaussien à bande étroite. Des différences notables subsistent cependant dans l'étude de processus quelconques.

La méthode de comptage des pics consiste à compter tous les maxima locaux au-dessus de la valeur moyenne. Un maximum local est alors associé à un minimum local (sous la valeur moyenne) de même étendue par rapport à la valeur moyenne. Un historique de contrainte équivalent est alors obtenu. Les cycles ainsi formés sont alors indépendants de leur position relative dans l'historique des contraintes. Dans ce processus de comptage, un certain nombre de cycles correspondant à des maxima locaux sous la valeur moyenne du processus peuvent être ignorés.

Dans la méthode de comptage d'étendue, la différence entre deux extrema successifs est comptée comme un demi-cycle. Cette méthode utilise seulement une information locale de l'historique des contraintes puisque chaque extremum est associé avec les extrema le précédant et le suivant. Cette méthode de comptage présente la caractéristique de compter toutes les petites étendues de contrainte, mais de casser certaines étendues plus larges en plus petites.

1. L'algorithme du rainflow comptabilise des demi-cycles, c'est-à-dire des boucles ouvertes d'hystérésis du métal soumis à des chargements alternés. L'algorithme est illustré par la figure 64 : pour respecter l'image qui donne son nom à la méthode, l'axe de temps est placé dans le sens vertical, orienté vers le bas, et donc l'axe des contraintes dans le sens horizontal. Nous partons de l'origine et considérons successivement chaque extremum local rencontré. S'il s'agit d'un minimum : imaginons une goutte d'eau naissant à l'intérieur (à droite) de ce minimum, et faisons-la couler en suivant la pente descendante. Cette goutte suivra son trajet naturel jusqu'à l'instant final sauf dans deux circonstances où le trajet est stoppé :

- si son trajet débouche sur un autre trajet déjà emprunté par une goutte antérieure,
- si son trajet doit lui faire franchir un minimum inférieur à celui du départ : le trajet s'interrompt alors au maximum précédent franchi.

2. S'il s'agit d'un maximum : imaginons une goutte d'eau naissant à l'intérieur (à gauche) de ce maximum, et faisons-la couler en suivant la pente descendante. Comme ci-dessus, son trajet naturel est stoppé dans deux cas :

si son trajet débouche sur un autre trajet déjà emprunté par une goutte antérieure,

• si son trajet doit lui faire franchir un maximum supérieur à celui du départ : le trajet s'interrompt alors au minimum précédent franchi.

Chaque fois qu'un trajet est stoppé, on comptabilise un demi-cycle en lui associant l'étendue la plus grande du trajet, c'est-à-dire la différence entre le plus grand pic et la plus faible vallée le long du trajet.

La norme A03-406 [A03-406] présente une mise en œuvre différente mais aisée de cette méthode de comptage.

Une comparaison entre méthodes montre que la méthode du rainflow fournit les meilleurs résultats; ceci explique pourquoi elle est couramment utilisée. Elle est la seule méthode qui permet d'identifier les cycles lents et les cycles rapides. La méthode de comptage des pics surestime en général les probabilités d'occurrence des grandes étendues de contrainte tandis que la méthode de comptage des étendues favorisera le comptage des petites étendues et donc leur assignera des probabilités d'occurrence plus grandes. En comparaison avec la méthode du rainflow, le comptage des pics conduit à une surestimation de l'endommagement ; la méthode de comptage des étendues tend par contre à le sous-estimer. Il convient enfin de signaler qu'il est très difficile d'obtenir des résultats analytiques concernant la distribution statistique des étendues de contrainte issues d'une identification par la méthode du rainflow. Cette méthode est donc essentiellement utilisée pour déterminer les cycles et les étendues de contrainte de signaux expérimentaux ou numériques. Les cycles identifiés sont le plus souvent représentés sous forme d'histogrammes (Fig. 65).







Histogrammes du rainfflow sur plusieurs jours en un point de mesure.

Le critère de dommage par fatigue le plus utilisé sous chargement d'amplitude variable est la *règle de Palmgren-Miner* :

$$E\left[D_{T_e}(T)\right] = \frac{T}{T_e} \sum_{k=1}^{m} \frac{n\left(\Delta s_k\right)}{N\left(\Delta s_k\right)} = \frac{T}{T_e} D_{T_e}$$
(4.14)

où  $n(\Delta s_k)$  est le nombre de cycles subis sur la durée de mesure  $T_e$ . Le nombre de cycles à la rupture  $(N\Delta s)$  est habituellement fourni par les *courbes de Wöhler*. Ces courbes, qui diffèrent suivant l'assemblage ou détail, sont en réalité des courbes de fractiles à 95% : le nombre de cycles à la rupture donné correspond donc à un nombre de cycles ayant une probabilité de 95% d'être dépassé. Il s'agit donc en quelque sorte d'une sous évaluation du nombre de cycles à la rupture. Classiquement, ces courbes sont définies par trois segments de droite :

$$N(\Delta s) = C_3 \ \Delta S^{-3} \qquad \Delta S \ge \sqrt[3]{C_3/5 \ 10^6}$$

$$N(\Delta s) = C_5 \ \Delta S^{-5} \qquad \sqrt[3]{C_3/5 \ 10^6} \ge \Delta S \ge \sqrt[5]{C_5/10^8}$$

$$N(\Delta s) = \infty \qquad \sqrt[5]{C_5/10^8} \ge \Delta S$$

$$(4.15)$$

Une courbe de Wöhler est caractérisée par :

■ la résistance  $\Delta S_c$  à deux millions de cycles  $N_c$ , qui définit la catégorie de détail dans les Eurocodes. Elle varie de 36 à 125 MPa (160 MPa pour les produits laminés) selon les détails ;

• la résistance  $\Delta S_3$  à cinq millions de cycles  $N_3$ , qui définit la limite de fatigue ou d'endurance sous amplitude constante ;

• la résistance  $\Delta S_5$  à cent millions de cycles  $N_5$ , qui définit la limite de troncature sous amplitude variable.

La durée de vie se déduit directement de l'endommagement (4.14) :

$$T = \frac{T_e}{D_{T_e}} \tag{4.16}$$

# 4.2. Analyses temps-fréquence

La transformée de Fourier conduit parfois à des difficultés d'interprétation physique. Ainsi, si l'on se réfère à sa définition, le calcul d'une valeur fréquentielle dépendra de la connaissance de toute l'histoire temporelle du signal. Réciproquement, la transformation inverse de Fourier montre que toute valeur du signal se réduit à une superposition infinie d'exponentielles complexes parfaitement délocalisées dans le temps. Ce point de vue mathématique est satisfaisant pour des investigations dynamiques de régime permanent, mais se révèle de portée limitée pour des signaux transitoires ou pour la détection de comportement très localisés dans le temps [*Quinquis, 2002*].

# 4.2.1. Spectrogramme

L'une des premières idées est de considérer le signal comme stationnaire localement, dans une fenêtre d'analyse de durée appropriée. La transformée de Fourier est appliquée pour chacune de ces tranches du signal (en y appliquant une fenêtre pour limiter l'effet de traînage). Ces tranches fournissent des densités spectrales de puissance indexées par le temps utilisé pour la datation des tranches temporelles. Cette décomposition temps-fréquence s'appelle un *spectrogramme* : en théorie c'est une surface indexée par le temps et la fréquence, en pratique le spectrogramme est représentée en deux dimensions, la valeur des densités spectrales étant donnée par un jeu de couleur (Fig. 66).

La figure 66 représente le spectrogramme de la réponse accélérométrique d'un pont rail. Plus la couleur est sombre, plus l'énergie est importante. Les zones noires indiquent donc la présence des fréquences propres de la structure. Le train passe sur l'ouvrage à l'instant t = 1 s ; avant cet instant, le spectrogramme ne met en évidence aucune fréquence dominante. Lors du passage du train jusqu'à sa sortie, dans la bande de fréquence 0-40 Hz, trois fréquences sont identifiables (autour de 4, 6 et 35 Hz). La médiocre résolution ne permet pas d'en avoir une meilleure estimation, mais il est intéressant de constater que les fréquences à 4 et 35 Hz disparaissent dès lors que le train sort de l'ouvrage. Les causes de cette disparition sont différentes ; la fréquence à 4 Hz correspond à l'excitation induite par les bogies sur l'ouvrage (excitation périodique) tandis que la fréquence à

35 Hz correspond à une fréquence propre de la structure très amortie. La présence de la fréquence à 6 Hz perdure une fois le train hors de l'ouvrage : c'est la réponse transitoire de l'ouvrage pour laquelle la fréquence à 6 Hz est la seule dominante. Une analyse de Fourier classique n'aurait pas permis d'identifier ces divers régimes vibratoires.



FIGURE 66 Spectogramme du passage d'un TGV sur un pont-rail.

Cette représentation considère implicitement qu'un signal non-stationnaire peut être vu comme une succession de signaux quasi-stationnaires à l'échelle de la fenêtre d'analyse. La résolution temporelle est alors fixée par la longueur de la fenêtre, la résolution fréquentielle l'étant par la largeur de la transformée de Fourier. Ces deux largeurs sont antagonistes : pour un signal fortement non-stationnaire, la résolution temporelle sera requise au détriment de la résolution fréquentielle. Inversement, si une analyse fréquentielle fine est nécessaire, une fenêtre temporelle longue doit être utilisée, réduisant de fait la résolution temporelle. La transformée de Fourier ne permet donc pas d'effectuer une analyse locale en temps et précise en fréquence.

# 4.2.2. Ondelettes

L'analyse en ondelettes a été développée pour palier aux limites de la transformée de Fourier. Elle adopte pour cela une fenêtre de durée moyenne variable (étroite aux hautes fréquences, large aux basses fréquences) en fonction de la zone spectrale à analyser.

L'ondelette est la vibration la plus courte envisageable dans une plage de fréquences données, ce qui la rend très concentrée en temps ou en fréquence. L'idée de base est de décomposer un signal sur une famille de fonctions translatées et dilatées à partir d'une fonction mère appelée *ondelette*. Plusieurs ondelettes sont disponibles (Meyer, Morlet, Haar, Gauss...), la famille s'écrivant :

$$\frac{1}{\sqrt{a}}\psi\left(\frac{\theta-t}{a}\right) \tag{4.17}$$

la transformation temps-échelle ayant alors pour expression :

$$T(t,a) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{\tau - t}{a}\right) d\tau$$
(4.18)

*t* est une variable de translation (temps) et *a* est une variable d'échelle. Cette variable d'échelle peut être reliée à une pseudo-fréquence qui dépend de l'ondelette utilisée et de la fréquence d'échantillonnage :

$$f_a = \frac{f_c}{a} f_e \tag{4.19}$$

 $f_c$  est la fréquence centrale de l'ondelette retenue. Ainsi, pour l'ondelette de Gauss d'ordre 4, la fréquence centrale vaut 0,5 Hz. L'idée derrière cette fréquence centrale est d'associer un signal purement harmonique à une ondelette (Fig. 67).



FIGURE 67 Ondelette de Gauss d'ordre 4 et pseudo-fréquence centrée.



FIGURE 68 Scalogramme du passage d'un TGV sur un pont-rail.

L'analyse en ondelette présente également un antagonisme entre résolution fréquentielle et temporelle ; cependant à la différence de la transformée de Fourier, les résolutions fréquentielles et temporelles ne seront pas identiques en fonction du plan temps-fréquence. Dans le cas de changements brusques du signal, la transformée en ondelettes existera dans le domaine des petites échelles et sera apte à voir les détails fins du signal, mais son support fréquentielle importante n'est possible qu'avec une ondelette analysante longue, au détriment de la résolution temporelle. La figure 68 donne, sous forme de *scalogramme*, la représentation temps-fréquence du signal de la figure 66. Une ondelette de Dauberchies d'ordre 4 a été retenue. La figure 68 fait apparaître des traces fréquentielles marquées pour les échelles 91, 581 et 721, ce qui correspond aux pseudo-fréquences de 32,1 Hz, 5,8 Hz et de 4,05 Hz. On constate que les fréquences de 4,05 Hz durent le temps du passage du train, alors que la fréquence à 5,8 Hz se maintient après la sortie du train (transitoire).

# **4.3. Identification modale**

L'identification modale [Ewins, 2000] consiste à identifier les caractéristiques modales à partir d'essais vibratoires sous excitation contrôlée ou ambiante. Pour cela, de bonnes investigations dynamiques sont nécessaires et elles impliquent que l'instrumentation et les techniques d'acquisition utilisées soient appropriées et cohérentes avec les objectifs de l'évaluation dynamique. Les méthodes d'identification les plus sophistiquées et les plus performantes resteront toujours en échec devant des données de médiocre qualité. Il est donc important de comprendre les principes fondamentaux impliqués par la réalisation d'essais vibratoires. Il est vrai que les mêmes types de capteurs, de cartes d'acquisition sont employés aussi bien pour des tests vibratoires, l'analyse structurale, la surveillance ou l'évaluation du confort. En revanche, les sources d'excitation diffèrent généralement d'un cas à un autre. Pour être efficace et pertinente, la mise en œuvre d'essais vibratoires doit être précédée :

- du choix des conditions d'essais, notamment de la source d'excitation (1),
- du choix des données à acquérir sur une bande de fréquence donnée (2),
- de la définition du nombre et de la localisation des capteurs (6),
- de l'acquisition et du traitement des données (4).

L'étape (6) est relative à l'exploitation des données, c'est-à-dire à la phase d'analyse modale expérimentale.

La figure 69 illustre ces cinq niveaux essentiels sur des essais réalisés sur un ouvrage de ligne TGV. Le premier niveau est le choix de la *source d'excitation* (point **1**, ici le passage d'un TGV comme source d'excitation). Le second niveau est d'ordre métrologique et concerne le *choix des capteurs* (point **2**, capteur accélérométrique et capteur de déplacement). Le troisième niveau précise le *plan d'instrumentation* (point **3**, nombre de capteurs et positionnement) tandis que le quatrième niveau détaille l'acquisition des données (point **4**, enregistrement de la réponse temporelle ou fréquentielle). Enfin, le dernier niveau a pour objectif l'identification modale elle-même : il s'agit de déterminer les modes propres expérimentaux de la structure (point **5**, déformée modale des modes 2 et 3).

Les caractéristiques modales (fréquences propres  $f_k$ , coefficients d'amortissement  $\zeta_k$ , déformées propres  $\Phi_k$ ) représentent une forme de compression de données. Les propriétés modales sont estimées expérimentalement à partir de signaux temporels. Ces signaux sont rarement utilisables en l'état et ce volume de données est réduit à un certain nombre de fréquences, de coefficients d'amortissement et de déformées propres. À titre d'exemple, un signal comportant 1024 valeurs, avec 100 points de mesure sur une structure constituera 102400 mesures. Ces 102400 valeurs mesurées peuvent se réduire à 20 modes composés d'une fréquence, d'un coefficient d'amortissement et de 100 amplitudes modales, soient 2040 valeurs. Ainsi, le processus d'*identification modale* est donc un filtre et des informations essentielles sur l'état d'une structure peuvent être perdues. Il est donc nécessaire de garder cet aspect lorsqu'on réalise une évaluation dynamique basée sur une caractérisation modale.









Un deuxième facteur suscitant quelques confusions réside dans le fait qu'un endommagement ou une dégradation est un phénomène local. Les phénomènes locaux sont capturés par les fréquences élevées tandis que les basses fréquences tendent à caractériser le comportement global de l'ouvrage et seront donc moins sensibles à des modifications locales du comportement de la structure. La faible sensibilité des basses fréquences pour des réductions de rigidité de moins de 10% est très souvent énoncée. De plus, d'un point de vue expérimental, il sera plus difficile – si ce n'est pas impossible – d'exciter de hautes fréquences à causes des niveaux d'énergie à mettre en œuvre.

