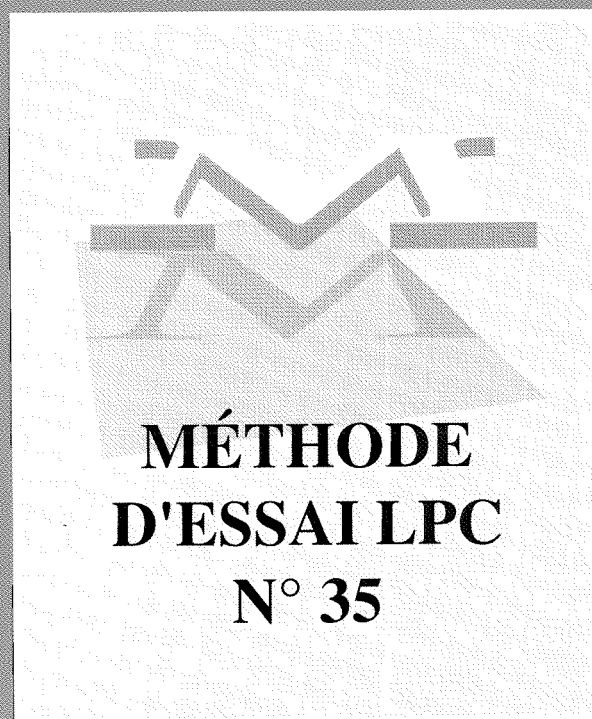


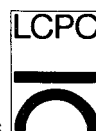
Mesure de la tension des câbles par vibration

techniques et méthodes
des laboratoires
des ponts et chaussées

lpc



méthode



Conformément à la note du 04/07/2014 de la direction générale de l'Ifsttar précisant la politique de diffusion des ouvrages parus dans les collections éditées par l'Institut, la reproduction de cet ouvrage est autorisée selon les termes de la licence CC BY-NC-ND. Cette licence autorise la redistribution non commerciale de copies identiques à l'original. Dans ce cadre, cet ouvrage peut être copié, distribué et communiqué par tous moyens et sous tous formats.



Attribution — Vous devez créditer l'Oeuvre et intégrer un lien vers la licence. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens possibles mais vous ne pouvez pas suggérer que l'Ifsttar vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son Oeuvre.



Pas d'Utilisation Commerciale — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Oeuvre, tout ou partie du matériel la composant.



Pas de modifications — Dans le cas où vous effectuez une adaptation, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Oeuvre originale (par exemple, une traduction, etc.), vous n'êtes pas autorisé à distribuer ou mettre à disposition l'Oeuvre modifiée.

Le patrimoine scientifique de l'Ifsttar

Le libre accès à l'information scientifique est aujourd'hui devenu essentiel pour favoriser la circulation du savoir et pour contribuer à l'innovation et au développement socio-économique. Pour que les résultats des recherches soient plus largement diffusés, lus et utilisés pour de nouveaux travaux, l'Ifsttar a entrepris la numérisation et la mise en ligne de son fonds documentaire. Ainsi, en complément des ouvrages disponibles à la vente, certaines références des collections de l'INRETS et du LCPC sont dès à présent mises à disposition en téléchargement gratuit selon les termes de la licence Creative Commons CC BY-NC-ND.

Le service Politique éditoriale scientifique et technique de l'Ifsttar diffuse différentes collections qui sont le reflet des recherches menées par l'institut :

- Les collections de l'INRETS, Actes
- Les collections de l'INRETS, Outils et Méthodes
- Les collections de l'INRETS, Recherches
- Les collections de l'INRETS, Synthèses
- Les collections du LCPC, Actes
- Les collections du LCPC, Etudes et recherches des laboratoires des ponts et chaussées
- Les collections du LCPC, Rapport de recherche des laboratoires des ponts et chaussées
- Les collections du LCPC, Techniques et méthodes des laboratoires des ponts et chaussées, Guide technique
- Les collections du LCPC, Techniques et méthodes des laboratoires des ponts et chaussées, Méthode d'essai



Institut Français des Sciences et Techniques des Réseaux,
de l'Aménagement et des Transports
14-20 Boulevard Newton, Cité Descartes, Champs sur Marne
F-77447 Marne la Vallée Cedex 2

Contact : diffusion-publications@ifsttar.fr

www.ifsttar.fr



AVERTISSEMENT

Les **Projets de méthode d'essai** sont mis en application et diffusés, à titre expérimental, par les Chefs de division ou de service du LCPC, après examen par la Direction des programmes et applications (Délégation à la qualité des essais, la normalisation et la réglementation technique).