La *Transformée de Fourier Rapide* (Fast Fourier Transform - FFT) constitue l'algorithme de base de l'estimation des fonctions de transfert dans les systèmes modernes d'acquisition. Son développement a révolutionné le traitement du signal en facilitant le remplacement de filtres analogiques par des filtres numériques robustes et rapides. L'analyse fréquentielle permet ainsi de rapidement générer des densités spectrales et des fonctions de transfert. Ces fonctions sont alors utilisées pour extraire les paramètres modaux du système. La FFT repose cependant sur des hypothèses concernant les séquences de mesures. Ces hypothèses peuvent cependant se ramener à une des deux situations suivantes :

- le signal doit être un transitoire sur la période d'observation,
- le signal est composé d'harmoniques sur la période d'observation.

Si l'une de ces conditions n'est pas rencontrée dans l'historique du signal mesuré, le spectre résultant pourra être entaché d'erreurs. Si l'on compare à ce qui était disponible il y a seulement une dizaine d'années, d'énormes quantités d'information peuvent aujourd'hui être traitées pour faciliter les analyses modales expérimentales et dans certains cas étudier certaines non linéarités structurales ou certains signaux particuliers.

Un problème important en dynamique des structures réside donc dans la détermination précise des paramètres qui caractérisent les modes principaux d'une structure. Ces paramètres (fréquences propres, décréments logarithmiques, modes propres) sont alors des inconnus : leur connaissance permet la validation et l'amélioration du modèle de comportement dynamique de la structure, d'analyser une partie de cette dernière qui peut être difficile de modéliser analytiquement. De ce fait, l'identification modale signifie l'estimation de ces caractéristiques à partir des mesures des signaux d'excitation et de réponse. Une telle détermination rend possible la prédiction du comportement de la structure dans toutes les situations. Ceci est particulièrement le cas des structures à comportement linéaire puisqu'il est possible de déduire la totalité des réponses pour tout type d'excitation à partir de la connaissance de la réponse à des excitations particulières synthétisées dans la matrice de transfert du modèle.

Durant ces dix dernières années, de nombreuses études ont porté sur le développement de méthodes d'identification temporelle sans connaissance de l'excitation, ce qui est particulièrement bienvenu lors d'essais sous excitation ambiante.

Les techniques classiques d'identification cherchent à déterminer les matrices de transfert du système, ce qui oblige à travailler en régime fréquentiel. Des techniques de minimisation de type moindres carrés sont alors utilisées pour estimer les paramètres des fonctions de transfert. Les réponses impulsionnelles sont ensuite estimées par déconvolution afin de disposer d'un modèle temporel à caractère prédictif. Cependant, les procédures de déconvolution sont très sensibles aux bruits de mesure et conduisent à des oscillations numériques. De plus les signaux ne sont pas connus de façon continue et pour des structures en service, les signaux d'entrée sont parfois totalement inconnus et les paramètres modaux peuvent également subir des modifications. Pour ces diverses raisons, le recours à des techniques d'identification en régime temporel est aujourd'hui de plus en plus courant. Les techniques classiques d'identification en régime temporel utilisées en génie civil sont des techniques utilisant souvent des réponses impulsionnelles. Ceci simplifie le développement numérique des routines d'identification, mais reste également très sensible aux bruits de mesure. Le recours à des mesures de réponse en régime forcé est plus délicat de mise en œuvre, mais présente l'avantage d'assurer une excitation permanente, d'estimer plus correctement l'ensemble des modes pertinents, et dans le cas d'excitation ambiante, de placer la structure dans son environnement de service. Pour des essais en laboratoire, le contrôle des entrées et le choix des classes de ces dernières peuvent être correctement organisés. Pour une structure en service, l'excitation n'est pas forcément connue, ou même mesurable. Il est donc nécessaire de disposer de techniques se limitant à la seule connaissance et mesure de la réponse. C'est ainsi qu'un ensemble de méthodes ont été développées ces dernières années pour répondre à cet enjeu. Tout un éventail

de techniques d'identification existe : l'**Annexe B** présente le principe de quelques-unes. Toutes ne sont pas applicables aux investigations dynamiques en génie civil et ont des mises en œuvre plus ou moins aisées.

L'identification modale a pour but l'identification des paramètres modaux d'une structure à partir d'investigations dynamiques, ce qui implique :

- la détermination du nombre de modes présents dans une bande fréquentielle d'analyse,
- pour chaque mode :
  - l'évaluation de la pulsation propre complexe  $\lambda_k$ ,
  - la détermination du vecteur propre complexe associé normalisé  $\Psi_{\nu}$ ,

• le passage des solutions propres complexes ( $\lambda_k$ ,  $\Psi_k$ ) du système dissipatif aux solutions propres ( $f_k$ ,  $\Phi_k$ ) du système conservatif associé,

la détermination des coefficients d'amortissement ζ<sub>μ</sub>.

Les méthodes d'identification permettent d'accéder aux solutions propres du système dissipatif et de là au système conservatif associé. Il est rare que cette analyse soit une fin en soi.

### 4.3.1. Relation entre modes solutions complexes et solutions réelles

Les méthodes d'identification modale permettant d'accéder aux solutions propres du système dissipatif, les utilisateurs cherchent souvent à comparer les résultats de mesure à des résultats de calcul effectués dans la plupart des cas par éléments finis. Se pose alors la question du passage des solutions complexes du système dissipatif aux solutions réelles du système conservatif.

En ce qui concerne les pulsations propres, le passage est immédiat entre la pulsation complexe  $\lambda_k$  et la fréquence non amortie  $f_k$  et le coefficient d'amortissement  $\zeta_k$ :

$$\lambda_k = 2 \pi \left( \zeta_k f_k + i \sqrt{1 - \zeta_k^2} f_k \right)$$
(4.20)

La relation entre modes propres complexes et réels est moins évidente et n'est simple que pour des structures à amortissement proportionnel (c'est-à-dire pour lequel l'amortissement est proportionnel à la masse et à la raideur du système). Il est en effet possible de montrer que :

$$\Phi_{k} = \Re\left(\Psi_{k} \sqrt{2 i \left(2 \pi f_{k}\right)}\right)$$
(4.21)

Cette expression reste valide si la matrice d'amortissement généralisée est diagonale : les parties réelles et imaginaires du vecteur propre complexe ont même amplitude et sont de signes opposés.

En multipliant  $\Psi_k$  par  $\sqrt{2 i (2 \pi f_k)}$ , la partie imaginaire s'annule. Si, après multiplication, c'est la

partie réelle qui s'annule (ou est d'amplitude très faible) pour une composante  $\psi_{k,l} \sqrt{2 i (2 \pi f_k)}$ , il faut incriminer un problème de signe de la mesure ; il convient alors de prendre en compte un retournement de signe dans le calcul.

Pour une matrice d'amortissement généralisée pleine, la relation (4.21) n'est plus vérifiée, mais le reste approximativement en présence de modes découplés, c'est-à-dire distants d'au moins trois fois la largeur de bande (résolution) fréquentielle.

# 4.3.2. Validation des résultats de l'analyse modale expérimentale

Une fois l'identification réalisée, il est nécessaire de valider le modèle modal identifié. Plusieurs de ces vérifications portent sur les modes propres.

La première consiste à vérifier l'*orthogonalité des modes propres* réels par rapport à une matrice de masse. En général, la matrice de masse utilisée provient d'un modèle aux éléments finis et les modes propres sont normalisés de sorte que les termes diagonaux de la matrice de masse généralisée soient unitaires. Avec cette forme de normalisation, l'orthogonalité des modes propres sera acceptée si les termes en dehors de la diagonale sont d'ordre inférieur à 10% :

$$\begin{vmatrix} {}^{t} \Phi_{I} & M & \Phi_{k} \end{vmatrix} \leq 0, 1 \quad k \neq I$$

$$\begin{vmatrix} {}^{t} \Phi_{I} & M & \Phi_{k} \end{vmatrix} \geq 0, 9 \quad k = I$$
(4.22)

Un modèle aux éléments finis (lorsque disponible !) étant de dimension plus importante que le nombre de points de mesure (c'est-à-dire que la dimension des modes propres expérimentaux), la matrice de masse à utiliser est une matrice de masse réduite.

Si la condition (4.22) n'est pas vérifiée, trois raisons peuvent l'expliquer :

- la présence d'erreurs de mesure ou d'application de la technique d'identification,
- une matrice de masse difficile à relier à des propriétés physiques,
- une réduction de la matrice de masse aux points de mesure peu réaliste (ce qui est souvent le cas de structures très flexibles).

Le coefficient MAC (*Modal Assurance Criterion*) procure également une méthode pour déterminer le degré de corrélation entre deux séries de mesure réalisées sur un même ouvrage. En général, deux modes propres identifiés sous des conditions d'excitation différentes présenteront une partie corrélée et une partie non corrélée liée à une contamination due au bruit de mesure ou aux autres modes. Le coefficient MAC cherche à apprécier si deux modes donnés sont corrélés entre eux. Supposons que  $\Phi_A$  et  $\Phi_B$  soient deux modes propres identifiés par deux investigations dynamiques menées sur le même ouvrage. Le coefficient de MAC est alors défini pour les déformées propres par :

$$\mathsf{MAC}_{A,B} = \frac{\left|{}^{t} \Phi_{A} \ \Phi_{B}\right|^{2}}{\left({}^{t} \Phi_{A} \ \Phi_{A}\right)\left({}^{t} \Phi_{B} \ \Phi_{B}\right)}$$
(4.23)

Le coefficient de MAC indique le degré de la corrélation  $\Phi_A$  et  $\Phi_B$ . Le coefficient de MAC varie de 0 à 1, 0 pour aucune corrélation et 1 pour une corrélation parfaite. Ce coefficient ne valide que la corrélation entre deux séries d'investigation dynamiques, mais ne valide pas le mode propre. Une valeur minimale de 0,9 est à retenir pour considérer que la corrélation est vérifiée. Les investigations dynamiques fournissant généralement *n* modes, il est classique de représenter les coefficients MAC entre modes de deux séries de mesure sous la forme d'une réprésentation tri-dimensionnelle de type matricielle. Si les modes propres sont découplés et les deux séries de mesure sont parfaitement corrélées, cette représentation vaut 1 sur la diagonale et 0 en dehors. La nature de la représentation indique le degré de corrélation entre modes des deux séries de mesure (Fig. 70). Sur cette figure, on constate que les modes sont faiblement corrélés entre eux, à l'exception des modes 2 et 4.



FIGURE 70 Coefficients MAC entre les quatre premiers modes d'un ouvrage.

Une extension du coefficient MAC existe; il s'agit du coefficient COMAC (*Coordinate Modal Assurance Criterion*). Ce coefficient cherche à identifier le degré de liberté (composante du mode) qui contribue à réduire la valeur du MAC entre  $\Phi_a$  et  $\Phi_B$ :

$$COMAC_{k} = \frac{\left|\sum_{i=1}^{n} \phi_{A,i} \phi_{B,i}\right|^{2}}{\left(\sum_{i=1}^{n} \phi_{A,i} \phi_{A,i}\right)\left(\sum_{i=1}^{n} \phi_{B,i} \phi_{B,i}\right)}$$
(4.24)

Le coefficient de corrélation COMAC, comme le MAC qui cherche le vecteur de la corrélation à travers deux modes, cherche la corrélation des degrés de liberté à travers les modes. Il donne ainsi une corrélation entre modes propres mesurés pour chaque degré de liberté. Dans le cas d'une parfaite corrélation entre les degrés de liberté, le coefficient COMAC sera égal à 1. Un grand écart par rapport à 1 peut être interprété comme une perte de corrélation et donc comme un écart notable entre  $\Phi_{\rm A}$  et  $\Phi_{\rm B}$  sur ce degré de liberté.

Pour un système dissipatif avec amortissement proportionnel, les coefficients des modes propres complexes  $\Psi_k$  présentent une phase (arc-tangente de la partie imaginaire sur la partie réelle de la composante) valant 0° ou 180°. Le coefficient MPD (*Mean Phase Deviation*) donne l'écart de chaque coefficient par rapport à la phase moyenne.

### 4.3.3. Actualisation de modèle

Disposant d'un modèle initial, deux stratégies sont possibles : la première, couramment utilisée, est appelée *actualisation manuelle*. Elle permet de comprendre et de conceptualiser souvent le processus même de l'identification structurale. Cette résolution manuelle, réalisée par l'ingénieur, est impraticable sur les grands modèles, mais devrait avoir le mérite d'éviter des solutions physiquement irréalistes. Cette pratique courante ne repose pourtant sur aucune méthodologie, et est laissé au libre arbitre de l'ingénieur chargé de recaler le modèle. La figure 23 donne l'exemple d'un tel recalage manuel sur un modèle initial aux éléments finis prenant mal en compte les conditions aux limites de la structure.

Dans le cas de modèle aux éléments finis de grande taille, l'*actualisation* se doit d'être *automatique*. Ces méthodes peuvent être rangées en deux groupes : les méthodes globales et les méthodes locales. Les méthodes globales sont basées sur la correction des matrices de rigidité du modèle (statique), de masse et d'amortissement (dynamique) ; elles peuvent conduire à des modèles fort peu significatifs bien que se calant bien aux données expérimentales, et nécessitent des investigations dynamiques avec excitation contrôlée (**Chapitre 3**). Les méthodes locales sont alors souvent préférées parce qu'elles offrent l'avantage de localiser les régions mal modélisées ou modifiées du modèle, et de sélectionner les variables physiques d'importance pour la mise à jour du modèle. Les méthodes consistent à réduire au minimum les écarts entre les données modales expérimentales et numériques en ajustant les inconnus du modèle. Développés pour l'analyse modale, ce sont les écarts dans les modes propres qui sont généralement minimisés, ce qui permet d'utiliser ces méthodes dans le cadre de procédures expérimentales non contrôlées. Des fonctions d'endommagement sont employées pour approcher la distribution de rigidité, réduisant efficacement le nombre d'inconnus [*Teughels & al, 2003*].

# 4.3.4. Indicateurs de modifications structurales

Les fréquences propres et les coefficients d'amortissement constituent des indicateurs primaires de modification structurale. Cependant, leur faible sensibilité aux endommagements les rend peu à même d'être utilisés en pratique, sauf pour des niveaux d'endommagement élevés (**Chapitre 2**). Ces indicateurs sont de plus de niveau 1 selon la classification de Rytter, et donc ne permettent pas de localisation. Une alternative classique consiste à recourir aux modes propres identifiés, offrant par là même la possibilité de disposer de méthodes de niveau 2 (détection et localisation de modification structurale).

L'une des approches les plus intuitives consiste à utiliser les coefficients MAC et COMAC pour identifier des modifications structurales. Les modes sont comparés deux à deux,  $\Phi_A$  et  $\Phi_B$  représentant respectivement le mode de référence et le mode propre modifié (par endommagement ou réparation).