Au bout d'une période dont la durée est normalement d'un an, les Projets de méthode d'essai sont réexaminés pour tenir compte des observations émises par leurs utilisateurs et, éventuellement, des résultats d'études complémentaires (essais inter-laboratoires, qualification des matériaux d'essais...).

Selon l'importance des modifications à apporter, ils sont alors reconduits à titre de projets pour une nouvelle période d'essai, soit transformés en Méthodes d'essai LPC ou proposés à l'AFNOR comme projet de norme.

Les **Méthodes d'essai LPC** sont approuvées par le Directeur du LCPC après qualification par la Délégation à la qualité des essais, la normalisation et la réglementation technique, et diffusés par la Section des publications du Service de l'information scientifique et technique.

Mesure de la tension des câbles par vibration

Méthode d'essai LPC n° 35

Janvier 1993



Laboratoire Central des Ponts et Chaussées
58, bd Lefebvre, F 75732 Paris Cedex 15

SOMMAIRE

I — Objet et domaine d'application	5
II — Références	5
III — Principe	5
N — Matériel	6
V — Conditions	6
VI — Mode opératoire	7
Excitation du câble	7
Test de validité	7
Mesure de la fréquence du fondamental	8
Mesure de la longueur du câble	8
Mesure de la masse linéique	8
VII — interprétation	8
Calcul de la tension	8
Cas particuliers	9
VIII — Sources d'erreurs	10
Fréquence du mode fondamental	10
Longueur du câble	11

Ce document a été rédigé par :

Jean-Louis Robert, chef de la section Essais non destructifs, division Métaux, armatures et câbles pour ouvrages d'art, LCPC - Centre de Nantes.

Diffusion :

Service IST-Publications,
LCPC 58, boulevard Lefebvre, 75732 Paris Cedex 15, France
Tel. : 33 (1) 40 43 52 26 * Téléc. : lcpa1 200361 f
Télécopie : 33 (1) 40 43 54 98

I - OBJET et DOMAINE IC

Le but de la méthode est de **déterminer** la tension des câbles utilisés dans les ouvrages d'art. Elle s'applique aux câbles de précontrainte extérieure, aux câbles de ponts à haubans et aux câbles de ponts suspendus.

II - REFERENCES

La méthode a été étudiée dans le rapport JLR/CF - 89-018 de Février 1989 et présentée dans le Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées n° 173 de Mai-Juin 1991 (référence 3572). Elle s'appuie sur l'article "*Mesure des Efforts dans les Structures à Câbles*" de Ph De Mars et D. Hardy dans les *Annales des Travaux Publics de Belgique* (1985) et l'ouvrage "*Théoretical Acoustic*" de Mors et **Ingard** édité en 1968 par Mac Graw Hill.

III - PRINCIPE

La fréquence de vibration d'un câble est liée à sa tension. En assimilant le câble à une corde vibrante, la relation entre ces deux grandeurs est :

$$f_n = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

f :	fréquence en Hertz
l :	longueur en mètres
T :	Tension en Neutron
μ :	Masse linéique en kg/m
n :	Ordre du mode de vibration

La tension est immédiatement obtenue par :

$$T = 4 l^2 f^2 \mu \text{ en prenant la fréquence du mode fondamental (n = 1).}$$

Toutefois, une corde vibrante a un module de rigidité nul. Le seul rôle joué par les ancrages est alors d'assurer un point **fixe** et on peut s'affranchir des conditions aux limites (système articulé ou encastré). Pour qu'un câble réponde effectivement au modèle corde vibrante, il est donc nécessaire que **l'influence** de son module de rigidité EI soit faible. Un test préliminaire doit être effectué sur le câble pour s'en assurer.