Une autre façon d'utiliser les déformées propres pour obtenir des informations sur la source des changements vibratoires est d'étudier leurs dérivées. Il y a en effet une relation directe entre la courbure des déformées propres et les déformations de flexion. L'existence d'un endommagement dans une structure diminue la rigidité *El* de la partie fissurée. Considérons une section de la poutre d'abscisse *x* soumise au moment de flexion M(*x*). La courbure, v''(x), en ce point, s'écrit :

$$v''(x) = \frac{\mathsf{M}(x)}{\mathsf{E}I} \tag{4.25}$$

où *E* est le module d'élasticité et *I* le moment d'inertie de la section. La diminution de *EI* mène à l'augmentation de la courbure v'' dans la section. Comme les changements de courbure sont locaux et qu'ils dépendent du taux de réduction de la rigidité *EI*, le changement de courbure peut être utilisé pour la détection et la localisation des endommagements. La différence absolue de la *courbure de déformées propres* de référence et testée dans la région de modification doit être maximale (Fig. 71c). Plus la réduction de la rigidité en flexion est grande (correspondant ainsi à un endommagement), plus le changement de courbure sera grand. Dans le cas où plusieurs modes propres sont utilisés, les valeurs absolues du changement de courbure liée à chaque mode peuvent être additionnées pour fournir un paramètre unique.



#### FIGURE 71 Exemples de méthodes de détection d'endommagement sur une poutre VIPP de Merlebach.

Le changement absolu de la courbure des modes propres peut être un bon indicateur d'endommagement pour un modèle aux éléments finis. En utilisant un schéma aux différences centrées, les valeurs de la courbure en des points distants de la résolution spatiale *h* peuvent être calculées à partir des déformées propres :

$$\phi''(x) = \frac{\phi(x+h) - 2\phi(x) + \phi(x-h)}{h^2}$$
(4.26)

Il convient cependant d'être prudent sur la détermination des courbures. Le calcul de la courbure obtenu par des déformées propres peut aboutir à des erreurs inacceptables. Sazonov et Klinkhachorn ont eu l'idée de conserver cette approche numérique mais se sont focalisés sur les effets de la discrétisation spatiale (n = 1/h). En effet, l'intervalle d'échantillonnage est souvent choisi de façon intuitive. Le nombre de capteurs n'est pas réellement justifié ; seule une précision suffisante est recherchée dans l'acquisition des déformées propres. Par ailleurs, l'idée première serait de croire qu'en matière de détection de dommages, une meilleure discrétisation devrait conduire à de meilleurs résultats. Sazonov et Klinkhachorn contredisent ce principe. Ils indiquent que s'il s'avère évident pour l'acquisition des déformées, ce principe ne peut être étendu automatiquement aux courbures. Ils mettent ainsi en évidence un intervalle optimal d'échantillonnage  $h_0$  (**Chapitre 3**).

Une autre classe des méthodes de détection de modification structurale pour estimer les changements du comportement de la structure utilise la matrice de flexibilité. La méthode de flexibilité n'exige pas un modèle analytique de la structure et seules quelques fréquences propres et modes propres (situation de référence et situation testée) sont nécessaires. L'expression de la matrice de rigidité et de flexibilité s'écrit :

$$\mathcal{K} = \mathcal{M} \Phi \mathfrak{A}^{t} \Phi \mathcal{M} = \mathcal{M} \left( \sum_{i=1}^{n} \omega_{i}^{2} \Phi_{i}^{t} \Phi_{i} \right) \mathcal{M}$$
(4.27)

$$\boldsymbol{F} = \Phi \, \boldsymbol{\widehat{M}}^{-1} \, {}^{t} \Phi = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\omega_i^2} \Phi_i^{-t} \Phi_i \tag{4.28}$$

 $\Phi = [\Phi_1, \Phi_2, ..., \Phi_n]$  est la matrice des déformées propres,  $\Phi_i$  étant le *i*<sup>ème</sup> mode de vibration.  $\Omega = [\omega_{\lambda}^2]$  est la matrice diagonale des rigidités modales,  $\omega_i$  étant la i<sup>ème</sup> pulsation propre. *F* est la matrice de flexibilité.

La formulation de la matrice de flexibilité par cette méthode est approximative, car seulement un petit nombre de modes (typiquement les modes de basses fréquences) est mesuré. Les pulsations et les déformées propres peuvent s'obtenir par calcul ou par mesure. En considérant l'expression (4.28) on constate qu'avec l'augmentation de la pulsation, la contribution modale sur la matrice de flexibilité diminue, c'est-à-dire qu'en augmentant le nombre de fréquences, la matrice de flexibilité converge rapidement. Avec seulement quelques fréquences identifiées, une assez bonne estimation de la matrice de flexibilité peut être obtenue (Fig. 71b).

La présence d'endommagements diminue la rigidité de la structure. Comme la flexibilité est l'inverse de la rigidité, la réduction de rigidité doit augmenter la flexibilité de la structure. Le changement de flexibilité peut donc être utilisé pour détecter et localiser un endommagement (méthodes de niveau 1 et 2). Ainsi, si on enregistre des paramètres modaux à partir de deux séries de mesure, l'une pour la structure non endommagée et l'autre pour la structure endommagée, en utilisant l'expression (4.28), la matrice de flexibilité F peut être calculée dans les deux cas. Chaque colonne de la matrice de flexibilité représente l'ensemble des déplacements nodaux d'une force unitaire appliquée à chaque degré de liberté. À partir de ces matrices, on obtient la matrice de changement de flexibilité :

$$\Delta = \boldsymbol{F}^* - \boldsymbol{F} \tag{4.29}$$

dans laquelle *F* et *F*<sup>\*</sup> sont respectivement des matrices de flexibilité avant et après endommagement. Pour chaque degré de liberté *j* (ou nombre de modes), en choisissant la valeur maximale de chaque colonne de  $\Delta$ , on obtient :

$$\delta_j = \max \left| \delta_{ij} \right| \tag{4.30}$$

où les  $\delta_{ii}$  sont des éléments de  $\Delta$ .

En combinant certains aspects des méthodes de courbure des déformées propres et de flexibilité, l'idée peut être émise que la perte de la rigidité localisée cause l'augmentation de courbure au même point. Le changement de la courbure s'obtient alors par la flexibilité au lieu des déformées propres. Les matrices de flexibilité, avant et après endommagement, peuvent s'écrire de la façon suivante :

$$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_1 & \boldsymbol{F}_2 & \cdots & \boldsymbol{F}_n \end{bmatrix} \approx \Phi \boldsymbol{\hat{\boldsymbol{\Omega}}}^{-1} \boldsymbol{\hat{\boldsymbol{T}}} \Phi$$
(4.31)

$$\boldsymbol{F}^* = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_1^* & \boldsymbol{F}_2^* & \cdots & \boldsymbol{F}_n^* \end{bmatrix} \approx \boldsymbol{\Phi}^* \boldsymbol{\hat{\boldsymbol{\Delta}}}^{*-1} \boldsymbol{\hat{\boldsymbol{t}}} \boldsymbol{\Phi}^*$$
(4.32)

où les astérisques indiquent la structure endommagée.  $F_1 a F_n$  (avec ou sans astérisques) correspondent aux colonnes de la matrice de flexibilité. Le coefficient de la *i<sup>ème</sup>* colonne représente la flèche de la structure, en appliquant la force unitaire au *i<sup>ème</sup>* degré de liberté. La *méthode de courbure de flexibilité* analyse donc le changement de courbure de la flexibilité et représente la flèche de la structure lorsque tous les degrés de liberté sont chargés par une force unitaire (Fig. 71a). Elle correspond donc aux sommes des charges unitaires de flexibilité. Le changement de la courbure s'écrit :

$$\Delta = \sum_{i=1}^{n} \left| F_{i}^{*''} - F_{i}^{''} \right|$$
(4.33)

où  $\Delta$  et *n* représentent respectivement le changement de courbure absolu et le nombre de degré de liberté (ou dans le nombre de modes identifiés). En appliquant, soit un opérateur de différence centrée pour mesurer l'amplitude modale, soit un opérateur polynomial adapté à l'amplitude modale, ultérieurement différencié, la courbure associée à chaque chargement unitaire de la flexibilité peut être obtenue. L'interpolation peut encore se faire pour générer les degrés de liberté supplémentaires entre les capteurs.

L'une des méthodes les plus performantes à ce jour, reposant sur l'utilisation des modes propres, est sans nul doute *la méthode par énergie de déformation*. Considérons dans un premier temps une poutre de type Euler-Bernoulli, élastique et linéaire, divisée par *NE* éléments et *N* nœuds sur sa longueur. L'énergie de déformation s'écrit :

$$U = \frac{1}{2} \int_{0}^{L} EI(x) \left(\frac{\partial^{2} y}{\partial x^{2}}\right)^{2} dx$$
(4.34)

où *y* est le déplacement vertical, *El* la rigidité en flexion et *L* la longueur de la poutre. Si le mode propre  $\Phi_i(x)$  est considéré, les expressions des énergies de déformation de la poutre et de l'élément s'écrivent respectivement pour ce mode :

$$U_{i} = \frac{1}{2} \int_{0}^{L} EI(x) \left( \frac{\partial^{2} \Phi_{i}(x)}{\partial x^{2}} \right)^{2} dx \; ; \; U_{ij} = \frac{1}{2} \int_{a_{j}}^{a_{j+1}} EI_{j}(x) \left( \frac{\partial^{2} \Phi_{i}(x)}{\partial x^{2}} \right)^{2} dx \tag{4.35}$$

où EI(x) et  $EI_j(x)$  sont respectivement les rigidités en flexion de la poutre et de l'élément,  $a_j$  et  $a_{j+1}$  étant l'énergie de déformation totale de la poutre, pour un mode propre donné, la fraction d'énergie de déformation F<sub>ij</sub> s'écrit :

$$\mathsf{F}_{ii} = U_{ii} / U_{ii} \tag{4.30}$$

Des expressions identiques peuvent s'écrire pour le cas que l'on veut comparer à la situation de référence précédente. Il est alors possible de démontrer [*Cremona, 2004*] :

$$U_{i} = \frac{1}{2}\widehat{EI}\int_{0}^{L} \left(\frac{\partial^{2}\Phi_{i}}{\partial x^{2}}\right)^{2}(x) dx = \widehat{EI} \eta_{i} ; U_{ij} = \frac{1}{2}\widehat{EI}_{j}\int_{a_{j}}^{a_{j+1}} \left(\frac{\partial^{2}\Phi_{j}}{\partial x^{2}}\right)^{2}(x) dx = \widehat{EI}_{j} \eta_{ij}$$
(4.37i)

$$U_{i}^{*} = \frac{1}{2}\widehat{EI}^{*}\int_{0}^{L} \left(\frac{\partial^{2}\Phi_{i}}{\partial x^{2}}\right)^{2}(x) dx = \widehat{EI}^{*} \eta_{i}^{*} ; U_{ij} = \frac{1}{2}\widehat{EI}_{j}^{*}\int_{a_{j}}^{a_{j+1}} \left(\frac{\partial^{2}\Phi_{i}}{\partial x^{2}}\right)^{2}(x) dx = \widehat{EI}_{j}^{*} \eta_{ij}^{*}$$
(4.37ii)

car *El* est continue et  $\left(\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^2}\right)^2$  est non négative et intégrable.  $\widehat{El}$  est la rigidité moyenne le long de la poutre à tester). Dans le cas de faibles modifications structurales, la fraction d'énergie  $F^*_{ij}$  et la rigidité moyenne  $\widehat{El}^*$ , sont du même ordre que celles du cas de référence :

$$F_{ij}^* \approx F_{ij} \ ; \ \widehat{EI}^{-} \approx \widehat{EI}$$
(4.38)

ce qui permet d'obtenir :

$$\frac{\widehat{EI}_{j}}{\widehat{EI}_{j}} = \frac{|\eta_{ij}^{*}/|\eta_{i}^{*}|}{|\eta_{ij}/|\eta_{i}|}$$
(4.39)

Le terme de droite de l'expression précédente est indépendant du mode propre : en calculant la valeur moyenne pour le nombre de modes disponibles, l'expression (4.39) devient :

(4.40)

$$\beta_j = \frac{\widehat{El}_j}{\widehat{El}_j} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|\eta_{ij}|/|\eta_i|}{|\eta_{ij}|/|\eta_i|}$$

 $\beta_j$  est l'indicateur de modification structurale de l'élément *j* (Fig. 72a). Pour avoir des valeurs plus représentatives et être capable de les comparer, cet indicateur d'endommagement est généralement normalisé (Fig. 72b) :

$$z_j = \frac{\beta_j - \overline{\beta}}{\sigma_e}$$
(4.41)

où  $\overline{\beta}$  et  $\sigma_{\beta}$  sont respectivement la valeur moyenne et l'écart-type de  $\beta_{r}$ .



Un cercle indique les lieux de détection d'endommagement

#### FIGURE 72

Méthode de changement d'énergie de déformation (poudre du VIPP de Merlebach).

Si l'on synthétise les figures 71 et 72, deux lieux principaux d'endommagement sont détectés : à miportée et au premier quart de travée. Ces deux cas correspondent à la présence de fissures sur la poutre. On notera cependant la présence de modifications détectées par la méthode de changement d'énergie de déformation proches des premières zones, de signes opposées. La valeur positive de l'indicateur normalisé *z* correspond à une perte de rigidité, alors qu'une valeur négative indique une augmentation.

Les localisations de modifications structurales par les méthodes construites sur les modes propres sont de faible résolution spatiale ; elles permettent cependant d'apprécier de manière suffisamment précise les zones aux forts gradients de changement de comportement mécanique. L'indicateur normalisé z doit être comparé à un *seuil de détection*  $z_s$ ; les valeurs  $z_j$  (*j* représentant un élément) dépassant ce seuil de détection correspondent alors à des lieux de modification structurale. Le choix de ce seuil est donc primordial pour correctement identifier les modifications structurales. Choisi trop faible, des endommagements fantômes (*fausses alarmes*) seront détectés; trop élevé, la non détection est à craindre. Pour un seuil de 2, la probabilité de fausse alarme sera de 2% environ. À titre d'exemple, si nous revenons à la figure 72, seul l'endommagement à mi-portée sera accepté. L'autre cas sera rejeté. *Alvandi et Cremona* (2006) ont proposé d'analyser ce seuil au travers de simulations numériques et d'une analyse statistique des probabilités de détection et de fausse alarme. Leur analyse conduit à retenir un seuil de 1,5, ce qui correspond à une probabilité de détection de 95 %.

# **5.** Mises en œuvre pratiques

Le type d'investigations dynamiques dépend fortement des objectifs recherchés (Fig. 2). Le **Chapitre 2** a montré que, selon ces objectifs, plusieurs types d'investigations et d'évaluations (ou d'analyses) dynamiques étaient possibles. Ce chapitre fournit quelques exemples d'applications les plus classiquement rencontrées dans la réalisation d'investigations dynamiques. Il convient cependant d'insister sur la diversité des moyens métrologiques à disposition qui rend l'établissement de règles difficiles ; ces derniers doivent cependant être conditionnés par le type d'investigation dynamique retenu et par la nature des analyses à réaliser.

Le tableau VII tente de dresser quelques principes de base pour chaque type d'investigations ; il n'est pas exhaustif et certains cas d'étude peuvent mêler plusieurs cas de base ou présenter des particularités. Néanmoins, ce tableau couvre la plupart des applications qu'un ingénieur pourra rencontrer. Les exemples en fournissent une illustration.

Type d'investigations	Catégorie	Source d'excitation	Grandeur physique la plus fréquemment mesurée	Analyse la plus fréquemment employée
Mesures de confort	_	Ambiante	Accélération	<ul> <li>Amplitudes maximales</li> <li>Dépassements de niveaux</li> </ul>
Évaluation des sollicitations	Détermination des coefficients de majoration dynamique	Ambiante	<ul><li>Déformation</li><li>Déplacement</li></ul>	<ul> <li>Amplitudes maximales</li> <li>Dépassements de niveaux</li> </ul>
	Durée de vie en fatigue	Ambiante	Déformation	Rainflow
	Tension dans les câbles	<ul><li>Ambiante</li><li>Impact</li></ul>	Accélération	Analyse spectrale
Analyse structurale	Analyse modale	<ul> <li>Ambiante</li> <li>Contrôlée (impact, harmonique, etc.)</li> </ul>	<ul><li>Accélération</li><li>Vitesse</li></ul>	Identification modale
	Identification structurale	<ul> <li>Ambiante</li> <li>Contrôlée (impact, harmonique, etc.)</li> </ul>	<ul><li>Accélération</li><li>Vitesse</li></ul>	Actualisation de modèles aux éléments finis
	Aptitude au service	Ambiante	<ul> <li>Accélération</li> <li>Vitesse</li> <li>Déplacement</li> </ul>	<ul> <li>Amplitudes maximales</li> <li>Dépassements de niveaux</li> <li>Analyse spectrale</li> <li>Analyse temps-fréquence</li> </ul>
Surveillance de comportement	Influence des paramètres environnementaux	Ambiante	Accélération	Identification modale
	Efficacité de mesures de renforcement	<ul> <li>Ambiante</li> <li>Contrôlée (impact, harmonique, etc.)</li> </ul>	Accélération	<ul> <li>Identification modale</li> <li>Actualisation de modèles aux éléments finis</li> </ul>
	Comportements anormaux	Ambiante	<ul> <li>Accélération</li> <li>Déplacement</li> </ul>	<ul> <li>Analyse spectrale</li> <li>Analyse temps-fréquence</li> </ul>
	Intégrité structurale	Ambiante	<ul><li>Accélération</li><li>Vitesse</li></ul>	Identification modale
	Diagnostic	<ul> <li>Ambiante</li> <li>Contrôlée (impact, harmonique, etc.)</li> </ul>	<ul><li>Accélération</li><li>Vitesse</li></ul>	<ul><li>Identification modale</li><li>Analyse spectrale</li></ul>

TABLEAU VII - Caractéristiques de base des investigations dynamiques



Étude : passerelle Solférino					
	9	T			
Ouvrage	Passerelle métalliq	ue en arc		Année de construction	2000
Туре	Analyse modale op	érationnelle			
Catégorie	Vérification de l'apt	titude au servio	ce		
Excitation	Contrôlée (balourd	)			
Grandeur	Accélération	Capteurs	Accélér Sensibil Bande d	omètres PCB Piezotronic lité : 102 mV/ms <sup>-2</sup> de fréquences : 0 à 80 Hz	s® 3800
Analyse	Identification moda et des phases, mét	le (Méthode d hode la ½ pui	'Ibrahim, ssance)	analyse des amplitudes r	elatives
Plan d'instrumentation	V1 V2.H3 Série : Déplacement : 1 Notes : Accéléromètre de référence :	V4, H5	Aval	nt via	
Durée des essais	3 jours		Fréque	nce d'échantillonnage	100 Hz
Résultats	Fréquence (Hz) $0,69 \pm 0,02$ $1,09 \pm 0,02$ $1,12 \pm 0,02$ $1,55 \pm 0,02$ $1,56 \pm 0,02$	Amortissemer 0,0230 ± 0,00 0,0090 ± 0,00 - 0,0050 ± 0,00 0,0060 ± 0,00	nt 5 2 3 2		
Référence : C. Cremona, F. I	$ \begin{array}{c c} 1,69 \pm 0,02 \\ 1,95 \pm 0,02 \\ 2,01-2,45 \pm 0,02 \\ \hline Danbon, G. Grillaud, P. \end{array} $	$0,0250 \pm 0,00$ $0,0038 \pm 0,00$ $0,0260 \pm 0,00$ Hallak. 2002, st	2 4 uivi dynam	ique de la passerelle Solférir	10

Étude : passerelle Solférino	
Ouvrage	Passerelle métallique en arc   Année de construction   2000
Туре	Mesures de confort, évaluation des sollicitations
Catégorie	
Excitation	Charges piétonnes
Grandeur	Accélération Capteurs Accéléromètres PCB Piezotronics® 3800 Sensibilité : 102 mV/ms <sup>-2</sup> Bande de fréquences : 0 à 80 Hz
Analyse	Amplitudes maximales, analyses spectrales, analyses temps-fréquence
Plan d'instrumentation	357 V1 362 H5 363 V6 363 V6 363 V6 363 V6 364 H7 369 V11 369 V11 369 V10 368 V10 3
Durée des essais	1 jour Fréquence d'échantillonnage 100 Hz
Résultats	Essais 1b - H12
Référence : C. Cremona, F. Partie B : Analyse du charger	$\frac{1}{10^{4}}$ $\frac{1}$

Etude : pont rail PK 075 + 317	Pont à poutrell	es enre	obée	S		Année de			ion	F
Type	Surveillance de	a comr	ortor	mont						
Catégoria	Várification do	Poffica		do mo	CUROS	do ronforcomor	<b>.</b> +			
Excitation					sures	de remorcemen	n			
Grandeur	Accélération	Capte	urs	Serv Accé Sens	o-accé lérom sibilité	éléromètres Colu ètres capacitifs ( : 1V/g	umbia Cross	SA-1 bow (	07B CXL0	1LF1Z
Analyse	Identification modale (méthode du décrément aléatoire et méthode d'Ibrahim, méthode de réalisation stochastique, méthode des sous-espaces) Analyse temps-fréquence Indicateurs de modifications structurales									
Plan d'instrumentation					1	7,5 m				
	4,84 m									
Durée des essais	2 jours				Frée	quence d'échar	ntillor	nnage	40	96 Hz
Résultats	Ouvrage intègre Fréquence (Hz) Amortissement (%)	1 5,86 0,03	2 8,73 0,01	3 13,10 0,01	4 16,93 0,01	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	99,9 75,03 33,16 6,50 0,04	355 355 355 355 355 355 355 355 355 355	999 999 990 3 13,64 0,05	s 52.5 552.5

Étude : Pont rail d'Avesnes-sur-Helpe						
Ouvrage	Pont métalliqu	ue riveté			Année de construction	1919
Туре	Analyse struct	turale - Su	rveillar	nce de co	mportement	
Catégorie	Identification s	structurale	- Diag	nostic d'e	endommagements	
Excitation	Excitation tran	nsitoire par v	vérin h	ydrauliqu	e	
Grandeur	Accélération	Capteurs	Accél Sens Band	éromètre bilité : 10 e de fréq	es piezo-électriques )0 mV/g uence : 0,35 à 5000 Hz	
Analyse	Identification modale (méthode du décrément aléatoire et méthode d'Ibrahim, méthode de réalisation stochastique) Indicateurs de modifications structurales Actualisation de modèle					
Plan d'instrumentation	Beam 2	Avesnes			Hirson	
	Beam 1 ▼ vertic Beam 2 Beam 1	al acceleration	transversal a	cceleration	temperature gauge S position of the jack	
Durée des essais	2 jours			Fréque	nce d'échantillonnage 3	00 Hz
Résultats	- Contraction					
					modeshape of the longitudinal girder 1 with or withou 5 10 15 2 modeshape of the longitudinal girder 2 with or withou 5 10 15 2	t damage



Étude : viaduc de la Rocade		A				
	Star 1	and the	di Cintrat	the second second		
	797	- AND	cuterpoint			
	R and		A CONTRACTOR			
	1			Al all and a		
0	Pont on arc m					
Type	Analyse structu	uralo		Annee de construction 2003		
Catégorie	Analyse modal	e opération	nelle			
Excitation	Ambiante (trafi	c)				
Grandeur	Accélération Déplacement	Capteurs	HBM© B12 LVDT© de	2/200 Bande passante de 0-200 Hz 10 mm		
Analyse	Identification m méthode de réa	odale (méthe llisation stoc	ode du décre hastique)	ément aléatoire et méthode d'Ibrahim,		
Plan d'instrumentation		<u>Vi</u>	aduc sur la rocade de To Implantation des accéléron	pulouse Atras		
	Argoulet		×4 ↑ ↑ <u>0</u> 17	V8 ↑ Crammont		
	Verden.	₹ //	XX	V10 V10 V11 T13 0		
		NZ		2=10;11;21;21;21;21;21;21;21;21;21;21;21;21;		
	Pi Pi	P2	1/2 = 40.63m	L = 31 26m. E2 E4		
	En CI VIA VIA VIA CALLER VIA CALL					
	Argenies Ventos					
	<u>12</u>	1	L = 81.26m	Anneze I		
Durée des essais	3 jours		Fréqu	Jence d'échantillonnage 50 Hz		
Résultats	60 Deuxiè	me série d'épreuves		100 90		
	50			od détat		
	e 30			1 do Tespa		
	20			Dimension of the second se		
	10	ul la hi		20- 10		
	00 0.5 1 1.5 2 F	2.5 3 3.5 réquence [Hz]	4 4.5 5	05 45 4 35 3 25 2 15 1 05 0 Fréquence [Hz]		
	Mode Réal.	Décrément	Mode	$\square$		
	stoch.		théorique	Mode vibratoire à 1,39 Hz		
	1 0,79	0,74	0,78			
	2 1,24	1,09	1,11	A		
	4 1.76	1.66	1,40	4		
Référence : Cremona C 20	03, analyse dynam	ique du viadu	c de la Rocad	e à Toulouse, LCPC-2003/339031569		

Étude : viaduc de Brassilly						
Ouvrage	Ouvrage en béton précontraint Année de construction -					
Туре	Analyse structurale					
Catégorie	Analyse modale opérationnelle Identification structurale					
Excitation	Ambiante (trafic)					
Grandeur	Accélération <b>Capteurs</b> Accéléromètres piezo-électriques Sensibilité : 100 mV/g Bande de fréquence : 0,35 à 5000 Hz					
Analyse	Identification modale (décrément aléatoire et méthode d'Ibrahim) Analyse temps-fréquence Actualisation manuelle de modèle					
Plan d'instrumentation	<ul> <li>Sections</li> <li>2: 4/ R.tve</li> <li>2: 4/ R.tve</li> <li>3: 5/ R.tve</li> <li>4: 4/ R.tve</li> <li>5: 1/8 centre</li> <li>6: 1/8 centre</li> <li>8: 3/8 centre</li> <li>11: 4/ centre</li> <li>12: 1/8 centre</li> <li>14: 4/ R.tve</li> <li>15: 4/8 Rive</li> <li>15: 4/8 Rive</li> <li>15: 4/8 Rive</li> <li>15: 4/8 Rive</li> <li>17: Appui</li> </ul>					
Durée des essais	3 jours Fréquence d'échantillonnage 300 Hz					
Résultats	Image: state of the state					
Référence : Leconte R., 2006, instrumentation dynamique du viaduc de Brassilly, opération LCPC-11E031 " risques sismiques "						

# **Bibliographie**

A03-406, Fatigue sous sollicitation d'amplitude variable : méthode rainflow de comptage des cycles, *AFNOR*, 1993.

ALVANDI A., CREMONA C., Assessment of vibration-based damage identification techniques, Journal of Sound and Vibration, 292, 2006.

BAKHT B., PINJARKAR S.J., *Review of dynamic testing of bridges*, TRB Record 1223, TRB, Washington D.C., USA, 1990.

CARRACILLI J., *Coefficients de majoration dynamique des charges routières sur les ouvrages d'art*, Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées, 229, 2000.

CARRACILLI J., CREMONA C., *Calibration of dynamic impact factors from in situ measurements*, Bridge Maintenance, Safety and Management, IABMAS'02, Barcelone, Juillet 2002.

DAVENPORT A.G., *The application of statistical concepts to wind loading of structures*, Proceedings of the Institution of Civil Engineers, 19, 1961.

Eurocode 3, Conception des ouvrages métalliques, 2003.

EWINS D.J., Modal Testing : Theory, Practice and Application, Research Studies Press, 2000.

GAUTIER Y., CREMONA C., MORETTI O., *Estimation of cable tensions from frequency measurements*, Experimental Vibration Analysis of Civil Engineering (EVACES) Conference, Bordeaux, 26-28 octobre 2005, Presses LCPC, Paris, France, 2005.

HARIS C.M., PIERSOL A.G., *Harris' Shock anf vibration handbook*, 5e édition, Mac Graw Hill, USA, 2002.

ISO 14964, Mechanical vibration and shock, vibration of stationary structures, specific requirements for quality management in measurement and evaluation of vibration.

ISO 18649, Mechanical vibration and shock, evaluation of measurement results from dynamic tests and investigations on bridges.

ISO 2631, Exposition of human exposure to whole body vibration.

ISO 5348, Fixation mécanique des accéléromètres.

LALANNE C., Vibrations et chocs mécaniques : tomes 1-6, Hermes, Paris, France, 1999.

LIN Y.K., Probabilistic theory of structural dynamics, Krieger publishing, USA, 1976.

LPC 35, Méthode d'essai LPC n°35, Mesure de la tension des câbles par vibration, LCPC.

NF ISO 14963, Mechanical vibration and shock, guidelines for dynamic tests and investigations on bridges and viaducts.

NF E 90-020, Méthodes de mesurage et d'évaluation des réponses des constructions, de matériels sensibles et des occupants.

OA47, *Evaluation dynamique des ponts, sous la direction de C. Cremona*, Presses LCPC, Paris, France, 2004.

OA56, Suivi du comportement mécanique d'une poutre de VIPP sous chargement : le cas du VIPP de Merlebach, sous la direction de C. Cremona, Presses LCPC, Paris, France, 2007.

PEETERS B., MAECK J., DE ROECK G., Vibration-based damage detection in civil engineering : excitation sources and temperature effects, Smart Materials And Structures, 10, 2001.

QUINQUIS A., *Le traitement du signal sous Matlab : pratique et applications*, Hermes, Paris, France, 2000.

R1 850 - LE GOËR J.-L., AVRIL J., *Extensométrie*, Techniques de l'ingénieur, Traité Mesures et contrôles.

R1 800 - DURAND S., *Capteurs de déplacement*, Techniques de l'ingénieur, Traité Mesures et contrôles.

R1 812 - DEVAL A., AMAND Y., Accélération, Traité Mesures et contrôles.

R1 810 - MATON M., Mesure des vitesses et circuits associés, Traité Mesures et contrôles.

R1 156 - CATZ C., Analyseurs de Fourier, Techniques de l'ingénieur, Traité Mesures et contrôles.

R6 180 - PIRANDA J., *Analyse modale expérimentale*, Techniques de l'ingénieur, Traité Mesures et contrôles.

R6 728 - VÉRET C., Enregistrement rapide des images, Traité Mesures et contrôles.

R412 - FESTINGER J.-C., Capteurs à fibres optiques : présentation.

RICE S.O., *Mathematical analysis of random noise*, Selected papers on noise and random processes, N. Wax (ed.), 1944.

RYTTER A., *Vibration Based Inspection of Civil Engineering Structures*, PhD. Dissertation, Department of Building Technology and Structural Engineering, Aalborg University, Danemark, 1993.

SAZONOV E., KLINKHACHORN P., Optimal spatial sampling interval for damage detection by curvature or strain energy mode shapes, Journal of Sound and Vibration, 285, 2005.

SIEGERT D., DIENG L., BREVET P., TOUTLEMONDE F., *Parameter identification of a hanger or stay-cable model based on measured resonsant frequencies*, Experimental Vibration Analysis of Civil Engineering (EVACES) Conference, Bordeaux, 26-28 Ooctobre 2005, Presses LCPC, Paris, France, 2005.

SPIEGEL M.R., Formules et Tables mathématiques, Schaum.