IV - MATERIEL

Le matériel doit permettre de mesurer les fréquences des modes de vibration avec une précision de 1 %. Il comprend un capteur, un amplificateur et un analyseur de fréquence.

CAPTEUR : Le capteur utilisé est un **accéléromètre**. Une bande passante en fréquence de **0,5 Hz** à 500 Hz est suffisante dans la plupart des cas.

La sensibilité doit être supérieure ou **égale** à **10 mV/g**.

D'autre part, le signal devant être transmis à des distances importantes (**jusqu'à 50 m**), l'accéléromètre doit être à électronique incorporée. Dans le **cas** contraire, il faut prévoir un amplificateur de charge.

AMPLIFICATEUR : Son rôle est d'amplifier le signal délivré par l'accéléromètre **pour** l'amener à un niveau compatible avec la sensibilité d'entrée de **l'analyseur** de fréquence utilisé.

ANALYSEUR DE FREQUENCE : **C'est** un analyseur en temps réel qui donne immédiatement la transformée de Fourier du signal (F.F.T.). Sa résolution doit être suffisante pour déterminer les fréquences des modes de vibration avec une précision de 1 %.

V - CONDITIONS

Pour pouvoir utiliser directement la formule des cordes vibrantes, il faut vérifier que **l'influence** du module de rigidité du câble sur la fréquence de vibration n'est pas trop importante.

Pour une corde, les fréquences des modes de vibration sont données par :

$$f_n = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

La courbe $f_n = f(n)$ est donc une droite.

Pour une **barre** encastree tendue, les fréquences sont données par :

$$f_n = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \left[1 + 2 \sqrt{\frac{EI}{Tl^2}} + \left(4 + \frac{n^2 \pi^2}{2} \right) \frac{EI}{Tl^2} \right]$$

lorsque le terme $\frac{EI}{Tl^2}$ est petit (Morse et Ingard - **Théorique** Acoustic)

Cette formule met en évidence le rôle joué par le module de rigidité EI.

En posant $\sqrt{\frac{EI}{Tl^2}} = R$ pour alléger l'écriture, l'écart à la corde vibrante est donné par :

$$\frac{dF}{F_{\text{corde}}} = 2R + 4R^2 + \frac{n^2 \pi^2}{2} R^2$$

Pour le mode fondamental ($n = 1$), cet écart est inférieur à 1 % pour R inférieur à 510^{-3} (figure 1)

On obtient ainsi la valeur limite de R pour avoir une bonne précision.

Pour un câble donné, on ne **connait** pas à priori la valeur de R et il est nécessaire de relever expérimentalement la courbe $f_n = f(n)$ donnant les fréquences de vibration des modes successifs ($n = 1, 2, 3, \dots$). L'écart entre cette courbe et sa tangente à l'origine est :

$$\frac{dF}{F_{tg}} = \frac{n^2 \pi^2 R^2}{2(1 + 2R + 4R^2)} \quad (\text{figure 2})$$

Si on a $R < 510^{-3}$, la courbe se confond avec sa tangente à l'origine **jusqu'à** $n = 7$ pour un appareillage mesurant les fréquences à 0,5 % près d'où la condition à satisfaire pour pouvoir utiliser la formule des cordes vibrantes : la courbe $F_n = f(n)$ doit être une droite **jusqu'à** $n = 7$.

VI - MODE OPERATOIRE

EXCITATION DU CABLE

L'excitation du câble est réalisée dans un plan vertical :

- Soit en exerçant une traction brève sur une corde **fixée** approximativement au milieu de la longueur (**cas** idéal) ou à une distance **suffisamment** grande de l'ancrage pour privilégier l'excitation du mode fondamental. Cette méthode s'utilise surtout pour les ponts à haubans.
- Soit en effectuant un choc avec un marteau sans rebond ou muni d'un embout caoutchouc pour les câbles de précontrainte extérieure.