TEUGHELS A., DE ROECK G., SUYKENS J.A.K., *Global optimization by Coupled Local Minimizers and its application to FE Model Updating*, Computers and Structures, 81, 24-25, 2003.

# Annexe A Éléments d'analyse vibratoire

# A.1. Processus stationnaires - Processus ergodiques

Un processus aléatoire Y(t) est une famille de variables aléatoires indexée par un paramètre continu ou discret t. Ainsi, pour l'instant  $t = t_0$ ,  $Y(t_0)$ . A  $t = t_0$ ,  $Y(t_0)$  réalise l'élément  $y(t_0) : y(t_0)$  est appelé réalisation de  $Y(t_0)$ . Pour un instant t fixé, plusieurs réalisations sont donc possibles. En généralisant ce fait à tous les instants, plusieurs familles de réalisation  $y_i(t)$  peuvent être construites. Elles correspondent à plusieurs historiques de la variable  $Y(t_0)$ . La figure 73 illustre ces historiques de réalisation pour un signal (l'indexation t est alors le temps).



FIGURE 73 Historiques de réalisations d'un processus.

Soient *p* instants  $(t_i)_{1 \le i \le p}$ . Le vecteur aléatoire  $(Y(t_i))_{1 \le i \le p}$  a une loi conjointe et des lois marginales pour chacune de ses composantes, les lois des variables  $Y(t_i)$ . Si la famille  $(t_i)_{1 \le i \le p}$  est décalée d'un pas de temps  $\tau$ ; le vecteur aléatoire  $(Y(t_i + \tau))_{1 \le i \le p}$  admet une nouvelle loi conjointe. Si pour toute famille de *p* instants, les lois conjointes restent invariantes de tout décalage de temps  $\tau$ , alors le processus Y(t) est un processus dit *stationnaire*. Les conséquences de cette condition sont nombreuses; il convient en particulier de citer <sup>(1)</sup>:

- que les variables Y (t) ont alors toutes des lois identiques,
- que le coefficient de corrélation entre deux variables Y (t) et Y (t +  $\tau$ ) est seulement dépendant du décalage de temps  $\tau$ .

Si Y(t) est un processus stationnaire d'ordre 2, il est dit *ergodique* s'il vérifie les conditions suivantes:

$$\mathbb{E}\left[\mathbf{Y}(t)\right] = \mathbb{E}\left[\mathbf{Y}(t')\right] = \lim_{\text{ergodique}} \frac{1}{T \to +\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{1}{2}} y_i(t) dt \quad \forall i$$
(A.1i)

$$\mathbb{E}\left[Y(t)Y(t+\tau)\right] = \mathbb{E}\left[Y(t')Y(t'+\tau)\right]$$

$$= \lim_{\text{ergodique}} \frac{1}{T \to +\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} y_i(t)y_i(t+\tau)dt \quad \forall i$$
(A.1ii)

Cette propriété est importante, car elle permet d'estimer les covariances et les espérances mathématiques en fonction de la seule connaissance d'un historique de réalisation. L'ergodicité signifie donc que, pour un processus stationnaire, un historique, série de réalisations à n instants différents, peut être considérée comme un *n*-échantillon d'une variable Y(t) à un instant t fixé.

# A.2. Moyenne – Variance

Si le processus est stationnaire et ergodique, la moyenne et l'écart-type se déduisent de la connaissance d'un historique y(t) du processus Y(t) par les équations (A.1) :

$$\mathbb{E}\left[\mathbf{Y}(t)\right] = \lim_{T \to +\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} y(t) dt \quad \forall i$$
(A.2i)

$$\mathbb{V}\left[\mathbf{Y}(t)\right] = \mathbb{E}\left[\left(\mathbf{Y}(t) - \mathbb{E}\left[\mathbf{Y}(t)\right]\right)^{2}\right]$$

$$= \lim_{T \to +\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \mathbf{y}(t) \cdot \mathbf{y}(t+\tau) dt - \mathbb{E}\left[\mathbf{Y}(t)\right]^{2}$$
(A.2ii)

# A.3. Covariance – Corrélation

Soient deux processus stochastiques stationnaires Y(t) et Z(t). La fonction d'inter-corrélation entre Y(t) et Z(t) est définie par :

$$R_{YZ}(\tau) = \mathbb{E}\left[\left(Y(t) - \mathbb{E}\left[Y(t)\right]\right)\left(Z(t+\tau) - \mathbb{E}\left[Z(t)\right]\right)\right]$$
(A.3)

(1) S'il y a seulement invariance des lois et des lois conjointes pour p = 2, le processus est dit stationnaire d'ordre 2. Ces conditions sont souvent suffisantes dans la plupart des applications pour énoncer l'hypothèse de stationnarité d'un processus.

Due à l'hypothèse de stationnarité,  $R_{yZ}(\tau)$  ne dépend pas du temps *t*. Ainsi, si le temps *t* est remplacé par *t* -  $\tau$ , il vient :

$$R_{YZ}(\tau) = \mathbb{E}\left[\left(Y(t-\tau) - \mathbb{E}\left[Y(t)\right]\right)\left(Z(t) - \mathbb{E}\left[Z(t)\right]\right)\right] = R_{YZ}(-\tau)$$
(A.4)

Si le processus Y (t) est utilisé à la place de Z (t), la fonction d'inter-corrélation devient la fonction d'auto-corrélation :

$$R_{YY}(\tau) = \mathbb{E}\left[\left(Y(t) - \mathbb{E}\left[Y(t)\right]\right)\left(Y(t+\tau) - \mathbb{E}\left[Y(t)\right]\right)\right]$$
(A.5)

Si  $\tau$  = 0, une comparaison rapide entre les équations (A.4) et (A.5) permet de montrer :

$$R_{YY}(0) = \mathbb{V}\left[Y(t)\right] = \sigma_Y^2 \tag{A.6}$$

On peut également montrer que la fonction de covariance vérifie la double inégalité :

$$-R_{YY}(0) \le R_{YY}(\tau) \le R_{YY}(0) \tag{A.7}$$

Une autre fonction est souvent utilisée ; il s'agit de la fonction d'inter-correlation réduite définie par :

$$\rho_{YZ}(\tau) = \frac{R_{YZ}(\tau)}{\sigma [Y(t)] \sigma [Z(t)]}$$
(A.8i)

Lorsque Z (*t*) = Y (*t*), la fonction  $\rho_{YY}(\tau)$  se dénomme *fonction auto-corrélation*. Elle vérifie les conditions :

$$-1 \le \rho_{yy}(\tau) \le 1$$
;  $\rho_{yy}(0) = 1$  (A.8ii)

# A.4. Dérivée d'un processus stochastique

Supposons que la fonction de covariance  $R_{\gamma\gamma}(\tau)$  soit différentiable par rapport au temps  $\tau$ , et que le processus stochastique Y(t) puisse également être différentié par rapport à t. Notons  $\dot{Y}(t)$  et  $\ddot{Y}(t)$  les dérivées première et seconde de Y(t). Il vient :

$$\mathbf{Y}(t_2) - \mathbf{Y}(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} \dot{\mathbf{Y}}(t) dt \quad \forall t_1, t_2$$
(A.9)

Comme la valeur moyenne d'une intégrale est l'intégrale de la valeur moyenne, l'équation (A.9) procure :

$$\mathbb{E}[\mathbf{Y}(t_2)] - \mathbb{E}[\mathbf{Y}(t_1)] \stackrel{=}{\underset{stationnarit\acute{e}}{=}} \mathbb{E}[\mathbf{Y}(t)] - \mathbb{E}[\mathbf{Y}(t)] = 0$$

$$= \int_{t_1}^{t_2} \mathbb{E}[\dot{\mathbf{Y}}(t)] dt \quad \forall t_1, t_2$$
(A.10)

c'est-à-dire  $E\left[\dot{Y}(t)\right] = 0$ .

De manière analogue, la dérivée d'une moyenne étant la moyenne de la dérivée, il vient :

$$\frac{dR_{YY}}{d\tau}(\tau) = \mathbb{E}\left[\left(\mathbf{Y}(t) - \mathbb{E}\left[\mathbf{Y}(t)\right]\right)\left(\dot{\mathbf{Y}}(t+\tau)\right)\right] = R_{Y\dot{Y}}(\tau)$$
(A.11)

Comme la fonction de covariance est paire, sa dérivée en 0 est nulle, ce qui donne  $0 = R_{\gamma\dot{\gamma}}(0)$ . Ce résultat montre qu'un processus stationnaire est non corrélé avec sa dérivée. En dérivant une

seconde fois l'équation (A.11), après avoir remplacé le temps *t* par le temps  $t - \tau$  (grâce à l'hypothèse de stationnarité), et en utilisant l'équation (A.10), il vient :

$$\frac{d^{2}R_{YY}}{d\tau^{2}}(\tau) = \frac{d\left(\mathbb{E}\left[\left(\mathbf{Y}(t-\tau) - \mathbb{E}\left[\mathbf{Y}(t)\right]\right)\left(\dot{\mathbf{Y}}(t)\right)\right]\right)}{d\tau}$$

$$= -\mathbb{E}\left[\left(\dot{\mathbf{Y}}(t-\tau)\right)\left(\dot{\mathbf{Y}}(t)\right)\right] = \mathbb{E}\left[\left(\dot{\mathbf{Y}}(t)\right)\left(\dot{\mathbf{Y}}(t+\tau)\right)\right]$$

$$= -R_{\dot{\mathbf{Y}}\dot{\mathbf{Y}}}(\tau)$$
(A.12)

Pour  $\tau$  = 0, cette équation se simplifie en :

$$\frac{d^2 R_{\gamma\gamma}}{d\tau^2} (0) = -R_{\dot{\gamma}\dot{\gamma}} (0) = -\sigma_{\dot{\gamma}}^2$$
(A.13)

# A.5. Densité spectrale de puissance

La *densité spectrale de puissance* d'une variable aléatoire Y(t) est définie comme la transformée de Fourier de la fonction d'auto-corrélation de cette variable :

$$S_{YY}(\omega) = \mathcal{F}(R_{YY}(\tau)) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{YY}(\tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau$$
(A.14)

La fonction d'auto-corrélation est donc la transformée de Fourier inverse de la densité spectrale de puissance :

$$R_{YY}(\tau) = \mathcal{F}^{-1}(S_{YY}(\omega)) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{YY}(\omega) \exp(-i\omega\tau) d\omega$$
(A.15)

Pour  $\tau$  = 0, il vient :

$$R_{YY}(0) = \sigma_Y^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{YY}(\omega) \, d\omega \tag{A.16}$$

La densité spectrale de puissance est cependant parfois source de confusion. En effet, l'équation (A.14) exprime la densité en termes de pulsation  $\omega \in \left] -\infty, +\infty \right[$ . On parle dans ce cas de *densité spectrale de puissance à deux branches*. Une autre formulation cohabite cependant avec cette dernière : la *densité spectrale à une branche* exprimée en fréquence  $f = \omega/2\pi$ . Pour éviter ces difficultés, il convient de revenir à l'équation (A.14). La densité spectrale de puissance est une fonction paire par définition, ce qui permet d'écrire :

$$R_{YY}(0) = \sigma_Y^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{YY}(\omega) d\omega$$
  
=  $2 \int_{0}^{+\infty} S_{YY}(\omega) d\omega$  (A.17)

Le changement de variable  $f = \omega/2\pi$  conduit à :

$$R_{YY}(0) = \sigma_Y^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{YY}(\omega) \, d\omega = 2 \int_0^{+\infty} S_{YY}(\omega) \, d\omega$$

$$= 4\pi \int_0^{+\infty} S_{YY}(2\pi f) \, df = \int_0^{+\infty} W_{YY}(f) \, df$$
(A.18)

 $W_{\gamma\gamma}(f)$  est la densité spectrale à une branche exprimée en fréquence. Elle est reliée à la densité spectrale à deux branches exprimée en pulsation par l'expression  $W_{\gamma\gamma}(f) = 4\pi S_{\gamma\gamma}(\omega)$ .

Dans la plupart des cas – comme dans le cas des fluctuations du vent –, c'est la densité  $W_{yy}(f)$  qui est utilisée et abusivement notée  $S_{yy}(f)$ .

La figure74 donne quelques exemples de signaux, de fonctions d'auto-corrélation et de densités spectrales. On notera que la fonction d'autocorrélation d'un signal stationnaire « ressemble » par sa

forme à un transitoire amorti, et que la densité spectrale d'un bruit blanc est constante sur l'ensemble des fréquences.



(A) Signal constant - (B) Signal harmonique - (C) Bruit blanc - (D) Signal stationnaire

FIGURE 74 Exemples de signaux, de fonctions d'autocorrélations et de densités spectrales.

De manière analogue à la définition de la densité spectrale de puissance, la *densité interspectrale de puissance* est définie comme la transformée de Fourier de la fonction d'intercorrélation :

$$S_{YZ}(f) = \mathcal{F}\left(R_{YZ}(t)\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{YZ}(t) \exp\left(-i \ 2\pi f \ t\right) dt$$
(A.19)

Contrairement à la densité spectrale, à valeurs réelles, la fonction de densité interspectrale comporte une partie complexe.

La fonction de cohérence se définit par :

$$\gamma_{YZ}(f) = \frac{|S_{YZ}(f)|^2}{|S_{YY}(f)||S_{ZZ}(f)|}$$
(A.20)

### A.6. Dépassements de niveaux

Dans l'étude des processus stochastiques, il est souvent utile de connaître la probabilité qu'un processus dépasse un niveau donné sur une période de temps fixée. En général, des niveaux élevés correspondant à des événements rares sont les plus importants. La figure 75 montre la réalisation d'un processus. Un dépassement de niveau y (pour y > 0) à l'instant  $t_1$  signifie que le processus Y(t) < y avant  $t_1$  et Y(t) > y après  $t_1$ .


FIGURE 75

# A.6.1. Dépassements moyen d'un niveau

Le nombre de dépassement moyen par unité de temps du niveau y est noté v(y). Il est alors possible de montrer [Lin, 1976] :

$$v(y) = \int_0^{+\infty} \dot{y}(t) f_{Y\dot{Y}}(y, \dot{y}) d\dot{y}$$
(A.21)

Comme les processus Y (t) et sont pris aux mêmes instants, ils sont statistiquement indépendants, et donc :

$$v(y) = f_{Y}(y) \int_{0}^{+\infty} \dot{y}(t) f_{\dot{Y}}(\dot{y}) d\dot{y}$$
 (A.22)

puisque la densité conjointe entre les processus Y(t) et  $\dot{Y}(t)$  s'écrit :  $f_{y\dot{y}}(y,\dot{y}) = f_{\dot{y}}(\dot{y}) f_{\dot{y}}(y)$ .

Si le processus Y (t) est stationnaire gaussien (c'est-à-dire stationnaire et suivant une loi normale), est également gaussien avec pour moyenne E  $|\dot{Y}| = 0$  d'après l'équation (A.10). La fonction densité de  $\dot{Y}(t)$  s'obtient donc par :

$$f_{\dot{Y}}(\dot{Y}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\dot{Y}}}} \exp\left[-\frac{\dot{Y}^2}{2\sigma_{\dot{Y}}^2}\right]$$
(A.23)

En introduisant cette équation dans l'équation (A.22), le nombre moyen de v(y) dépassements devient:

$$v(y) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{\dot{Y}}}{\sigma_{Y}} \exp\left[-\frac{\left(y - \mathbb{E}[Y]\right)^{2}}{2\sigma_{Y}^{2}}\right]$$
(A.24)

Cette expression est due à Rice [Rice, 1944].