La vibration du câble est détectée par un **accéléromètre** fixé sur le câble par un **collier** à une distance suffisante de l'ancrage pour bien faire ressortir le mode fondamental. **L'accéléromètre** doit être monté de façon que son **axe principal** de sensibilité soit dans **le plan** de vibration du câble.

TEST DE VALIDITE

Le signal délivré par l'**accéléromètre** est envoyé sur l'analyseur de fréquence FFT (Fast **Fourier Transform**). La gamme d'analyse en fréquence doit être d'au moins $10 f_1$, f_1 étant la fréquence du fondamental et la résolution de l'appareil suffisante pour assurer la détermination des fréquences à 1 % près.

On relève sur le spectre obtenu les fréquences $f_1, f_2, f_3, \dots, f_{10}$ des pics correspondants aux modes successifs de vibration $n = 1, 2, 3, \dots, 10$.

On trace alors la courbe $f_n = f(n)$ qui permet de déterminer la valeur n_0 de n pour laquelle elle cesse d'être une droite. Si cette valeur est supérieure ou égale à 7, on peut calculer directement la tension en appliquant la formule des cordes vibrantes.

MESURE DE LA FREQUENCE DU FONDAMENTAL

La fréquence f_1 du fondamental doit être redéterminée en adaptant la gamme de fréquence de l'analyseur FFT à la valeur de f_1 pour avoir une **meilleure** résolution. La connaissance de f_1 doit être assurée à 1 % près.

MESURE DE LA LONGUEUR DU CÂBLE

La longueur à prendre en compte est **celle** entre **les** deux points **fixes** extrêmes qui constituent des noeuds de vibration. suivant les types de montage des **câbles**, plusieurs **cas** peuvent se présenter.

- **Etriers d'attache** : S'ils sont rigides, la longueur est celle entre culots du câble. Sinon, il faut ajouter la longueur de **l'étrier**.

- **Système type Ridoirs** : La longueur est prise entre les axes d'articulation des **ridoirs**.

- **Précontrainte extérieure** : La mesure est prise entre deux déviateurs mais le câble n'est pas forcément bien bloqué à la sortie et à l'entrée des déviateurs. Il est nécessaire de s'en assurer.

D'une **façon** générale, lorsqu'il y a un doute sur la position du point fixe, il faut monter un accéléromètre à cette position et exciter le câble. La transformée de **Fourier** du signal délivré par l'accéléromètre et donnée par l'analyseur FFT ne doit comporter aucun pic.

MESURE DE LA MASSE LINEIQUE

La masse linéique des câbles est en général une **donnée** fournie par le fabricant. Pour les câbles monotonrons (type ponts-suspendus), elle peut être **recalculée** à partir de la constitution du câble en tenant compte de l'angle de toronnage.

Pour les câbles de précontrainte extérieure ou de ponts à haubans sous gaine, il faut tenir compte de la masse linéique de la gaine et du produit d'injection (on suppose la gaine parfaitement remplie par le produit d'injection).

VII - INTERPRETATION

CALCUL DE LA TENSION

Connaissant la fréquence f_1 du mode fondamental, la longueur l et la masse linéique μ du câble, la tension T est obtenue par la formule :

$$T = 4 f_1^2 l^2 \mu$$

T en Newtons
 f en Hz
 l en mètres
 μ en kilogrammes par mètre

La précision sur la tension est **donnée** par le calcul d'erreur :

$$\frac{\Delta T}{T} = 2 \frac{\Delta l}{l} + 2 \frac{\Delta f_1}{f_1} + \frac{\Delta \mu}{\mu}$$

Une connaissance de f_1 , l et μ à 1 % permet de donner la tension à 5 % près.

CAS PARTICULIERS

Test de validité non vérifié

Lorsque la courbe $f = f(n)$ cesse d'être une droite pour une valeur de n inférieure à 7, il est possible d'effectuer une correction à condition d'être certain que les systèmes d'ancrage soient bien des encastremements.

A partir de la formule donnée par Morse et **Ingard**, on a calculé :

- l'écart en fréquence du fondamental avec la corde vibrante pour différentes valeurs du rapport :

$$\sqrt{\frac{EI}{Tl^2}} = R$$

ce qui donne une courbe :

$$\frac{\Delta f_{\text{câble}}}{f_{\text{corde}}} = f_1(R) \text{ avec } f_1(R) = 2R + 4R^2 + \frac{\pi^2}{2} R^2 \text{ pour } n = 1$$

(figure 1)

- l'écart entre la courbe $f_{\text{câble}} = f(n)$ et sa tangente à l'origine pour différentes valeurs de n et de R .

On obtient une famille de courbes :

$$\frac{\Delta f_{\text{câble}}}{f_{\text{tangente}}} = f_2(R) \text{ pour les valeurs successives de } n : 1, 2, 3, 4$$

(figure 2)

$$f_2(R) = \frac{\pi^2 n^2 R^2}{2(1 + 2R + 4R^2)}$$

A partir de la courbe $f_n = f(n)$ relevée pour le test de validité, il **est** facile de déterminer le rapport :

$$\frac{\Delta f_{\text{câble}}}{f_{\text{tangente}}}$$

pour une valeur de n **suffisamment** élevée pour avoir un $\Delta f_{\text{câble}}$ mesurable. La courbe :

$$\frac{\Delta f_{\text{câble}}}{f_{\text{tangente}}} = f_2(R) \quad (\text{figure 2})$$

pour la valeur correspondante de n, donne alors une estimation **correcte** de R.

Cette valeur de R reportée sur la courbe :

$$\frac{\Delta f_{\text{câble}}}{f_{\text{corde}}} = f_1(R) \quad (\text{figure 1})$$

donne la correction à apporter à la valeur de la fréquence du **fondamental** pour obtenir la fréquence corde vibrante à adopter dans le calcul de la tension.

Toutefois, la précision sur la valeur de la tension sera moins bonne et dépend de la façon dont on aura pu vérifier l'encastrement des extrémités du câble.

Mesures comparatives

Même si le test de validité n'est pas vérifié et sans faire de correction, la méthode peut être utilisée :

- Pour s'assurer que plusieurs câbles identiques sont bien à la même tension ;
- Pour suivre **l'évolution** de la tension d'un câble dans le temps.

On ne s'intéresse plus alors à la valeur absolue de la tension mais aux écarts **entre** les différentes mesures. **Des** écarts de tension de l'ordre de 5 % peuvent alors être mis en évidence.

VIII - SOURCES D'ERREURS

FREQUENCE DU MODE FONDAMENTAL

Dans le cas de câbles très longs (ponts à haubans) la fréquence est basse (de l'ordre de 1 Hz) et il peut se produire un couplage avec la fréquence propre d'oscillation du tablier. La mesure directe de f_1 risque alors d'être erronée. Par contre, le couplage ne doit plus exister pour les modes d'ordres plus élevés. **On** retrouve alors la valeur exacte de f_1 en effectuant la moyenne :

$$f_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} \frac{f_i}{i}$$

avec pour **n** la plus grande valeur possible, c'est-à-dire tant que la courbe $f_n = f(n)$ relevée lors du test de validité reste une droite.

Le calcul de la tension est ensuite effectué en adoptant pour f_1 la valeur moyenne trouvée.

LONGUEUR DU CÂBLE

Pour les câbles de précontrainte extérieure, la distance entre les faces des déviateurs n'est pas forcément la bonne. **Lorsqu'il** y a doute **sur** la position du noeud de vibration, il est nécessaire de la vérifier en plaçant un accéléromètre juste à la sortie du déviateur et en faisant vibrer le câble : aucun "pic" de **fréquence** ne doit apparaître sur **le** spectre donné par l'analyseur de **fréquence**.

Si **l'on** observe un "pic" à la fréquence du mode fondamental, il est possible de préciser la position du noeud réel de vibration à condition de disposer d'un analyseur de fréquence à 2 voies. On utilise alors un deuxième accéléromètre placé à 2 ou 3 mètres du premier et on note sur les 2 spectres l'amplitude du pic du fondamental pour une même excitation. Un graphique **réalisé** à l'échelle (figure 3) **donne** alors la position du noeud de vibration en assimilant la portion de sinusoïde représentant le mouvement du câble à une droite.