## A.6.2. Période de retour

Il s'agit d'une notion très utilisée par les ingénieurs dans les problèmes de dimensionnement. Soit l'événement A décrivant le fait qu'un processus Y atteint ou dépasse un niveau donné y. La période de retour R est le délai moyen entre deux occurrences consécutives de l'événement A. Si l'événement A a lieu au cours d'une période  $\tau$  à laquelle on affecte l'indice i = 0, la probabilité P<sub>i</sub> pour qu'il se produise à nouveau au cours de la  $k^{eme}$  période  $\tau$  est donnée par :

$$\mathcal{P}_{k} = \left[ F_{Y}(y) \right]^{k-1} \left[ 1 - F_{Y}(y) \right]$$
(A.25)

Le temps moyen R entre deux occurrences de l'événement A est donc :

$$R = \sum_{k=1}^{\infty} k \tau \mathcal{P}_k$$
(A.26)

Il est facile de calculer la série (A.26) :

$$R = \frac{1}{1 - F_{\gamma}(y)}\tau \tag{A.27}$$

L'appellation *période de retour* est consacrée par l'usage. Elle est cependant trompeuse, car elle laisse penser que les occurrences de l'événement *A* de période de retour *R*, se succèdent avec une périodicité *R*. L'expression signifie qu'une période de retour décennale (10 ans) correspond à une probabilité de dépassement de 0,1 sur 1 an pour une valeur *y* (c'est-à-dire  $F_y(y) = 1 - 0,01 = 0,90$ ). Mais pour une période de retour cinquentennale (50 ans), la probabilité de dépassement sur 1 an de cette valeur est  $1 - F_y(y) = 1 - 0,98 = 2\%$ .

Soit *T* la *durée de fonctionnement* ou d'usage de la structure. Considérons que cette durée soit un multiple de la durée de référence  $\tau$  : *T* = n $\tau$ . La probabilité  $\alpha$  que la valeur *x* soit dépassée durant les *n* périodes de référence est donc donnée par :

$$\alpha = 1 - F_{\mathcal{V}}(\mathcal{V})^n \tag{A.28}$$

ce qui conduit à exprimer la période de retour en terme de probabilité de dépassement et de la période T:

$$R = \frac{\tau}{1 - F_{Y}(y)} = \frac{\tau}{1 - (1 - \alpha)^{1/n}} \cong -\frac{n\tau}{\ln(1 - \alpha)} = -\frac{T}{\ln(1 - \alpha)} \cong \frac{T}{\alpha}$$
(A.29)

si la probabilité  $\alpha$  est faible. Nous avons montré qu'une probabilité de dépassement de 1 % sur 1 an équivaut à une période de retour de 100 ans. Mais la probabilité de dépassement sur 100 ans de cette valeur est par contre de 1 -  $F_v(y)^{100} = 1 - 0.99^{100} \approx 0.634$ .

# A.6.3. Facteur de pointe

Au lieu de s'intéresser au processus Y(t), considérons le processus réduit  $X(t) = (Y(t) - E[Y])/\sigma_{Y}$ . Ce processus est généralement appelé *facteur de pointe*. Dans ce cas, le nombre moyen de dépassements d'un niveau *x*, par unité de temps, est :

$$v(x) = v_0^+ \exp\left[-\frac{x^2}{2}\right]$$
(A.30)

avec  $v_0^+ = \frac{\sigma_{\dot{X}}}{2\pi}$ .

Si  $R_t(x)$  est la période de retour de la valeur x, le nombre moyen de dépassements v(x) sur la période  $R_t(x)$  est donc par définition  $v(x) R_t(x) = 1$ . D'après l'équation (A.29), ceci conduit à écrire:

$$v(x) = \frac{1}{R_t(x)} = -\frac{\ln(1-\alpha)}{T}$$
 (A.31)

En conjuguant cette équation avec l'équation (A.30), il vient :

$$\alpha = 1 - \exp\left(-v_0^+ T \exp\left[-\frac{x^2}{2}\right]\right)$$
(A.32)

L'équation (A.32) exprime très clairement que la valeur du facteur de pointe x a une probabilité  $\alpha$  d'être dépassée sur la période T. La dérivée de cette expression fournit donc la fonction densité des maxima des facteurs de pointe sur T :

$$f(x) = \frac{d\left[\exp\left(-v_0^+ T \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\right)\right]}{dx} = -\frac{d\left[v_0^+ T \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\right]}{dx} \cdot \exp\left(-v_0^+ T \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\right)$$

$$= x v_0^+ T x \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \exp\left(-v_0^+ T \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\right) = x \xi \exp(-\xi)$$
(A.33)

107

avec  $\xi = v_0^+ T \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$ . La valeur moyenne du facteur de pointe maximal sur *T*, ainsi que l'écarttype, sont donnés par les expressions :

$$\overline{x}_{\max} = \int_{0}^{+\infty} x^2 \xi \exp(-\xi) dx$$

$$\sigma_{x_{\max}}^2 = \int_{0}^{+\infty} (x - \overline{x}_{\max})^2 x \xi \exp(-\xi) dx$$
(A.34)

ce qui, après changement de variable, se simplifie en :

$$\overline{x}_{\max} = \int_{0}^{+\infty} x \exp(-\xi) d\xi$$

$$\sigma_{x_{\max}}^{2} = \int_{0}^{+\infty} (x - \overline{x}_{\max})^{2} \exp(-\xi) d\xi$$
(A.35)

Or  $x = \sqrt{2\ln(v_0^+ T) - 2\ln(\xi)}$ , ce qui se développe en série de la manière suivante :

$$x = \sqrt{2\ln(v_0^+ T)} - \frac{\ln\xi}{\sqrt{2\ln(v_0^+ T)}} + \cdots$$

$$x^2 = 2\ln(v_0^+ T) - 2\ln\xi + \cdots$$
(A.36)

Les équations (A.35) conduisent alors à :

$$\begin{split} \overline{x}_{\max} &\approx \sqrt{2\ln\left(v_0^+ T\right)} - \frac{1}{\sqrt{2\ln\left(v_0^+ T\right)}} \int_0^{+\infty} \ln\xi \exp\left(-\xi\right) d\xi \\ &\approx \sqrt{2\ln\left(v_0^+ T\right)} + \frac{\gamma}{\sqrt{2\ln\left(v_0^+ T\right)}} \end{split} \tag{A.37}$$

car  $\int_{0}^{+\infty} \ln \xi \exp(-\xi) d\xi = -\gamma$  ( $\gamma \approx 0,5772$  constante d'Euler) [*Spiegel, 1986*]. L'écart-type du facteur de pointe maximal s'obtient de façon identique :

$$\sigma_{x_{\max}}^{2} \approx \int_{0}^{+\infty} \left( \frac{\ln \xi - \gamma}{\sqrt{2 \ln(v_{0}^{+} T)}} \right)^{2} \exp(-\xi) d\xi$$

$$\approx \frac{1}{2 \ln(v_{0}^{+} T)} \int_{0}^{+\infty} (\ln \xi)^{2} \exp(-\xi) d\xi - \frac{\gamma}{\ln(v_{0}^{+} T)} \int_{0}^{+\infty} \ln \xi \exp(-\xi) d\xi + \frac{\gamma^{2}}{2 \ln(v_{0}^{+} T)}$$

$$\approx -\frac{\gamma^{2}}{2 \ln(v_{0}^{+} T)} + \frac{1}{2 \ln(v_{0}^{+} T)} \int_{0}^{+\infty} (\ln \xi)^{2} \cdot \exp(-\xi) d\xi$$

$$\approx -\frac{\gamma^{2}}{2 \ln(v_{0}^{+} T)} + \frac{1}{2 \ln(v_{0}^{+} T)} \left( \frac{\pi^{2}}{6} + \gamma^{2} \right) \approx \frac{1}{2 \ln(v_{0}^{+} T)} \frac{\pi^{2}}{6}$$
(A.38)

car  $\int_{0}^{+\infty} (\ln \xi)^2 \exp(-\xi) d\xi = \frac{\pi^2}{6} + \gamma^2$ . Les expressions (A.37) et (A.38) sont dues à Davenport [Davenport, 1961].

# A.7. Calcul pratique des densités spectrales de puissance

L'estimation pratique de la densité spectrale de puissance fait appel à la transformée de Fourier discrète :

$$\hat{S}_{YY} = \frac{\left|Y_{N}(f)\right|^{2}}{2f_{e} N}$$
(A.39)

avec :

$$Y_N(f) = \sum_{k=0}^{N-1} y(k T_{\theta}) \exp\left(-2\pi i k \frac{f}{f_{\theta}}\right)$$
(A.40)

où  $f_e = 1/T_e$  est la fréquence d'échantillonnage. La transformée de Fourier discrète est en général évaluée aux points  $f = m f_e/N$ , ce qui donne :

$$Y_{N}(f_{m}) = \sum_{k=0}^{N-1} y(k T_{e}) \exp\left(-2\pi i \frac{k m}{N}\right)$$
(A.41)

# Annexe B Concepts en analyse modale expérimentale

# **B.1. Rappel d'analyse modale**

Le système mécanique le plus simple est celui constitué par une masse, un ressort et un amortisseur visqueux (Fig. 76). En appliquant les principes de la dynamique, le déplacement x(t) de ce système est la solution d'une équation différentielle du second ordre :

$$m \ddot{x}(t) + c \dot{x}(t) + k x(t) = u(t)$$
 (B.1)

qui se réécrit :

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta \omega_0 \ \dot{x}(t) + \omega_0^2 \ x(t) = \frac{u(t)}{m}$$
(B.2)

avec  $2\zeta \omega_0 = c/m$  et  $\omega_0^2 = k/m$ .  $\omega_0$  et  $f_0 = \omega_0/2\pi$  sont respectivement appelées pulsation propre et fréquence propre de l'oscillateur et  $\zeta$  est le coefficient d'amortissement visqueux.



# B.1.1. Oscillations libres

Considérons le cas où le terme de force est nul. Une solution générale de l'équation (B.2.) est cherchée sous la forme :

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A} \exp\left(\lambda t\right) \tag{B.3}$$



111

En insérant l'équation (B.3) dans l'équation (B.2) et en divisant par  $A \exp(\lambda t)$ , nous obtenons l'équation caractéristique :

$$\lambda^2 + 2\zeta \omega_0 \lambda + \omega_0^2 = 0 \tag{B.4}$$

qui a pour solutions :

$$\lambda = \left(-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}\right) \mathfrak{v}_0 \tag{B.5}$$

La forme générale de l'équation (B.2) est donc :

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}_{1} \exp\left[\left(-\zeta + \sqrt{\zeta^{2} - 1}\right)\mathbf{p}_{0} t\right] + \mathbf{A}_{2} \exp\left[\left(-\zeta - \sqrt{\zeta^{2} - 1}\right)\mathbf{p}_{0} t\right]$$
(B.6)

Suivant la valeur du coefficient d'amortissement (et des conditions initiales x(t = 0),  $\dot{x}(t = 0)$ , divers comportements dynamiques peuvent apparaître. Si  $\zeta < 0$ , l'oscillateur est dit instable, car un des termes de l'équation (B.6) est divergent. Si  $\zeta < 0$ , l'oscillateur est dit *non amorti* : le mouvement est alors périodique avec pour période  $T_0 = 2\pi/\omega_0$ . Si  $0 < \zeta < 1$ , l'oscillateur est dit *sous-amorti* : le mouvement est toujours périodique. La solution de (B.2) peut être mise sous la forme :

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A} \exp\left[-\zeta \,\omega_0 \, t\right] \, \cos\left[\omega_d \, t - \phi\right] \tag{B.7}$$

avec  $\omega_d = \sqrt{1 - \zeta^2} \omega_0$ . A et  $\phi$  dépendent des conditions initiales. Le cas  $\zeta = 1$  est connu sous le terme d'amortissement critique<sup>(2)</sup>. Le mouvement est apériodique et décroît en fonction du temps : de même pour le cas où  $\zeta > 1$  qui correspond au cas d'un oscillateur dit *sur-amorti*. La figure 77 donne un aperçu des allures de la réponse suivant divers coefficients d'amortissement.







# B.1.2. Décrément logarithmique

Une mesure utile de l'amortissement d'un oscillateur simple est la réduction de l'amplitude du mouvement après une oscillation. Considérons par exemple deux déplacements distants d'un cycle d'oscillations correspondant aux instant  $t_1$  et  $t_2$ . D'après l'équation (B.7) et la figure 78, il est possible d'écrire le ratio  $x_1 / x_2$ :

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{\exp\left[-\zeta \,\omega_0 \, t_1\right] \, \cos\left[\omega_d \, t_1 - \phi\right]}{\exp\left[-\zeta \,\omega_0 \, t_2\right] \, \cos\left[\omega_d \, t_2 - \phi\right]} = \exp\left[\zeta \,\omega_0 \, T\right] \tag{B.8}$$

(2) Le coefficient d'amortissement  $\zeta$  est ainsi dénommé amortissement au critique par référence à la valeur 1.

avec  $T = t_2 - t_1 = 2\pi / \omega_d$ . Vu la forme exponentielle de cette équation, il est intuitif d'en prendre son logarithme, ce qui donne :

$$\delta = \ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right) = \zeta \,\omega_0 \,T = \frac{2\,\pi\,\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \tag{B.9}$$

 $\delta$  est connu sous le terme de décrément logarithmique. Ainsi, pour déterminer la quantité d'amortissement d'un oscillateur, il suffit de mesurer deux déplacements consécutifs séparés par un cycle et de calculer le décrément logarithmique. Le coefficient d'amortissement s'obtient alors aisément par :

 $\zeta \cong \frac{\delta}{2\pi}$ 

$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{(2\pi)^2 + \delta^2}}$$
(B.10)

(B.11)

Dans le cas où l'amortissement est très faible, l'équation (B.10) peut s'approcher par :

FIGURE 78 Signification physique du décrément logarithmique.