$dF/F(\text{corde})$ en %

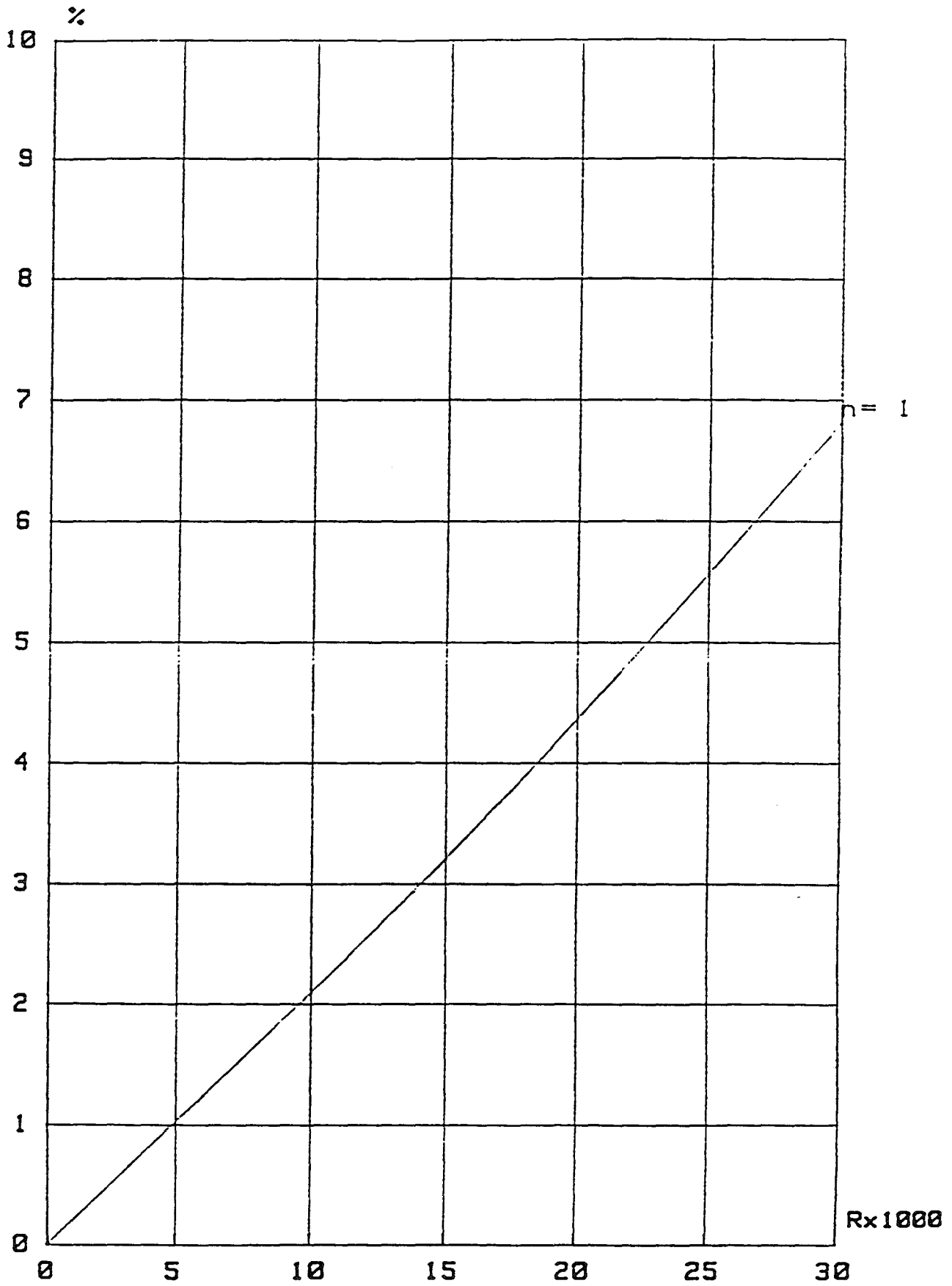


Figure 1

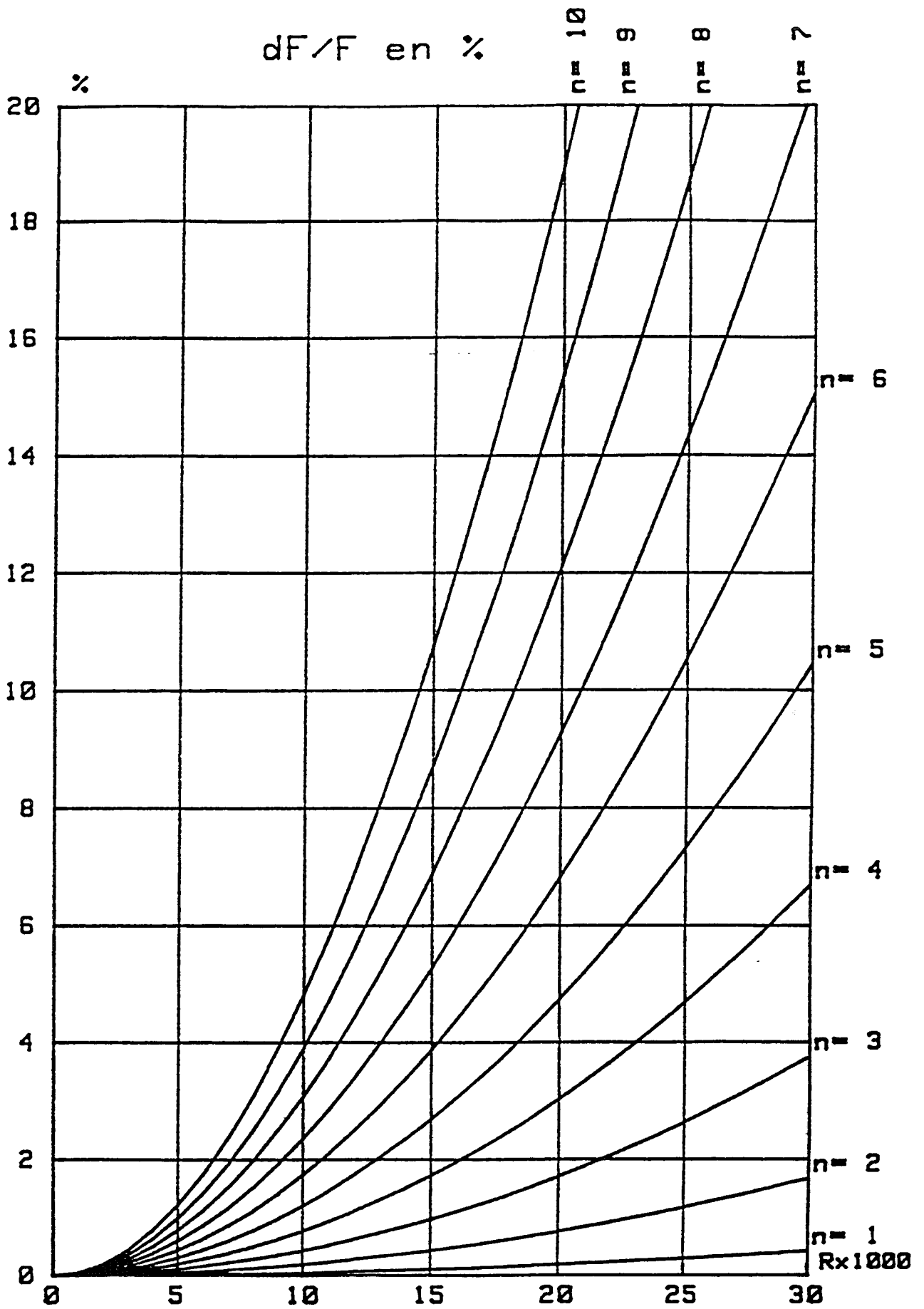
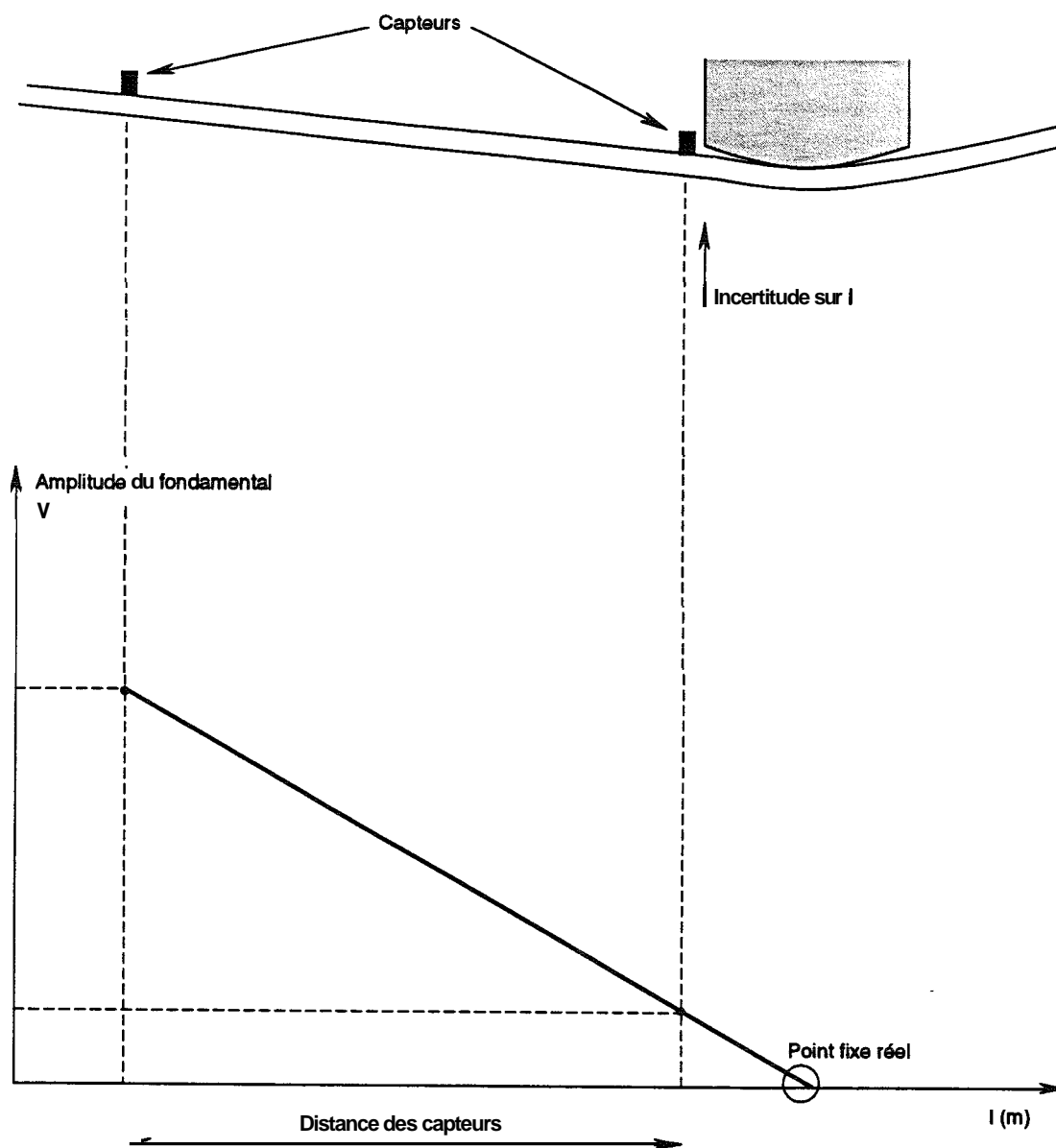


Figure 2



Estimation de la longueur

Figure 3

© 1993 - Dépôt légal : 1er trimestre 1993
ISBN 2-7208-3510-2

Publié par le LCPC, 68, boulevard Lefebvre - 75732 PARIS CEDEX 15