# B.1.3. Oscillations forcées harmoniques

Considérons que l'excitation u(t) soit de type harmonique :

$$u(t) = A\sin(\omega t) \tag{B.12}$$

Pour résoudre l'équation (B.1) avec pour second membre (B.12), il est intéressant de travailler en notation complexe, ce qui revient à étudier :

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta \omega_0 \ \dot{x}(t) + \omega_0^2 \ x(t) = \frac{A \exp(i\omega t)}{m}$$
(B.13)

On recherche alors une solution de la forme  $x(t) = X(i\omega)\exp(i\omega t)$ , ce qui se traduit par :

$$\left(-\omega^{2}+2\zeta\omega_{0}\ \omega i+\omega_{0}^{2}\ \right)X(i\omega)=\frac{A}{m}$$
(B.14)

d'où :

$$X(i\omega) = \frac{A}{m\omega_0^2 \left(-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + 2\zeta \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)i + 1\right)}$$
(B.15)

L'amplitude complexe X(i\omega) peut s'écrire différemment :

$$X(i\omega) = |X(i\omega)| \exp(-i\phi)$$

$$= \frac{A}{m\omega_0^2 \left[ \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + 4\zeta^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 \right]} \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 - 2\zeta \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)i\right)$$
(B.16)

ce qui conduit à :

$$|X(i\omega)| = \frac{A}{m\omega_0^2 \sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + 4\zeta^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$
(B.16i-ii)  
$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{2\zeta \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}\right)$$





 $|X(i\omega)|$  et  $\phi$  sont respectivement l'amplitude et le déphasage (par rapport à l'excitation) de la réponse. L'amplitude est maximale pour la pulsation :

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - 2\zeta^2} \tag{B.17}$$

Ceci montre que le maximum n'est pas atteint à la pulsation propre du système, mais à une pulsation inférieure à  $\omega_0$ , suivant la valeur du coefficient d'amortissement. Si  $\zeta > 1/\sqrt{2}$ , il n'y a d'ailleurs plus de maximum. Si  $\zeta = 0$ , il y a discontinuité de l'amplitude (elle devient infinie) à  $\omega = \omega_0$ . La figure 79 donne quelques allures de l'amplitude et du déphasage en fonction du coefficient d'amortissement. L'amplitude maximale est donnée par l'expression :

$$X(i\omega) = \frac{A}{m\omega_0^2 \sqrt{(2\zeta^2)^2 + 4\zeta^2 (1 - 2\zeta^2)}} = \frac{A}{2m\omega_0^2 \zeta \sqrt{1 - \zeta^2}}$$
(B.18)

Pour de faibles amortissements, il vient :

$$|X(i\omega)| \approx \frac{A}{2m\omega_0^2 \zeta}$$
(B.19)

# B.1.4. Oscillations forcées aléatoires

La transformée de Laplace d'une fonction  $\xi$  (*t*) est définie par :

$$L_{\xi}(s) = \int_{0}^{+\infty} e^{-st} \xi(t) dt$$
 (B.20)

En particulier, les relations suivantes se déduisent :

$$L_{\xi}(s) = sL[\xi](s) - \xi(0)$$

$$L_{\xi}(s) = s^{2}L[\xi](s) - s\xi(0) - \dot{\xi}(0)$$
(B.21)

En transposant l'équation (B.1) dans le domaine de Laplace, l'expression de réponse peut être tirée :

$$s^{2}L_{x}(s) + 4\zeta \pi f_{0} s L_{x}(s) + 4\pi^{2}f_{0}^{2}L_{x}(s) = \frac{L_{u}(s)}{m} + 4\zeta \pi f_{0} x(0) + s x(0) + \dot{x}(0)$$
(B.22)

c'est-à-dire :

$$L_{x}(s) = \frac{L_{u}(s)}{m(s^{2} + 4\zeta \pi f_{0} s + 4\pi^{2} f_{0}^{2})} + \frac{(1 + 4\zeta \pi f_{0} s)}{(s^{2} + 4\zeta \pi f_{0} s + 4\pi^{2} f_{0}^{2})} x(0) + \frac{1}{(s^{2} + 4\zeta \pi f_{0} s + 4\pi^{2} f_{0}^{2})} \dot{x}(0)$$
(B.23)

Le terme

$$H(s) = \frac{1}{m\left(s^2 + 4\zeta \pi f_0 s + 4\pi^2 f_0^2\right)}$$
(B.24)

est appelée de l'oscillateur. Les transformées de Laplace inverse des différents termes de l'équation (B.24) sont :

$$- \operatorname{pour} \frac{L_{u}(s)}{m\left(s^{2} + 4\zeta \pi f_{0} \, s + 4\pi^{2} \, f_{0}^{2}\right)} : \int_{0}^{\infty} h(\tau) \, u(t-\tau) d\tau$$

$$- \operatorname{pour} \frac{\left(1 + 4\zeta \pi f_{0} \, s\right)}{\left(s^{2} + 4\zeta \pi f_{0} \, s + 4\pi^{2} \, f_{0}^{2}\right)} x(0) : x(0) \, \hat{h}(t)$$

$$- \operatorname{pour} \frac{1}{\left(s^{2} + 4\zeta \pi f_{0} \, s + 4\pi^{2} \, f_{0}^{2}\right)} \dot{x}(0) : \dot{x}(0) \, h(t)$$

avec

$$h(t) = \frac{1}{m\sqrt{(1-\zeta^{2})}2\pi f_{0}} \exp(-2\pi f_{0}\zeta t) \sin(\sqrt{(1-\zeta^{2})}2\pi f_{0}t)$$
(B.25)  
$$\hat{h}(t) = \exp(-2\pi f_{0}\zeta t) \left(\cos(\sqrt{(1-\zeta^{2})}2\pi f_{0}t) + \frac{\zeta}{\sqrt{(1-\zeta^{2})}2\pi f_{0}}\sin(\sqrt{(1-\zeta^{2})}2\pi f_{0}t)\right)$$

ce qui permet d'écrire la réponse temporelle :

$$x(t) = \int_{0}^{+\infty} h(\tau) u(\tau - t) d\tau + m h(0) \dot{x}(0) + \hat{h}(0) x(0)$$
(B.26)

La fonction H(f) est appelée fonction de réponse temporelle ou impulsionnelle de l'oscillateur.

Les termes dus aux conditions aux limites sont constitués d'exponentielles décroissantes (système amorti). Leur effet tend donc à s'estomper au cours du temps ; seule reste alors le premier terme de l'équation (régime entretenu). L'expression (B.26) peut également être transformée en fréquentiel par la transformée de Fourier. Il vient alors :

$$x(f) = H(f) u(f) = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 m \left(1 + i \ 2 \zeta \left(\frac{f}{f_0}\right) - \left(\frac{f}{f_0}\right)^2\right)} u(f)$$
(B.27)

La fonction H(f) est appelée fonction de réponse fréquentielle de l'oscillateur.

# B.1.5. Fonctions de réponse

La section précédente a mis en évidence que le calcul de la réponse d'un oscillateur simple s'obtenait au travers de fonctions particulières appelées *fonctions de réponse*. Ces fonctions sont d'une grande importance puisqu'elles caractérisent, suivant le domaine d'analyse, les caractéristiques dynamiques de l'oscillateur, et donc sa réponse à une excitation donnée.

L'expression (B.25) est souvent écrite sous forme d'une somme d'exponentielles complexes conjuguées :

$$h(t) = \exp\left(-2 \pi \zeta f_0 t\right) \left(A \exp\left[i \sqrt{\left(1-\zeta^2\right)} 2 \pi f_0 t\right] + \overline{A} \exp\left[-i \sqrt{\left(1-\zeta^2\right)} 2 \pi f_0 t\right]\right)$$
$$= A \exp\left[\lambda t\right] + \overline{A} \exp\left[\overline{\lambda} t\right]$$
(B.28)
$$\operatorname{avec} \lambda = -2 \pi \zeta f_0 + i \sqrt{\left(1-\zeta^2\right)} 2 \pi f_0.$$

 $\overline{\lambda}$  est le complexe conjugué de  $\lambda$ .  $\lambda$  et  $\overline{\lambda}$  sont les pôles de l'oscillateur. A et  $\overline{A}$  sont dénommées résidus complexes. Les résidus contrôlent l'amplitude de la réponse impulsionnelle, la partie réelle des pôles la décroissance temporelle et la partie imaginaire la fréquence d'oscillation.

Dans le domaine fréquentiel, la fonction de réponse est donnée par l'expression (B.27). Le dénominateur de cette équation est un polynôme du second degré en *f*. Ce polynôme est à coefficients réels et admet pour racines les pôles complexes  $\lambda$  et  $\overline{\lambda}$ . Ceci permet donc d'écrire :

$$H(f) = \frac{1/m}{\left(i \ 2 \ \pi \ f - \lambda\right) \left(i \ 2 \ \pi \ f - \overline{\lambda}\right)} \tag{B.29}$$

Notons que la fonction de réponse fréquentielle est une fonction complexe d'une variable réelle *f*. Il est souvent opportun de décomposer la fonction de réponse H(f) en une somme de fractions rationnelles élémentaires introduisant les résidus *A* et  $\overline{A}$ :

$$H(f) = \frac{A}{(i \ 2 \ \pi \ f - \lambda)} + \frac{\overline{A}}{(-i \ 2 \ \pi \ f - \overline{\lambda})}$$
(B.30)

Cette décomposition est très utile en analyse modale expérimentale.

La fonction de réponse de Laplace est quant à elle donnée par l'équation (B.24). Le dénominateur de cette fraction rationnelle en s est un polynôme du second degré à coefficients réels qui admet pour racines les pôles  $\lambda$  et  $\overline{\lambda}$ :

$$H(s) = \frac{1/m}{(s-\lambda)(s-\overline{\lambda})}$$
(B.31)

De façon analogue à la fonction de transfert fréquentielle, la fonction de transfert H(s) peut être décomposée en une somme de fractions partielles exhibant les pôles de l'oscillateur.

# **B.2.** Modes propres de vibration

# B.2.1. Solution de l'équation homogène non amortie

Afin de résoudre l'équation homogène d'un système non dissipatif :

$$M \ddot{q} + K q = 0 \tag{B.32}$$

une solution particulière sous la forme  $q(t) = \Phi z(t)$  est recherchée.  $\Phi$  est un vecteur indépendant du temps qui constitue un facteur d'échelle de la réponse z(t). En substituant cette expression dans l'équation (B.32), il vient :

$$\ddot{z}(t)M\Phi + z(t)K\Phi = 0 \tag{B.33}$$

Si la matrice *K* est supposée définie positive (c'est-à-dire le déterminant de *K* est non nul), l'équation (B.33) peut être réécrite :

$$\frac{\ddot{z}(t)}{z(t)}M\Phi = -K\Phi$$
(B.34)

Comme  $K \Phi$  ne dépend pas du temps, et en écartant la solution triviale  $z(t) \equiv 0$ , il est nécessaire que:

$$-\frac{\ddot{z}(t)}{z(t)} = \kappa \tag{B.35i}$$

$$K \Phi = \kappa M \Phi$$
 B.35ii)

où  $\kappa$  est une constante. Il est aisé de démontrer que cette constante ne peut être que réelle et positive. En effet, si  $\Phi$  est décomposée en parties réelle et imaginaire, et si l'équation (B.35ii) est pré-multipliée par la transposée conjuguée de  $\Phi$ , la symétrie des matrices *M* et *K* conduit à l'expression :

$$\Phi = \Re(\Phi) + i \Im(\Phi)$$

$$\kappa = \frac{{}^{t}\Re(\Phi)K\Re(\Phi) + {}^{t}\Im(\Phi)K\Im(\Phi)}{{}^{t}\Re(\Phi)M\Re(\Phi) + {}^{t}\Im(\Phi)M\Im(\Phi)}$$
(B.36)

Chaque terme de  $\kappa$  est une forme quadratique définie positive :  $\kappa$  est donc bien réel et positif. Les équations (B.35i) et (B.35ii) deviennent alors :

$$-\frac{\ddot{z}(t)}{z(t)} = \kappa = \omega^2 \quad \omega \ge 0$$
(B.37i)

$$\left( K - \omega^2 M \right) \Phi = 0 \tag{B.37ii}$$

L'équation (B.37ii) admet une solution non triviale si  $\omega$  est solution de l'équation :

$$\det\left(K - \omega^2 M\right) = 0 \tag{B.38}$$

Cette équation est une équation aux valeurs propres. Ses solutions  $\omega_k^2$  sont au nombre de *n* (dimension des matrices de masse et de rigidité) et sont toutes réelles positives. Le vecteur  $\Phi_k$  correspondant à  $\omega_k$  est le *mode propre* – ou *déformée propre* - associé à la valeur propre  $\omega_k^2$ . L'équation (B.37i) fournit une solution harmonique pour  $z_k(t)$ , solution temporelle associée au vecteur propre :

$$z_k(t) = A_k \cos(\omega_k t) + B_k \sin(\omega_k t)$$
(B.39)

 $\omega_k$  peut alors être interprétée comme la *pulsation du mode k*, la fréquence propre  $f_k$  étant définie par  $\omega_k/2\pi$ .

# B.2.2. Orthogonalité des modes propres de vibration

Seul le cas de pulsations propres distinctes sera ici traité, c'est-à-dire  $\forall k, l \quad \omega_k \neq \omega_l$ . D'après l'équation (B.37ii), les vecteurs propres et pulsations propres correspondantes sont solutions de :

$$\left(K - \omega_k^2 M\right) \Phi_k = 0 \quad ; \quad \left(K - \omega_l^2 M\right) \Phi_l = 0 \tag{B.40}$$

En pré-multipliant les équation précédentes, respectivement par  ${}^t\Phi_l$  et  ${}^t\Phi_k$ , il vient :

$${}^{t}\Phi_{I} \mathcal{K} \Phi_{I} = \varpi_{k}^{2} {}^{t}\Phi_{I} \mathcal{M} \Phi_{k} \tag{B.41i}$$

$${}^{t}\Phi_{k} \, \mathcal{K} \, \Phi_{l} = \omega_{l}^{2} \, {}^{t}\Phi_{k} \, \mathcal{M} \, \Phi_{l} \tag{B.41ii}$$

La soustraction de ces deux équations conduit à :

$$\left(\omega_k^2 - \omega_l^2\right) {}^t \Phi_l M \Phi_k = 0 \tag{B.42}$$

puisque les matrices de masse et de rigidité sont symétriques. Comme les pulsations propres sont deux à deux distinctes, les conditions d'orthogonalité s'obtiennent (<sup>3</sup>) :

$${}^{t}\Phi_{\mu}M\Phi_{\mu}=0 \tag{B.43i}$$

$${}^{t}\Phi_{I} K \Phi_{k} = 0 \tag{B.43ii}$$

(3) Les relations d'orthogonalité se généralisent aux cas de valeurs propres multiples. On démontre qu'il est possible de choisir un ensemble de vecteurs propres correspondant à la valeur propre multiple de telle sorte que les relations d'orthogonalité soient encore vérifiées.

Les équations d'orthogonalité jouent un rôle essentiel dans l'expression de la solution des équations de la dynamique. Pour appréhender leur sens physique, il faut noter que (B.43i) représente le produit des forces d'inertie  $M \Phi_k$  dues au mode k par le mode l. L'équation (B.43i) exprime donc que le travail virtuel produit par les forces d'inertie induit par le mode k dans un déplacement virtuel d'un mode différent est nul. De façon analogue, l'équation (B.43i) exprime que le travail des forces élastiques induit par le mode k dans un déplacement virtuel d'un mode différent est nul. Les formes quadratiques :

$${}^{t}\Phi_{I}M\Phi_{k} = 0 \tag{B.44i}$$

$${}^{t}\Phi_{I} \mathcal{K} \Phi_{k} = 0 \tag{B.44ii}$$

mesurent respectivement les contributions du modes k aux énergies cinétique et de déformation. Elles sont appelées masse et raideur généralisées. Ces quantités sont seulement connues à un facteur près puisque l'amplitude du mode propre  $\Phi_k$  est indéterminée.

# B.2.3. Choix d'une base de mode propre

L'indétermination sur les masses et raideurs généralisées peut être levée en calculant le quotient des deux expressions (appelé *quotient de Rayleigh*) :

$$\frac{{}^{t}\Phi_{k} \, K \, \Phi_{k}}{{}^{t}\Phi_{k} \, M \, \Phi_{k}} = \frac{\eta_{k}}{\mu_{k}} = \omega_{k}^{2} \tag{B.45}$$

L'indétermination du vecteur propre  $\Phi_k$  permet de choisir la forme la plus adaptée au problème étudié. Ainsi, parmi les choix possibles, l'un consiste à fixer la masse généralisée à l'unité, ce qui transforme les relations d'orthogonalité en :

$${}^{t}\Phi_{\mu}M\Phi_{\mu} = \delta_{\mu\nu} \tag{B.46i}$$

$${}^{t}\Phi_{I} \mathcal{K} \Phi_{k} = \omega_{k}^{2} \,\delta_{kl} \tag{B.46ii}$$

où  $\delta_{kl} = 1$  si k = l, 0 sinon. Les modes propres sont dits *orthogonaux par rapport à la matrice de masse*.

D'autres choix, plus classiques, existent :

- Normalisation unitaire avec composante arbitrairement positive :  $\|\Phi_k\| = 1$  et  $\phi_{k,m} > 0$ ;
- Composante arbitrairement fixée à l'unité :  $\phi_{k,m} = 1$  ;
- Composante maximale fixée à l'unité : max (φ<sub>k,m</sub>)=1.

Par abus de langage, la levée de l'indétermination des modes propres est appelée normalisation.

### B.2.4. Matrice de transfert

Les propriétés des fonctions de transfert des oscillateurs simples se généralisent aisément aux systèmes par superposition linéaire d'oscillateurs à 1 degré de liberté. La fonction de transfert est alors à coefficients matriciels. Ainsi, dans le domaine fréquentiel, elle s'écrit :

$$G(f) = H(f)^{-1} = M \left( -4 \pi^2 f^2 I + i 2 \pi f M^{-1} C + M^{-1} K \right)$$
(B.47)

G(f) est la fonction d'impédance du système. Il est possible de démontrer que chaque terme de la fonction de transfert H(f) peut se décomposer en une somme de fractions partielles introduisant les différents pôles du système et leurs conjugués. En effet, pour un système avec amortissement proportionnel, il est possible d'exprimer chaque terme de la fonction de transfert en une série de fractions rationnelle dont les dénominateurs sont des polynômes de degré 2 :

$$H_{kl}(f) = \sum_{r=1}^{n} \frac{\phi_{k,r} \phi_{l,r}}{4\pi^2 f_r^2 \mu_r \left(1 + i \ 2 \zeta_r \left(\frac{f}{f_r}\right) - \left(\frac{f}{f_r}\right)^2\right)}$$
(B.48)

119

Chaque dénominateur peut se factoriser en un produit de deux polynômes du premier degré comme pour l'oscillateur simple :

$$H_{kl}(f) = \sum_{r=1}^{n} \frac{\phi_{k,r} \phi_{l,r}}{\lambda_r + \overline{\lambda}_r} \left( \frac{1}{i \ 2 \ \pi \ f - \lambda_r} + \frac{1}{-i \ 2 \ \pi \ f - \overline{\lambda}_r} \right)$$
(B.49)

Pour un système à n degrés de liberté, il y a n pôles  $\lambda_r$  et n pôles  $\overline{\lambda}_r$  puisque le système non amorti admet 2n valeurs propres complexes deux à deux conjuguées.

# **B.3.** Méthodes pratiques d'identification modale en analyse modale expérimentale

# B.3.1. Appropriation modale

La méthode d'identification par appropriation modale est l'une des plus anciennes et elle reste très utilisée pour des essais dynamiques au sol sur les avions. Dans cette technique, des actionneurs sont réglés de sorte que l'énergie dissipée par la structure soit contrebalancée par l'énergie apportée par ces derniers. Lorsque ce réglage est atteint, les équations différentielles décrivant la structure se ramène à celles d'un système homogène non amorti. Cette technique fonctionne très bien en présence d'amortissement proportionnel.

# B.3.2. Identification des fonctions de transfert

Cette technique est la plus couramment employée pour l'estimation des paramètres modaux. Elle consiste à mesurer les fonctions de transfert du système en un ou plusieurs points de mesure. L'excitation peut être à bande étroite, à large bande, déterministe ou aléatoire. Une fois les fonctions de transfert déterminées, une procédure d'identification est appliquée pour extraire les caractéristiques modales. La démarche la plus simple consiste à caler un modèle du type de l'équation (B.49) :

$$H_{kl}(f) = \sum_{r=1}^{n} \frac{\phi_{k,r} \,\phi_{l,r}}{\lambda_r + \overline{\lambda}_r} \left( \frac{1}{i \, 2 \, \pi \, f - \lambda_r} + \frac{1}{-i \, 2 \, \pi \, f - \overline{\lambda}_r} \right) \tag{B.50}$$

ce qui permet d'estimer les pôles du système (et donc les fréquences et coefficients d'amortissement) et les déformées propres. Celles-ci sont souvent croisées au travers d'indicateurs pour vérifier leur orthogonalité ou leur adéquation avec un modèle numérique. Afin de s'assurer que tous les modes d'intérêt sont identifiés, plusieurs points d'excitation peuvent être utilisés soit individuellement soit simultanément.

# B.3.3. Exponentielles complexes amorties

Les méthodes dites à exponentielles complexes amorties sont des techniques d'identification formulées pour analyse la réponse transitoire d'un système ou d'une structure soumis à une action de lâcher (relâchement brusque de la condition initiale). Elles peuvent être néanmoins utilisées dans l'analyse des réponses impulsionnelles. Dans ce dernier cas, par construction des réponses impulsionnelles, ces techniques permettent d'estimer des modes directement utilisables pour calculer les rigidités et masses généralisées. Trois formes de méthodes sont les plus couramment utilisées : les sections suivantes les décrivent brièvement.

#### Méthode temporelle d'Ibrahim (Ibrahim Time-Domain method-ITD)

La réponse transitoire d'une structure est mesurée en différents points. Si pour des raisons de limitations d'équipement, la réponse ne peut être mesurée en tous les points simultanément, il est

possible d'utiliser plusieurs expériences mais en conservant un point (ou capteur) de référence. Une matrice d'état est formée à partir des réponses et les pôles sont calculés à partir des valeurs propres de cette matrice tandis que les déformées propres sont tirées des vecteurs propres. Cette méthode estime les modes propres à partir de conditions initiales spécifiques. Plusieurs conditions d'essai (c'est-à-dire conditions initiales si la mesure est un transitoire ou points d'impact si elle est une réponse impulsionnelle) doivent être utilisées pour estimer tous les modes importants.

Bien que cette technique est basée sur des réponses transitoires, elle peut être utilisée sous excitation à condition de remplacer la réponse par des fonctions d'autocorrélations ou de décrément aléatoire. Ces dernières peuvent être vues comme des approximations des fonctions de corrélation en ne recourant qu'à un nombre de valeurs limité des signaux (les valeurs retenues vérifient des conditions dites de déclenchement).

#### Méthode temporelle polyreference (Polyference time-domain method)

La plupart des remarques formulées pour la méthode ITD s'appliquent à la méthode polyréférence. La spécificité de cette méthode réside dans sa capacité à traiter simultanément toutes les réponses transitoires, relatives à plusieurs points de référence ou conditions initiales. L'un des avantages de cette méthode est sa capacité à pouvoir détecter des pôles multiples ou voisins.

### Algorithme de réalisation d'un système propre (Eigensystem Realisation Algorithm method-era)

La méthode ERA est une technique qui consiste à identifier dans un premier temps un modèle d'état du système étudié. Une fois ce modèle estimé, les modes propres sont tirés des solutions d'un problème aux valeurs propres comme pour les méthodes précédentes. De façon analogue à la méthode polyréférence, la méthode ERA permet de traiter simultanément plusieurs conditions initiales. Un des attributs de cette méthode est qu'elle inclut des indicateurs de précisions pour évaluer les effets du bruit et une estimation sur le nombre de modes présents au moyen d'une décomposition en valeurs singulières.

# B.3.4. Méthodes d'identification entrée/sortie

Il s'agit de méthodes dont l'objectif est l'identification directe d'un modèle caractérisant le système dynamique pour une couple d'entrées (excitations) et de sorties (réponses) donné. Trois méthodes peuvent être décrites de cette manière.

#### Méthodes ARMA

Une des méthodes entrée/sortie est la méthode ARMA qui consiste à identifier un modèle autorégressif à moyenne mobile (Auto-Regressive Moving Average), c'est-à-dire un modèle régressif entre l'excitation et la réponse :

$$\underbrace{y_{k} + \sum_{\substack{r=1 \\ \text{Auto-régressive}}}^{2n} a_{k} y_{k}}_{\text{Auto-régressive}} = \underbrace{\sum_{\substack{s=1 \\ \text{Moyenne mobile}}}^{2n-1} B_{s} u_{k-s}}_{\text{Moyenne mobile}}$$
(B.51)

Il est possible de démontrer que tout système dynamique peut se décrire par ce type de relation régressive : les paramètres modaux (déformées propres, fréquences propres et amortissements) se déduisent des paramètres de ce modèle. Les pôles sont tirés des racines du polynôme formé par la partie auto-régressive tandis que les déformées propres s'obtiennent à partir de la partie à moyenne mobile.

L'estimation des paramètres du modèle ARMA repose sur l'hypothèse que l'excitation est un bruit blanc. Diverses méthodes existent pour réaliser cette estimation : méthode de Yule-Walker, très utilisée en statistiques des séries chronologiques, méthodes d'erreur minimale de prédiction. Comme l'excitation est supposée être un bruit blanc, les méthodes ARMA ont été employée dans l'estimation des caractéristiques dynamiques de bâtiments excités par le vent.

#### Méthode des matrices structurales réduites

La plupart des méthodes cherchant à estimer des matrices réduites de masse, de rigidité et d'amortissement à partir d'enregistrements sont en fait des approches indirectes estimant les paramètres modaux dans un premier temps puis synthétisant des matrices réduites dans un second temps. Cette approche permet de tenir compte de contraintes (ou d'informations) sur des termes dans les matrices de masse, de rigidité ou d'amortissement, comme la symétrie ou la concentration de termes non nuls sur une bande autour de la diagonale. Ceci constitue une différence sensible avec les méthodes ARMA qui ne permettent pas d'introduire des données sur le modèle.

La méthode des matrices structurales réduites présente cependant des lacunes considérables. En premier lieu, les matrices identifiées ne sont pas uniques : il y a en effet plusieurs combinaisons possibles. En second lieu, comme la plage de fréquences est réduite, les matrices identifiées sont pondérées pour ne représenter qu'un modèle incomplet. Enfin, les matrices réduites ont souvent aucun sens physique et peuvent être fortement attachées d'erreurs induites par l'imprécision sur les paramètres modaux estimés.

#### Méthode du décrément aléatoire

La méthode d'Ibrahim peut s'appliquer aux fonctions d'autocorrélation des signaux de mesure, car ce sont des fonctions exponentiellement amorties dans le temps. L'estimation des fonctions d'autocorrélation est très consommateur en temps de calcul notamment s'il y a plusieurs points de mesure synchrones. Pour réduire ces temps de calcul, les autocorrélations ne sont calculées que sur des tronçons de signaux et non sur la totalité du signal. Ces tronçons sont choisis en fonction de paramètres ou conditions dites de déclenchement (par exemple, le dépassement d'un certain seuil). Ces approximations sont appelées *fonctions de décrément aléatoire*. Il est possible d'estimer que l'erreur commise par ces fonctions par rapport aux autocorrélations exactes. Cette technique permet de réduire considérablement les temps de calcul (et les séquences d'acquisition) tout en conservant une très bonne qualité d'estimation des paramètres modaux.

#### Méthode des sous-espaces

Les méthodes de sous-espace consistent à identifier un système dynamique « entrée/sortie » sans la connaissance de l'excitation. Elles sont d'utilisation récente et repose sur des projections entre espaces et sur l'utilisation de méthodes numériques robustes de factorisation (QR, décomposition en valeurs singulières). Elles permettent d'une part de réduire la taille des modèles et d'éliminer le bruit présent dans les signaux traités. Une fois le modèle réduit identifié, les caractéristiques modales en sont extraites directement.

# Annexe C **Spécification** des capteurs

Chaque capteur doit faire l'objet d'une fiche de spécification précisant les éléments suivants :

%

%

- Type (accéléromètre, géophone, jauge de déformation, fibre optique, etc.)
- Variable mesurée (accélération, vitesse, déplacement, déformation, etc.)
- Technologie (mécanique, piezo-électrique, optique, résistif, etc.)
- Capteur : Fabricant

Référence :

Conditionneur :

Fabricant Référence :

- Montage (mécanique, collage, etc.)
- Caractéristiques du câblage
- Dimensions
- Poids
- Sensibilité
  - · directe : S = \_\_\_\_% Str = \_\_\_\_\_±\_\_\_\_ transversale :
  - température : St = ±
  - ...
- Caractéristiques de la réponse fréquentielle
  - · réponse en fréquence
  - · fréquence de résonance
  - bande de fréquences d'utilisation
- Plage d'utilisation (environnement)
  - Température
  - . Humidité

• ...

- Type et nature de la calibration
  - · laboratoire (Oui/Non)
  - . in situ (Oui/Non)
  - · prise en compte de la chaîne de mesure (Oui/Non)

Document publié par le LCPC	sous le numéro C1502522
Conception et réalisation	LCPC-DISTC, Marie-Christine Pautré
Dessins	LCPC-DISTC, Philippe Caquelard
Photographies	LCPC, VCE, EMPA, LRPC Bordeaux, LRPC Nice, LRPC Lyon, SNCF, SITES
Impression	Jouve N°
Dépôt légal	1er trimestre 2009



L'évaluation dynamique expérimentale des ouvrages est une discipline aujourd'hui en vogue dans le génie civil. La conception de structures toujours plus souples et flexibles nécessite d'évaluer leur aptitude au service visà-vis de sollicitations dynamiques.

Ce guide technique a pour vocation de présenter les principaux concepts et principes qui motivent la réalisation d'investigations dynamiques sur les ponts. Il insiste donc autant sur les enjeux métrologiques et d'instrumentation que sur les finalités des investigations. Les épreuves vibratoires sont en effet effectuées à des fins diverses : tests de vibration, analyse structurale, surveillance et diagnostic, mesures de confort.

Ce guide est divisé en 4 grands chapitres, complété par un chapitre d'exemples. Le premier est un chapitre introductif, précisant le cadre opérationnel des investigations dynamiques. Il intéresse directement les maîtres d'ouvrages ou les gestionnaires d'ouvrages. Le second chapitre synthétise les objectifs principaux motivant ces investigations et les applications pratiques. Il est destiné aux bureaux d'études susceptibles de proposer des épreuves vibratoires à des maîtres d'ouvrages ou des gestionnaires. Le troisième chapitre traite de la mise en œuvre opérationnelle des investigations dynamiques : il concerne notamment les laboratoires ou entreprises en charge de l'instrumentation des ouvrages. Enfin, le quatrième chapitre effectue une présentation des méthodes d'évaluation dynamique. Il offre ainsi aux bureaux d'études, laboratoires et entreprises un aperçu des méthodes d'analyse offertes à ce jour et d'usage courant.

Ce guide est donc destiné à tout acteur du génie civil souhaitant approfondir ses connaissances dans le domaine des investigations et des évaluations dynamiques.

Experimental dynamic assessment is a very popular technical and scientific field in civil engineering. The design of light and flexible structures requires assessing correctly their serviceability in regards of dynamic loadings.

These guidelines are dedicated to introduce the essential concepts and principles that base dynamic testing on bridges. It insists on the instrumentation aspects as well as on the objectives of these investigations. Dynamic tests are indeed performed for various reasons: vibration tests, structural analysis, diagnosis, comfort.

These guidelines are divided into 4 chapters, with an additional chapter of examples. The first chapter is an introduction which highlights the operational framework of the dynamic tests. Bridge managers will find the essential features of dynamic assessment. The second chapter synthesizes the principal objectives which motivate tests and present practical applications. It is dedicated to design offices that can advice bridge managers to perform dynamic tests. The third chapter is related to the practical implementation of dynamic investigations: consultants and laboratories in charge of bridges instrumentations can find valuable information. At last, the fourth chapter is a general presentation of the methods and techniques for analysing data. This chapter provides a general overview of today's techniques for design offices, laboratories and contractors.

These guidelines are therefore intended to any civil engineer who wishes to improve his knowledge in the field of dynamic testing and assessment.



ISSN 1151-1516

Réf : GTINPONT Prix : 45 Euros HT